Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

Thomas Thomsen

26. september 1994

Analyse af dynamikken i faktorefterspørgslen – herunder sammenligning med ADAMs relationer

Resumé:

I dette papir gøres kort rede for sammenhængen mellem ADAMs investerings- og beskæftigelsesligninger og de nye CES-ligninger, som det er tanken at lægge ind i den kommende version af ADAM.

Der fokuseres specielt på investeringsligningerne, og det vises, at residualer i kapitalapparatet er identiske med residualer i investeringerne. Det vises yderligere, at det er muligt at reproducere ADAMs maskininvesteringsrelation på de nye faktorefterspørgselstal, og det påpeges, at (ændrings)specifikationen betyder, at kapitalapparatet i den nuværende ADAM-version ikke på langt sigt tilpasser sig til sit optimale niveau. En estimation af autokorrelationskoefficienten ρ *i denne pseudo-ADAM-investeringsligning tyder på, at det* ***er*** *nødvendigt at estimere ligningen i ændringer.*

Herefter kigges nøjere på investerings/kapitalligningen i det nye CES-faktorefterspørgselssystem. Det vises – som det efterhånden er velkendt – at introduktion af den laggede endogene i kapitalligningen giver cyklisk tilpasning. Til gengæld vises det som noget nyt, at man alternativt kan estimere autokorrelationskoefficienten ρ *til 0.74 og på den måde få en ganske pæn relation.*

Hvad beskæftigelsesligningen i det nye CES-faktorefterspørgselssystem angår, vises det, at en "endelig tilpasningsproces" (fx en MA-proces) giver noget dårligere fit end en fejlkorrektionstilpasning og – hvilket er nok så væsentligt – kan give problemer med overgangen fra historisk databank til første simulationsår.

p:\wp\teori.tth

Nøgleord: faktorefterspørgsel produktion investeringer kapitalapparat arbejdskraft beskæftigelse dynamik cyklisk multiplikator tilpasning uligevægt CES MA AR random

1. Indledning

I det hidtidige arbejde med tofaktor CES-faktorefterspørgselssystemet, har der ofte været tegn på systematik i kapitalligningen, hvilket naturligvis ikke er rart i sig selv, men det bliver ikke bedre af, at ADAMs nuværende maskininvesteringsrelation tilbyder sig som alternativ med en Durbin-Watson på 1.89. Desuden viser det sig, at spredningen i investeringerne i CES-estimationerne er på omkring 2000, hvilket ikke er så rart i lyset af, at spredningen i ADAMs nuværende investeringsligning er på ca. 1100.

Det har derfor længe været et punkt på ønskelisten at finde ud af, på præcis hvilke punkter ADAMs nuværende investeringsligning og kapitalligningen i CES-systemet adskiller sig fra hinanden. Dette – sammen med en mere kortfattet belysning af beskæftigelsesligningerne i ADAM hhv. CES-systemet – vil der blive set nøjere på i det følgende.

2. Investeringsligninger

2.1 Undersøgelse af ADAMs maskininvesteringsrelation vha. nye tal

ADAMs maskininvesteringsligning bygger på kapitaltilpasningsprincippet – dvs. at kapitalapparatet, K, udvikler sig mod et optimalt/langsigtet niveau, K^*. Derfor skulle man tro, at det måtte være muligt at oversætte specifikationen af investeringsligningen i ADAM, så den bliver ret sammenlignelig med specifikationen af kapitalapparatet i faktorefterspørgselsprojektet.

Med konventionel faktorefterspørgsels-terminologi ser ADAMs investeringsblok ud på følgende måde:[1]

$$K^* = \left[\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{P_K}{P_Y} \right)^{\mathrm{e}} \right] Y^{\mathrm{e}} \ , \tag{2.1}$$

hvor toptegn "e" betegner forventede størrelser. Sammenhængen kan udtrykkes på den måde, at K^* er proportional med den forventede produktion, med en proportionalitetsfaktor, som afhænger af den forventede relative pris på kapitalapparatet, P_K/P_Y. Der tilpasses partielt til dette optimale kapitalapparat som følger:

$$\mathrm{D}(K) = \gamma \left[K^* - K(-1) \right] \ . \tag{2.2}$$

Sættes (2.1) ind i (2.2), giver det følgende lineære sammenhæng:

$$\mathrm{D}(K) = (\gamma\, \beta_0)\, Y^{\mathrm{e}} + (\gamma\, \beta_1) \left(\frac{P_K}{P_Y} \right)^{\mathrm{e}} Y^{\mathrm{e}} + (-\gamma)\ K(-1) \ . \tag{2.3}$$

[1] Jf. evt. afsnit 5.2.2 side 70 i *ADAM − En model af dansk økonomi, oktober 1991.*

Forventningsvariablerne Y^e og $(P_K/P_Y)^e$ beskrives som vægtede gennemsnit af de observerede størrelser i de sidste tre hhv. to perioder:

$$Y^e = \alpha_1 Y + \alpha_2 Y(-1) + (1-\alpha_1-\alpha_2)\, Y(-2) \tag{2.4}$$

$$\left(\frac{P_K}{P_Y}\right)^e = \bar{\alpha}_1 \left(\frac{P_K}{P_Y}\right) + (1-\bar{\alpha}_1) \left(\frac{P_K(-1)}{P_Y(-1)}\right) \tag{2.5}$$

Af estimationstekniske årsager indsættes Y^e kun i det første led i (2.3), hvorefter (2.3) bliver til

$$\mathrm{D}(K) = (\gamma\, \beta_0) \left[\alpha_1 Y + \alpha_2 Y(-1) + (1-\alpha_1-\alpha_2)\, Y(-2) \right]$$

$$+ (\gamma\, \beta_1) \left[\alpha_2 \left(\frac{P_K}{P_Y}\right) + (1-\alpha_2) \left(\frac{P_K(-1)}{P_Y(-1)}\right) \right] Y \quad + \quad (-\gamma)\, K(-1)\ . \tag{2.6}$$

Problemet med (2.6) har imidlertid været, at der tidligere ikke fandtes kapitaltal, og derfor er (2.6) blevet estimeret i ændringer, hvorved K i niveau "forsvinder" og bliver til nettoinvesteringer (som der er data for).

