

## Opdatering af effektivitetsindeks for kapitalapparat og arbejdskraft

### Resumé:

*Nærværende papir dokumenterer, hvordan effektivitetsindeksene ("produktiviteten") i kapital- og arbejdskraftligningerne blev opdateret for de foreløbige år 1992-94 ved datarevisionen i juli 1995.*

*Problemet er, at det kan være farligt at skrive disse effektivitetsindeks –  $dtfk_m$  og  $dthq_j$  – bevidstløst frem med samme vækstrate som i 1991, da dette kan resultere i meget store uligevægte mellem  $K^*$  og  $K$  hhv.  $L^+$  og  $L$ , hvilket viser sig i urimelige residualer. Nogle vil nok hævde, at dette er et udtryk for, at de pågældende relationer reelt bryder sammen i de foreløbige år, mens en modsat opfattelse – som forfatteren til dels hælder til – er, at vi ikke véd ret meget om effektiviteten uden for estimationsperioden, og at man derfor kan bruge data for de foreløbige år til at "kalibrere" effektivitetsindeksene med, så ligningerne ikke rammer helt galt.*

*På den måde kan man opfatte det således, at vi uden for estimationsperioden anser substitutions- og tilpasningsparametre som givne ved deres estimerede værdier, mens trendparametrene (dvs. udviklingen i effektivitetsindeksene) sættes ("estimeres"), så relationerne ikke er åbenlyst i modstrid med data – målt på et multivariat Chow-test. Konkret er det nødvendigt at korrigere i erhvervene  $qh$ ,  $nm$ ,  $nq$ ,  $nb$ ,  $nk$ ,  $nt$  og  $nn$ , og i alle disse tilfælde er der tale om, at effektivitetsvæksten i  $K$  og  $L$  må justeres opad i forhold til 1991-vækstraten.*

*Forfatteren mener at være i stand til relativt nemt at strikke et AREMOS-program sammen, som automatisk (og "objektivt") fastsætter trendfremskrivningerne, så datarevisionen ikke vil blive forsinket af dette.*

---

s:\tth\kalib\op\_trend.tth

Nøgleord: Kapitalapparat, investeringer, arbejdskraft, foreløbige år, trends, tekniske fremskridt, effektivitet, effektivitetsindeks, effektivitetstrends, datarevision

## 1. Hvordan virker effektivitetsindeksene?

Faktorblokken består (for de 12 tredje-generationserhverv) af ligninger for hvert erhverv af typen

$$K^* = K^*(Y, P_K, P_L, e_K, e_L), \quad (1)$$

$$K = K(K^*, K_{-1}^*, K_{-2}^*, K_{-1}, K_{-2}), \quad (2)$$

$$L^+ = L^+(Y, K, e_K, e_L), \quad (3)$$

$$L = L(L^+, L_{-1}^+, L_{-2}^+, L_{-3}^+, L_{-1}). \quad (4)$$

I (1) er  $K^*$  det ønskede kapitalapparat ( $fK_m, w$ ) givet ved produktionen,  $Y$  ( $fYf_j$ ), faktorpriserne  $P_K$  og  $P_L$  ( $uim_j$  og  $l_jl$ ) samt effektivitetsindeksene  $e_K$  og  $e_L$  ( $dtfkm_j$  og  $dthq_j$ ). Ligning (2) er en fejlkorrektionsmodel (udvidet med en  $\rho$ -konstruktion) for  $K$  ( $fK_m, j$ ), som altså tilpasser sig til  $K^*$ . Ligning (3) beskriver det "nødvendige" arbejdskraftforbrug,  $L^+$  ( $HQ_j, n$ ), som funktion af produktion, kapitalapparat og effektivitetsindeks. Endelig beskriver ligning (4) tilpasningen for  $L$  – en MA(3) i  $L^+$  (med en  $\rho$ -konstruktion oveni).<sup>1</sup>

I ADAM er (1)-(4) en blokrekursiv model, som bestemmer  $K^*$ ,  $K$ ,  $L^+$  og  $L$  i nævnte rækkefølge periode for periode.

Til dette papirs formål er det imidlertid ikke hensigtsmæssigt at lade residualerne ophobe sig via laggede værdier af de endogene, ligesom det heller ikke er hensigtsmæssigt at lade  $K$  i  $L^+$ -ligningen være det af ligning (2) beregnede. Derfor simuleres systemet (1)-(4) i det følgende ved at lade alle forekomster af  $K$  og  $L$  (og laggede værdier af disse) på højresiden af ligningerne være de *observerede* værdier (databankens værdier).

Vi kan nu stille følgende spørgsmål: hvad sker der i dette system, hvis man ændrer  $e_K$  og  $e_L$  i årene 1992-94? Svaret er, at dette år for år giver sig udtryk i en ændring  $K^*$  og  $L^+$ , og det ses, at  $e_K$  og  $e_L$  kun påvirker  $K^*$  og  $L^+$  i indeværende periode, da (1) og (3) er uden dynamik.