Det kedelige ved denne fremgangsmåde er naturligvis, at estimationsmetoden svarer til, at restleddet i (2.6) implicit antages at være en random walk, $u = u(-1) + \varepsilon$. I det følgende vises estimation af (2.6) i ændringer, idet $\bar{\alpha}_1$ bindes til værdien 0.4, svarende til ADAMs investeringsligninger.[2]

Tabel 2.1. Efterligning af ADAMs investeringsligning vha. nye faktorefterspørgsels-tal

Variabel	Navn	Koefficient	Spredning
Kapitalapparat	D(D(K))		
Produktion	D(Y)	0.1852	0.0199
Produktion, lagget et år	D(Y(–1))	0.1079	0.0170
Produktion, lagget to år	D(Y(–2))	0.0305	(0.0257)
Reale *usercosts*	D(P_K/P_Y(–0.6))	–0.2048	0.0572
Kapitalapparat, lagget	D(K(–1))	–0.6630	0.1129

Anm. n = 1957-87   s = 1357   DW = 1.71
Koefficienterne i produktionen er fastlagt vha. et lineært Almon.-lag
Strukturelle parametre: $\gamma = 0.66$, $\beta_0 = 0.48$ og $\beta_1 = -0.31$.

[2] Denne værdi er oprindeligt fundet ved grid-search, som det ville være at skyde over målet at gå i gang med.

Med den nye nomenklatur er variablerne *K, Y,* P_K og P_Y defineret som følger:

K	=	summen af maskinkapitalen, fKm_j, i alle erhverv undtagen *o*- og *e*-erhvervene
Y	=	summen af produktionsværdien, fX_j, i alle erhverv undtagen *o*- og *e*-erhvervene
P_K	=	kapitalomkostningerne, uim_j, i alle erhverv undtagen *o*- og *e*-erhvervene
P_Y	=	prisen på produktionsværdien, px_j, i alle erhverv undtagen *o*- og *e*-erhvervene

Disse variabeldefinitioner er valgt for at komme så tæt på ADAMs maskininvesteringsligning som muligt. Sammenlignes tabel 2.1 med tabel 5.4 side 73 i ADAM-bogen ses det, at relationens spredning er af samme størrelsesorden som i den nuværende relation (hvor den er 1131). DW er også stort set den samme, og parametrene er signifikante. I den nuværende relation er $\gamma = 0.45$, $\beta_0 = 0.47$ og $\beta_1 = -0.41$, hvilket ikke er forfærdeligt langt fra de strukturelle parametre i den nye relation (se anmærkningen i tabel 2.1).

Alt i alt kan man nogenlunde reproducere den nuværende investeringsrelation på de nye tal, og det ville derfor være fristende at vise en estimation i *niveau*, svarende til at estimere relation (2.6) direkte uden at tage ændringer på begge sider. En sådan estimation er imidlertid ikke opløftende. Råt estimeret bliver koefficienten til den to perioder laggede produktion stærkt negativ, og det er rent faktisk nødvendigt at sætte $Y^e = Y$, idet alternative lagstrukturer er helt ufortolkelige. Estimeret på den måde bliver $\lambda = 0.17$, $\beta_0 = 0.52$ og $\beta_1 = -0.73$; dvs. meget langsom tilpasning og kraftig *usercost*-følsomhed. Relationens statistiske egenskaber er ikke gode, idet s = 3017 og DW = 0.43, hvilket må siges at være en uacceptabel forringelse i forhold til estimationen i tabel 2.1.

Som nævnt betyder det at estimere (2.6) i ændringer, at restleddet i denne antages at være en random walk. En partiel model med en random walk i restleddet kan skrives op som følger:

$$X = X(-1) + \gamma \left[X^* - X(-1) \right] + u, \quad u = u(-1) + \varepsilon \ . \qquad \textbf{(2.7)}$$

Tages ændringer i denne ligning fås

$$\mathrm{D}(X) = \mathrm{D}(X(-1)) + \gamma \ \mathrm{D}\left[X^* - X(-1) \right] + \varepsilon \ . \qquad \textbf{(2.8)}$$

Givet at processen for *u* er en random walk, kan parametrene således findes ved at estimere i ændringer. Det er imidlertid nærliggende at forestille sig, at sandheden ligger et sted midt imellem, således at *u* fx følger en AR(1)-proces, dvs. $u = \rho u(-1) + \varepsilon$. Med en sådan autoregressiv proces i restleddet bliver (2.7) til

$$X = X(-1) + \gamma \left[X^* - X(-1) \right] + u, \quad u = \rho \, u(-1) + \varepsilon \ . \qquad \textbf{(2.9)}$$

Hvis $u(-1)$ indsubstitueres, fås så ligningen

$$X = X(-1) + \gamma \left[X^* - X(-1) \right] + \rho \left\{ X(-1) - \left(X(-2) - \gamma \left[X^*(-1) - X(-2) \right] \right) \right\} + \varepsilon \ .$$

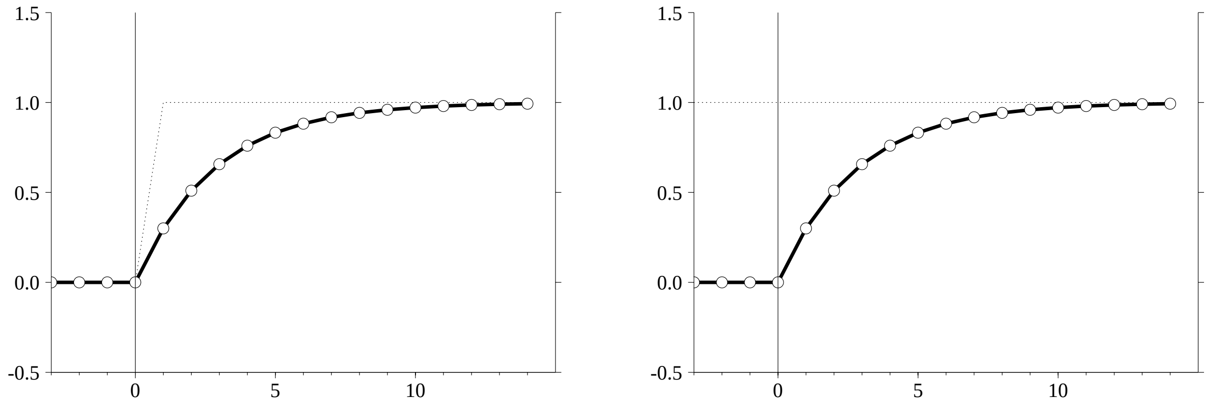
(2.10)

En sådan ligning er ikke-lineær i parametrene, og en måde at estimere dem på har typisk været at benytte Cochrane-Orcutt-metoden. For at få en idé om størrelsen af ρ i den tidligere viste estimation, er det derfor forsøgt at estimere (2.6) med en sådan AR(1)-proces i restleddet. Resultatet af dette er ikke opmuntrende, idet proceduren kommer ud med $\rho = 0.99973$ (med en spredning på 0.013); dvs. en relation, som for praktiske formål svarer til, hvad det giver at estimere i ændringer. Så tilsyneladende *er* restleddet i (2.6) en random walk, svarende til at der ikke er nogen langsigtssammenhæng. Som det ses, giver en *midlertidig* ændring i ε i (2.7) på én enhed således en *permanent* ændring i u på én enhed, hvilket på langt sigt giver en ændring i X på $1/\gamma$ enheder. Midlertidige stød får altså varige virkninger.

Forskellen på en partiel model i niveau eller i ændringer illustreres i de følgende figurer, hvor der dels vises en multiplikator fra en ligevægtssituation og dels vises, hvordan relationen tilpasser sig fra en initial uligevægt.

Figur 2.1. Partiel model, tilpasningshastighed = 0.3

Multiplikator fra ligevægt   Tilpasning fra uligevægt

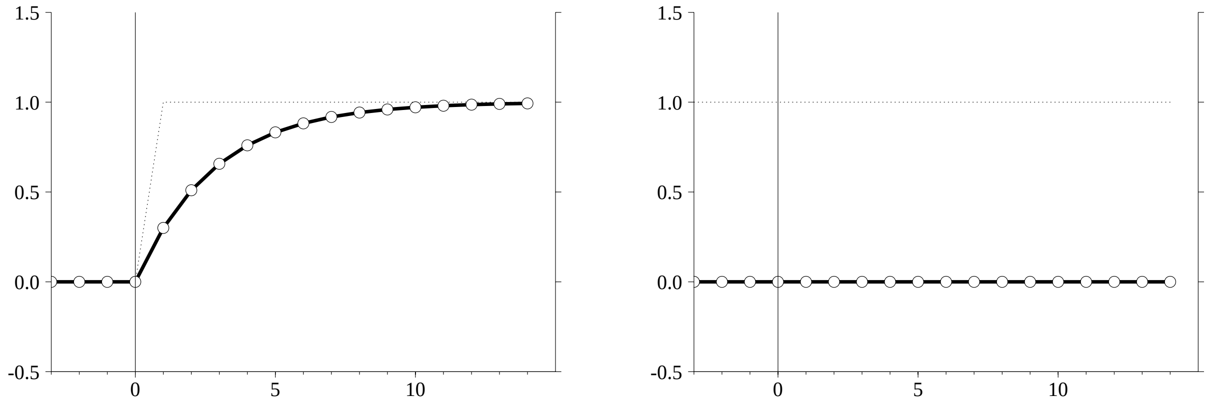


I den venstre figur er der ligevægt i perioderne 0, –1, –2 og videre tilbage, således at den stiplede linje, X^*, er sammenfaldende med den tykke linje, X. I periode ét øges X^* så med én enhed, hvilket foranlediger, at X som følge af trægheden øges med 0.3 enheder. I den højre figur er der uligevægt i perioderne 0, –1, –2, ... , hvor $X^* = 1$ og $X = 0$. Man kan tænke på det som, at perioderne 0, –1, –2, ..., er historiske værdier for begge variabler, og at der herefter simuleres fra og med år 1. Tilpasningen fra uligevægt er i denne partielle model identisk med en multiplikator fra en ligevægtssituation.

Disse figurer skulle der ikke være noget nyt i, og der skulle heller ikke være noget nyt i, at tages ændringer på begge sider i den partielle model, vil multiplikatoren være den samme, mens der til gengæld *overhovedet ikke* er nogen tilpasning mod X^* fra en situation med uligevægt:

Figur 2.2. Partiel model i ændringer, tilpasningshastighed = 0.3

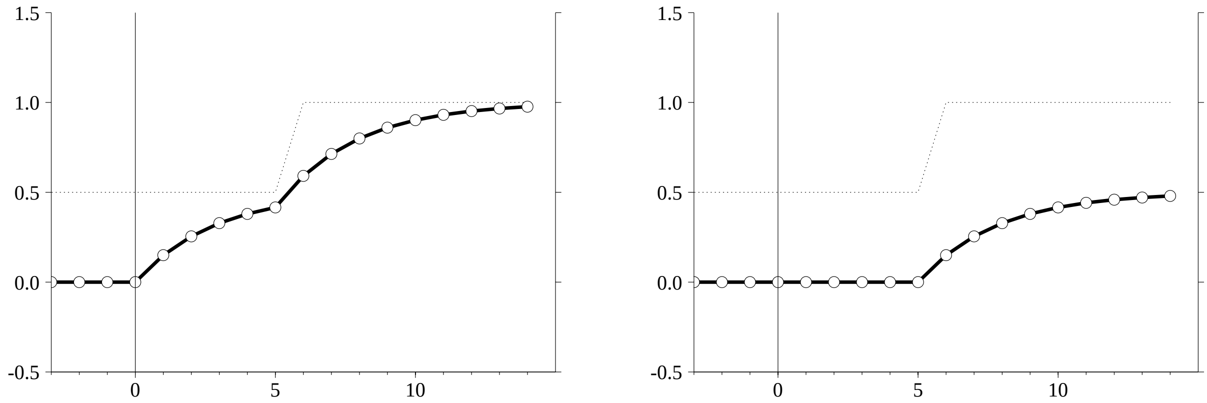
Multiplikator fra ligevægt — Tilpasning fra uligevægt



Dette er altså den fundamentale svaghed ved rene ændringsrelationer: at der ikke er noget, som sikrer, at $X = X^*$ på langt sigt. Til gengæld er marginalegenskaberne de samme som i den partielle model i niveau – men som sagt betyder uligevægtens størrelse i sig selv ingenting; det er kun *ændringer i uligevægten*, som giver ændringer i X. Dette illustreres nedenfor, hvor der er initial uligevægt, hvorefter X^* fra og med periode 6 hæves yderligere.

Figur 2.3. Effekt af multiplikator fra uligevægtssituation

Partiel model — Partiel model i ændringer



2.1.1 Sammenfattende om niveau kontra ændringer

Man kan koge analysen ovenfor sammen til følgende velkendte konklusion:

Tabel 2.2. Fordele og ulemper ved niveau- kontra ændringsrelationer

Model	Fordele	Ulemper
Partiel	Fornuftige multiplikatorer Tilpasning mod "det lange sigt"	Hvis tilpasningen er hurtig, kan det give ubehagelige spring, når der gås fra sidste historiske år til første simulationsår
Partiel i ændringer	Fornuftige multiplikatorer Giver ikke spring ved overgang fra sidste historiske år til første simulationsår	Der tilpasses *ikke* mod "det lange sigt"

I ADAM-sammenhæng viser problemstillingen sig typisk ved, at der evt. er store residualer i de foreløbige år, fordi "virkeligheden" (X) af en eller anden grund ikke bevæger sig mod sit langsigtede niveau (X^*) – som den ellers burde ifølge modellen. Man kan derfor godt forstå, at brugerne af ADAM kan være utrygge ved at lade X tilpasse sig meget hurtigt mod X^*, hvis der er tale om en stor uligevægt i det seneste historiske år. For det vil betyde, at variablen X kan bevæge sig relativt meget, uden at en eneste af de variabler, som forklarer X, bevæger sig.

I punktform konkluderes følgende om ADAMs maskininvesteringsrelation:

- Ligningen har den fordel, at der ikke opstår spring i investeringsniveauet ved at gå fra sidste historiske år til første simulationsår. På den anden side har ligningen den indlysende svaghed, at kapitalapparatet ikke tilpasses til sit optimale niveau, idet kun *ændringer* i K^*/K-forholdet påvirker investeringerne. Al støj akkumuleres i kapitalapparatet, og niveauet for dette bliver derved ikke-stationært (I(1)).
- Det er med lidt god vilje muligt at reproducere ADAMs maskininvesteringsrelation på da nye faktorefterspørgselstal. Det er imidlertid ikke muligt at estimere en fornuftig relation i niveau (selv om vi nu har data til dette), idet det giver meget forringet forklaringsgrad og uacceptabel systematik i residualerne. Estimation af autokorrelationskoefficienten ρ tyder klart på, at relationen helst vil estimeres i ændringer, svarende til fravær af ko-integration mellem kapitalapparatet og de forklarende variabler.

2.2 CES-estimation af investeringerne, forskellige dynamiske modeller

Det er ikke så opløftende, at det tilsyneladende ikke er muligt at estimere ADAMs nuværende investeringsrelation som en partiel model (i niveau). På den anden side er det muligt at estimere en rimeligt fornuftig kapitalligning med det faktorefterspørgselssystem, som blev analyseret i modelgruppepapiret Smidt/Hansen/Thomsen *Mere om faktorefterspørgslen*, 28.07.94. En direkte sammenligning af dette system med ADAMs nuværende investeringsligning er imidlertid vanskelig, bl.a. fordi der i faktorefterspørgselsprojektet indgår både trends og løn i investeringsligningen.

Som sagt er det i CES-systemet muligt at estimere en fornuftig relation for kapitalapparatet ved at specificere tilpasningen som en fejlkorrektionsmodel, i hvilken K gradvist tilpasses K^*. Imidlertid er der også her systematik i residualerne, og spredningen i den implicitte investeringsligning er på 2025, hvilket er 80% større end ADAMs investeringsligning (hvor den er på 1131). Denne estimation er vist nedenfor:[3]

Tabel 2.3 CES-estimation af *xx*-erhvervet

	P_K	P_L	$R(e)_{1960}$	$R(e)_{1990}$	γ_1	γ_0	s	DW
K	–0.11	0.11	–3.3%	–1.6%	0.42	0.47	1.7%	0.69
L	0.03	–0.03	6.9%	0.8%	0.64	0.43	1.5%	1.52

Anm. n = 1957-90 Log likelihood = 184.72 σ = 0.14
Spredningen i den implicitte investeringsligning er 2025
$R(e)_{19xx}$ angiver vækstraten i effektivitetsindekset

Estimationen er for praktiske formål identisk med estimationen på side 25 i Smidt/Hansen/-Thomsen 28.07.94, idet der blot er ændret en smule i data siden da.

Det ses, at der er problemer med autokorrelation i kapitalligningen (DW = 0.69), men bortset fra det, ser estimationen tilforladelig ud. Som beskrevet i detaljer i Smidt/Hansen/Thomsen 28.07.94 tilpasser K sig mod K^*, mens L tilpasser sig mod det såkaldte L^+ (det "nødvendige" L). Begge ligninger er fejlkorrektionsligninger, dvs. af typen[4]

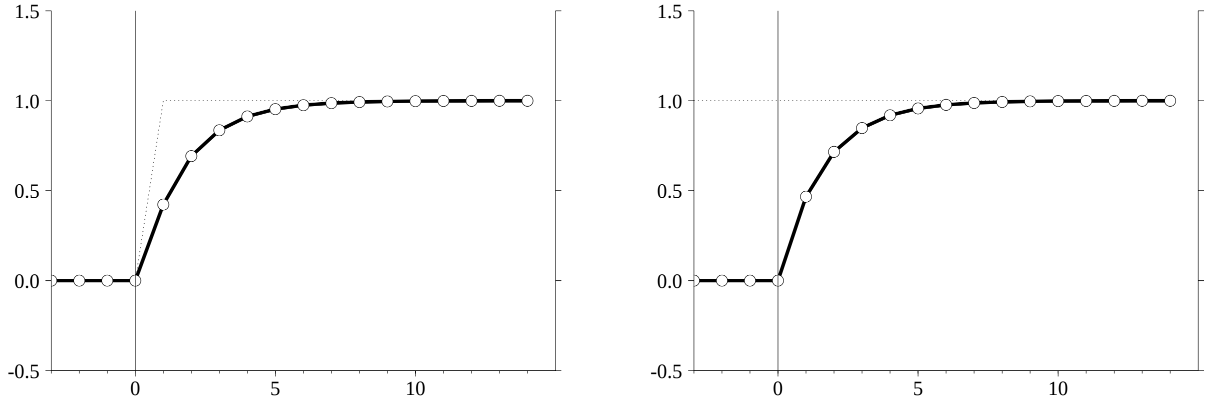
$$X = X(-1) + \gamma_1 \mathrm{D}(X^*) + \gamma_0 \left[X^*(-1) - X(-1) \right] . \qquad \textbf{(2.11)}$$

Denne model specialiserer til en partiel model, hvis γ_1 sættes lig γ_0. I K-ligningen er γ_1 og γ_0 næsten ens (0.42 hhv. 0.47), og som det ses nedenfor, er modellen derfor vanskelig at skelne fra en partiel model:

[3] Her er der estimeret på *xx*-erhvervet, som udover ikke at indeholde *o*- og *e*-erhvervene heller ikke indeholder *ng*-, *ne*-, *h*- og *qs*-erhvervene.

[4] hvor X skal fortolkes som K hhv. L i logaritmer, og i arbejdskraftligningen er $X^* = \log(L^+)$.

Figur 2.4. Kapitalligningen, fejlkorrektion



2.2.1 To mulige måder at angribe autokorrelationen i *K* på

Hidtil har det udelukkende været forsøgt at introducere den laggede endogene på højresiden i fejlkorrektionsligningen. Dette er gjort ved i (2.11) at introducere leddet D(*X*(–1)) på højresiden, som følger:

$$X \;=\; X(-1) \;+\; \gamma_9 \mathrm{D}(X(-1)) \;+\; \gamma_1 \mathrm{D}(X^{*}) \;+\; \gamma_0 \left[X^{*}(-1) \;-\; X(-1) \right] . \tag{2.12}$$

En sådan udvidelse har været forsøgt mange gange før, og resultatet har altid været, at det forbedrede DW betydeligt, men at det gav anledning til cyklisk tilpasning i kapitalapparatet.

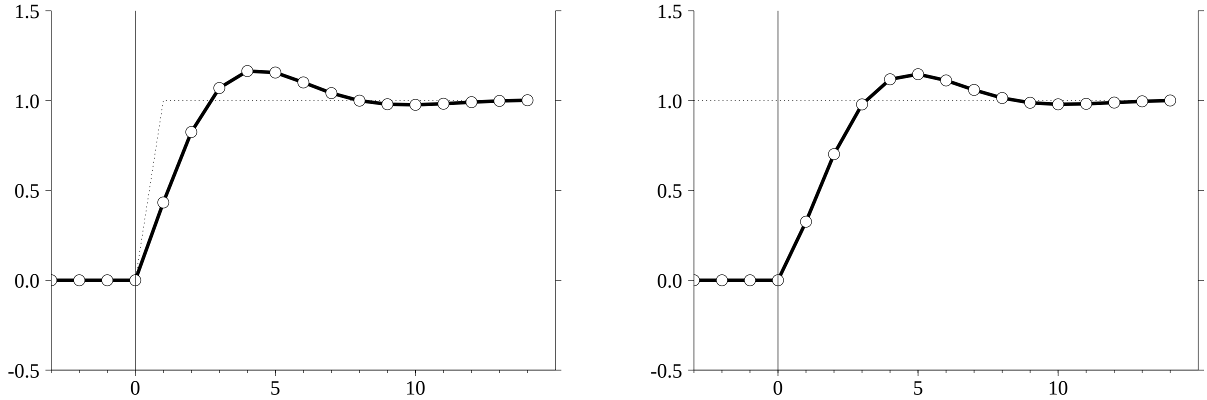
Tabel 2.4 Estimation af *xx*-erhvervet, lagget endogen i *K*-ligningen

	P_K	P_L	$R(e)_{1960}$	$R(e)_{1990}$	γ_1	γ_0	s	DW
K	–0.18	0.18	–3.5%	–1.9%	0.43	0.33	1.2%	1.96
L	0.04	–0.04	6.9%	0.9%	0.70	0.44	1.5%	1.51

Anm. n = 1957-90 Log likelihood = 197.69 σ = 0.22 γ_9 = 0.48
Spredningen i den implicitte investeringsligning er 1255
$R(e)_{19xx}$ angiver vækstraten i effektivitetsindekset

Med den laggede endogene i *K*-ligningen forbedres spredningen fra 1.7% til 1.2%, samtidig med at DW stiger til 1.96. Parret med en kraftig stigning i likelihoodværdi og en stigning i σ ser en sådan estimation lovende ud, men desværre bliver der problemer med dynamikken i *K*-ligningen, som med de fundne parametre ser ud som følger:

Figur 2.5. Kapitalligningen, fejlkorrektion med lagget endogen



Der er både overshooting i multiplikatorer og i tilpasning fra uligevægt. Denne overshooting er vanskelig at fortolke, omend den i den her viste estimation ikke er chokerende. Et alternativ – som hidtil ikke har været afprøvet – kunne derfor være at postulere en AR(1)-proces i restleddet i fejlkorrektionsligningen, så der estimeres følgende ligning

$$\bar{X} = X(-1) + \gamma_1 D(X^*) + \gamma_0 \left[X^*(-1) - X(-1) \right] ,$$

$$X = \bar{X} + \rho \left[X(-1) - \bar{X}(-1) \right] . \qquad \textbf{(2.13)}$$

Denne ligning svarer helt til (2.10), idet processen blot er generaliseret fra partiel tilpasning til fejlkorrektion. Variablen $\bar{X}$ kan opfattes som et "udgangsskøn" for X; et udgangsskøn, som korrigeres ρ med gange residualen i udgangsskønnet i sidste periode, $X(-1) - \bar{X}(-1)$. En anden måde at fortolke det på er, at ligningen indeholder en automatisk *J*-ledskorrektion, idet en stor residual i sidste periode automatisk sætter et stort "*J*-led" i indeværende periode. En sådan modellering giver også en pæn *K*-ligning; faktisk næsten lige så pæn som ved at introducere den laggede endogene (tabel 2.4).

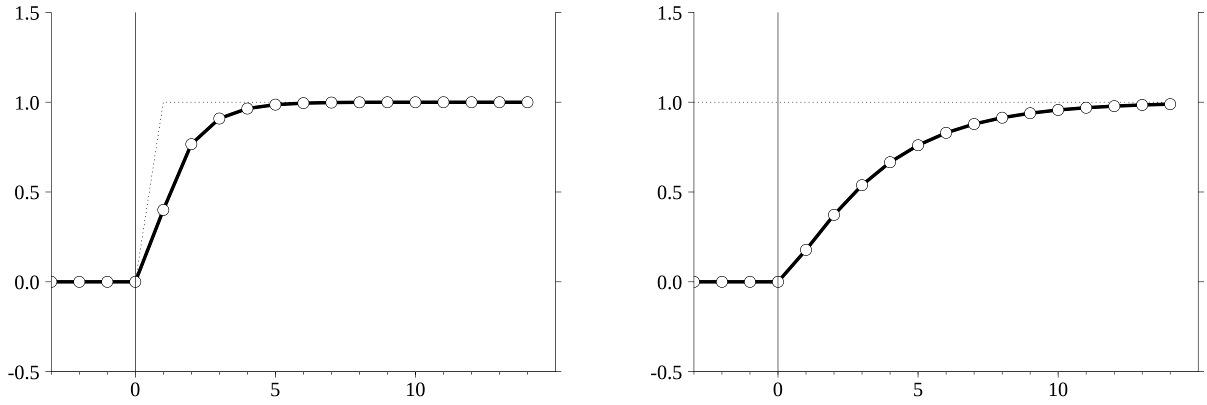
Tabel 2.5 Estimation af *xx*-erhvervet, AR(1)-proces i restleddet i *K*-ligningen

	P_K	P_L	$R(e)_{1960}$	$R(e)_{1990}$	γ_1	γ_0	s	DW
K	–0.18	0.18	–3.1%	–2.2%	0.40	0.61	1.3%	1.74
L	0.05	–0.05	6.8%	1.0%	0.66	0.38	1.5%	1.66

Anm. n = 1957-90 Log likelihood = 194.78 σ = 0.23 ρ = 0.74
Spredningen i den implicitte investeringsligning er 1295
$R(e)_{19xx}$ angiver vækstraten i effektivitetsindekset

Autokorrelationskoefficienten bliver ret stor, ρ = 0.74, og med en spredning på 0.20 er den signifikant forskellig fra nul. På den anden side må man glæde sig over, at koefficienten ikke er én, som tilfældet var i efterligningen af ADAMs investeringsrelation. Den store autokorelationskoefficient bevirker, at tilpasningen fra uligevægt bliver relativt langsom (i grænsetilfældet ρ = 1 ville modellen slet ikke tilpasse sig, svarende til at estimere i ændringer).

Figur 2.6. Kapitalligningen, fejlkorrektion med AR(1) i restleddet



Introduktionen af "den laggede residual" giver således en kapitalligning med en fornuftig multiplikator (ca. 80% tilpasset efter to år), kombineret med en meget langsommere tilpasning fra en initial uligevægtssituation (ca. 40% tilpasset efter to år). En sådan asymmetri kan man mene om, hvad man vil, men i hvert fald gør den, at man ikke vil opleve kraftige hop i kapitalapparatet eller investeringerne, når man i en fremskrivning går fra sidste historiske (foreløbige) år til første simulationsår.

2.3 Om sammenhængen mellem residualer i kapitalapparatet og i investeringerne

Til sidst vises det, at residualerne i den i kapitalligningen indeholdte "implicitte" investeringsrelation er identiske med residualerne i kapitalligningen selv.

Hvis en estimeret ligning for kapitalapparatet kommer ud med et beregnet K, K^{beregnet}, fås residualerne, u, som

$$K = K^{\text{beregnet}} + u \; . \qquad \textbf{(2.14)}$$

Idet afskrivningsraten er på 15%, fås den beregnede værdi for bruttoinvesteringerne som

$$I^{\text{beregnet}} = K^{\text{beregnet}} - (1-0.15) \cdot K(-1) \; . \qquad \textbf{(2.15)}$$

Da investeringerne er givet som

$$I = K - (1-0.15) \cdot K(-1) \; , \qquad \textbf{(2.16)}$$

bliver residualen i investeringsrelationen

$$I - I^{\text{beregnet}} = u \; . \qquad \textbf{(2.17)}$$

Residualen er altså den samme som i kapitalligningen, og hvis der derfor er forskelle i DW i investerings- hhv. kapitalligning, kan det kun skyldes, at kapitalligningen estimeres i logaritmer. Denne forskel må dog a priori antages at være begrænset.[5]

3. Arbejdskraft

I ADAM tilpasser beskæftigelsen sig produktionen over to år, således at en produktionsændring på 1% forøger beskæftigelsen med 0.61% i det første år, og i det andet år med ekstra 0.39%, således den samlede effekt i det andet år er 1%. Ud over produktionen indgår også arbejdstiden og en (knækket) tidstrend, men væsentligt er det, at også beskæftigelsesligningerne er estimeret i *ændringer*. Så heller ikke hér er der nogen tilpasning mod ligevægt (jf. evt. figur 2.2, højre), på trods af, at de marginale egenskaber (multiplikatorer) kan være ganske fornuftige.

Da der er jongleret ganske meget med dummyer og knæktidspunkter i ADAMs beskæftigelsesligninger, har vores holdning hele tiden været, at det ikke var umagen værd at forsøge at sammenligne disse med L-ligningen i det nye CES-system. Dels er der mange dummier i ADAMs ligninger, og dels er der estimeret i ændringer, og kombinationen af disse ting gør, at der ikke er grund til at undre sig alt for meget over, at der ikke er tegn på systematik i residualerne i ADAMs beskæftigelsesligninger. Som følge af de mange dummier i ADAMs ligninger er det også vanskeligt at sammenligne spredningen i disse med spredningen i CES-ligningerne.

Estimeres beskæftigelsen som en fejlkorrektionstilpasning af L til L^+, fås følgende resultat, som allerede har været vist i afsnittet om investeringsligninger (tabel 2.3).

Tabel 3.1 CES-estimation af *xx*-erhvervet

	P_K	P_L	$R(e)_{1960}$	$R(e)_{1990}$	γ_1	γ_0	s	DW
K	–0.11	0.11	–3.3%	–1.6%	0.42	0.47	1.7%	0.69
L	0.03	–0.03	6.9%	0.8%	0.64	0.43	1.5%	1.52

Anm. n = 1957-90 Log likelihood = 184.72 σ = 0.14
$R(e)_{19xx}$ angiver vækstraten i effektivitetsindekset

I arbejdskraftligningen er γ_1 og γ_0 ret forskellige (0.64 hhv. 0.43), således at der i en multiplikator er en kraftig førsteårseffekt på 64%, mens resten af tilpasningen foregår med

[5] En kapitalligning i logaritmer kan skrives som

$$\log(K) = \{ \log(K) \}^{\text{beregnet}} + v \ .$$

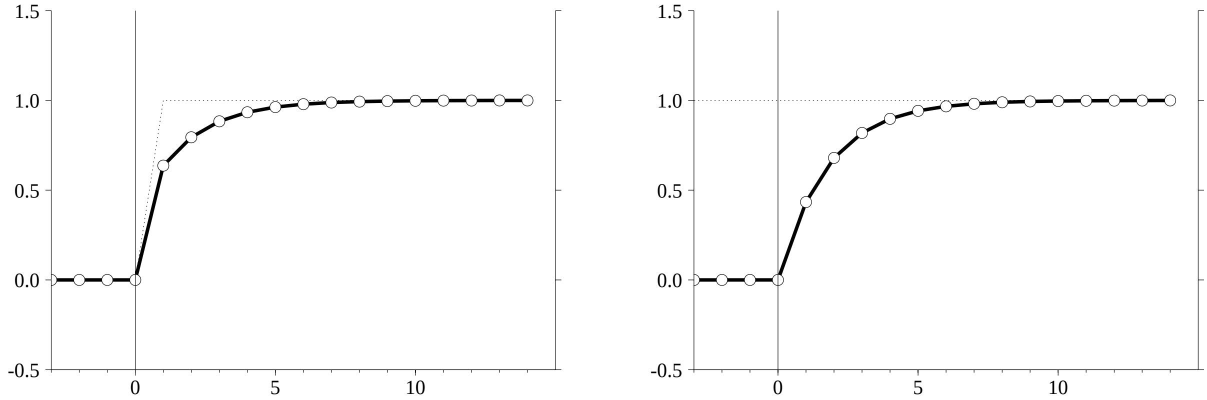
Oversættes til residualer i ikke-logaritmer, u, er sammenhængen mellem u-er og v-er givet som

$$u = K\,[\,1 - \exp(-v)\,] \approx K\,[\,1 + v\,] \quad (\text{for små } v)\ .$$

Hvad denne transformation fra v-er til u-er betyder for DW er vist ikke helt let gennemskueligt, men det betyder naturligvis, at udsvingene i u-erne stiger med niveauet for K − givet fravær af heteroskedasticitet i v-erne. Hvis K vokser med tiden kan man nok sige, at v-ernes opførsel i sidste halvdel af estimationsperioden vil betyde mere for DW i u-erne, end v-ernes opførsel i første halvdel af estimationsperioden.

43% ad gangen. Dette ses nedenfor, hvor det også ses, at tilpasningen fra en initial uligevægt foregår langsommere end tilpasningen i en multiplikator. Dette skyldes, at tilpasningen fra en uligevægtssituation foregår med 43% ad gangen, *også* i det første år.

Figur 3.1. Arbejdskraftligningen, fejlkorrektion



Mere eller mindre inspireret af ADAMs ligninger har det været overvejet at modellere arbejdskrafttilpasningen som en MA-proces i L^+, således at der vil være *endelig* tilpasningstid for arbejdskraften. Konkret har der været eksperimenteret med en MA(3), som følger:[6]

$$X \;=\; \gamma_1\, X^* \;+\; \gamma_0\, X^*(-1) \;+\; (1-\gamma_1-\gamma_2)\, X^*(-2)\;. \tag{3.1}$$

Stiger X^* med 1 enhed, vil X være fuldt tilpasset i det tredje år, og det bemærkes, at der overhovedet ikke optræder laggede værdier af X i ligningen. En estimation med en sådan MA-proces i arbejdskraftligningen giver følgende resultat:

Tabel 3.2 Estimation af *xx*-erhvervet

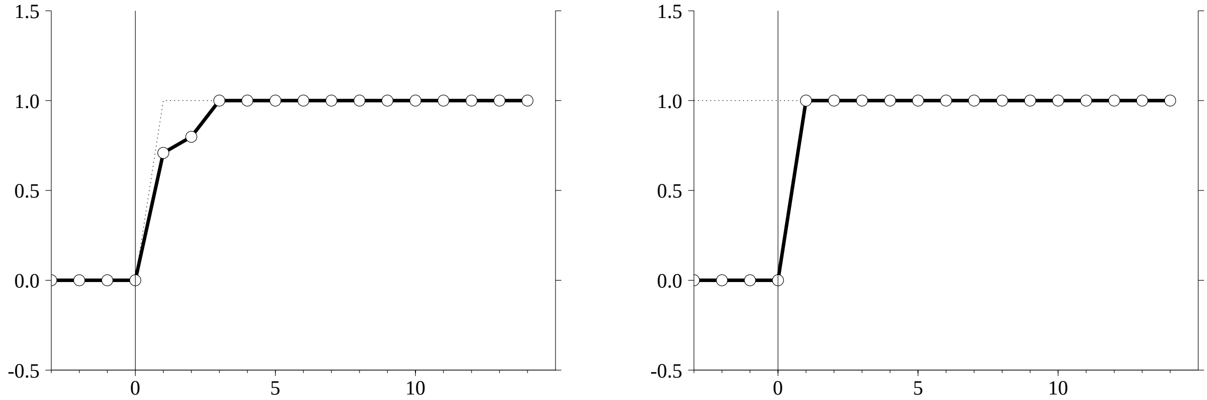
	P_K	P_L	$R(e)_{1960}$	$R(e)_{1990}$	γ_1	γ_0	s	DW
K	–0.11	0.11	–3.2%	–1.5%	0.40	0.48	1.7%	0.69
L	0.03	–0.03	6.8%	0.8%	0.71	0.09	1.7%	1.10

Anm. n = 1957-90 Log likelihood = 180.62 σ = 0.13
$R(e)_{19xx}$ angiver vækstraten i effektivitetsindekset

I forhold til den oprindelige model med fejlkorrektion i arbejdskraften, stiger spredningen i arbejdskraften fra 1.5% til 1.7% og DW falder fra 1.65 til 1.10. Statistisk set er der altså tale om en forringelse, omend der kan argumenteres for, at multiplikatoren er nemmere at fortolke:

[6]Her skal X læses som log(L) og X^* som log(L^+).

Figur 3.2. Arbejdskraftligningen,



Selv om forløbet måske ser lidt mærkeligt ud, er det en fortolkningsmæssig fordel, at L har tilpasset sig L^{+} i løbet af tre perioder, svarende til fravær af labour-hoarding (kortsigtede timeproduktivitetseffekter). Til gengæld kan tilpasningen fra uligevægt måske få det til at gyse i ADAM-brugerne, for denne tilpasning foregår øjeblikkeligt, og hvis L^{+} fx har ligget betydeligt højere end L i de sidste to historiske år (fx to foreløbige år), vil man observere et direkte hop op på det højere niveau, når der simuleres i det første simulationsår.

4. Sammenfatning

Hvad maskininvesteringer angår, kan det konkluderes, at det er muligt at reproducere ADAMs investeringsrelation på de nye faktorefterspørgsels-tal, idet spredningen i ADAM-ligningen er 1131 (DW = 1.89), mens den i efterligningen er 1357 (DW = 1.71). Dette kan så sammenholdes med en standard-estimation med det nye CES-faktorefterspørgselssystem, som giver en væsentligt større spredning i investeringsrelationen på 2025 (DW = 0.69) og systematik i residualerne.

Da ADAMs maskininvesteringsrelation (og efterligningen af denne) er estimeret i ændringer, er det nærliggende at forsøge at estimere efterligningen *i niveau*, og gøres dette, stiger spredningen fra 1357 til hele 3017 (DW = 0.43). Estimeres autokorrelationskoefficienten ρ, bliver den uskelnelig fra én, svarende til at estimere i ændringer. Grunden til at ADAMs investeringsrelation fitter så pænt og ikke viser tegn på systematik i residualerne er altså, at den er estimeret i ændringer – og gerne *vil* estimeres i ændringer.

Det er derfor forsøgt at estimere CES-systemet med en autoregressiv proces i restleddet i K-ligningen, for at få en idé om, hvorvidt der også hér ville være noget at hente. Resultatet er, at autokorrelationskoefficienten ρ estimeres til 0.74 med en spredning i investeringsligningen på 1295 (DW = 1.74). Her er ρ altså ikke lig én (omend den ikke er signifikant forskelig fra én), svarende til at estimere i ændringer, og spredningen falder fra 2025 til 1295, hvilket er af samme størrelsesorden som ADAMs investeringsligning (og efterligningen af denne).

Introduktionen af en AR(1)-proces i restleddet redder altså kapitalligningen – og hæver også σ fra 0.14 til 0.23 – uden at ødelægge kointegrationsegenskaberne (helt), idet der *er* en langsigtet sammenhæng mellem K og K^{*} med $\rho = 0.74$. Sagt lidt firkantet kan man sige, at vi i ADAMs nuværende investeringsligninger er 100% uvidende om *K*'s langsigtsniveau, mens vi med det nye CES-system kan reducere denne uvidenhed til 74% og stadig få en pæn relation.

Hvad arbejdskraften angår, er der ikke de store problemer med spredning eller autokorrelation, og det anbefales at fortsætte med den nuværende specifikation; dvs. en fejlkorrektionstilpasning af L til det "nødvendige" L, L^+. En modellering af L som en MA-proces i L^+ har nogle fortolkningsmæssige fordele, men det koster til gengæld i forklaringsgrad og Durbin-Watson og kan give ubehagelige spring i L, når der gås fra historiske år til første simulationsår.