Dette er imidlertid ikke tilfældet for (2) og (4) – også selv om systemet simuleres "statisk" – da der er masser af lags i  $K^*$  og  $L^+$  i disse ligninger. Således vil en ændring i et effektivitetsindeks i 1992 påvirke både  $K^*$  og  $L^+$  i samme år, og via laggede værdier af disse vil der også være effekter i  $K$ -

---

<sup>1</sup>Desuden indgår den gennemsnitlige arbejdstid,  $Hgnl$ , i den dynamiske tilpasning for  $L$ .

ligningen i de to efterfølgende år og i  $L$ -ligningen i de tre efterfølgende år.<sup>2</sup>

## 2. Opdateringsproceduren

Opdateringsproceduren går ud på at finde vækstrater i effektivitetsindeksene i årene 1992-94, som ikke er i åbenlys modstrid med de foreløbige tal. Proceduren er at undersøge kombinationer af konstante vækstrater i indeksene inden for spektret  $[-10\%; 10\%]$ , og et eksempel kunne være følgende. Vi siger fx at  $e_K$  og  $e_L$  i 1991 antager værdierne 0.90 hhv. 1.05.<sup>3</sup> Kombinationen  $(-5\%, 2\%)$  svarer så til, at  $e_K$  og  $e_L$  i årene 1992-94 fremskrives med  $-5\%$  hhv.  $2\%$ , svarende til værdierne  $\{0.86, 0.81, 0.77\}$  hhv.  $\{1.07, 1.09, 1.11\}$ . Dette giver seks forudsagte værdier for  $K$  og  $L$  (tre i hver ligning), og ud fra disse kan residualerne beregnes som  $r_K = \log(K^{\text{obs}}/K^{\text{foruds}})$  hhv.  $r_L = \log(L^{\text{obs}}/L^{\text{foruds}})$ . Vha. den estimerede spredning i  $K$ - og  $L$ -relationerne kan man da beregne en  $\chi^2$ -teststørrelse som følger:

$$\sum_{1992}^{1994} \left[ \left( \frac{r_K}{s_K} \right)^2 + \left( \frac{r_L}{s_L} \right)^2 \right] \sim \chi^2(6). \quad (5)$$

Dette er et multivariat Chow-test, idet  $s_K$  og  $s_L$  er de estimerede spredninger i  $K$ - og  $L$ -ligningerne (der abstraheres hér fra kovariansen mellem  $r_K$  og  $r_L$ ). Da  $\chi^2_{5\%}(6) = 12.6$  og  $\chi^2_{1\%}(6) = 16.8$  er vi ikke glade, hvis vores teststørrelse overstiger et dusin, og vi er endnu mindre glade, hvis den overstiger en snes. Imidlertid er det efter forfatterens mening ikke på sin plads hér at hænge sig alt for meget i disse teststørrelser, da foreløbige tal fra nationalregnskabet (fx erhvervsfordelt BFI i faste priser) ofte lader en del tilbage at ønske.<sup>4</sup>

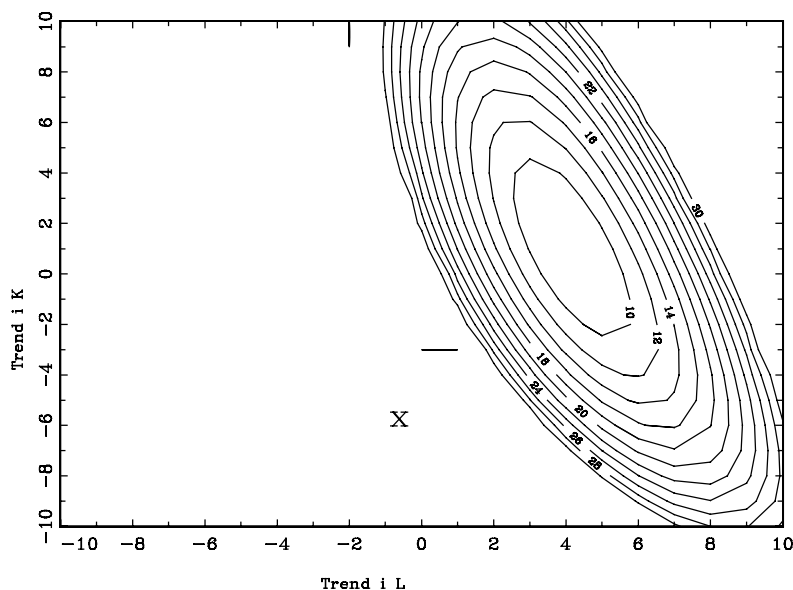
Men altså: hvis det viser sig, at fremskrivning af 1991-vækstraterne giver helt gakkelakkede residualer, må der gøres noget, og til det formål er "iso- $\chi^2$ -kort" som det følgende meget anvendelige:

<sup>2</sup>De fire anden-generationserhverv,  $ng$ ,  $ne$ ,  $qf$  og  $qs$ , kører lidt anderledes rundt, men effektivitetsindeksene virker stort set på samme måde i disse ligninger. Man skal dog huske på, at dynamikken i disse ligninger er formuleret i *ændringer*, således at de ikke har så stor tilbøjelighed til at køre af sporet.

<sup>3</sup>Estimationsperioden for faktorblokken går til 1990, og effektivitetsindeksene er estimeret på en så snedig måde, at vækstraten i disse er konstant i 1990. Eftersom 1991-tallene i januar 1995 blev "endelige", er der ikke (uden videre) mulighed for at ændre vækstraterne i dette år, og vækstraten for alle effektivitetsindeks i alle erhverv er i 1991 den samme som i 1990.

<sup>4</sup>Man kunne sagtens forestille sig andre (mere ad hoc-prægede) teststørrelser end den i (5) givne. Fx kunne man vælge at lægge mest vægt på det sidste foreløbige år, da det jo typisk er det, brugerne tager afsæt i i fremskrivninger. Imidlertid ligger der allerede i (5) en implicit opvægtning af det sidste foreløbige år (1994), da dette (via laggene i  $K^*$  og  $L^+$ ) er meget mere følsomt mht. trendændringer, end fx det første foreløbige år (1992). Endvidere kunne man fx indlægge penalties for autokorrelerede residualer osv. osv.

**Figur 1.**  $\chi^2$ -teststørrelser i *nm*-erhvervet som funktion af vækstrate i  $e_K$  og  $e_L$  i perioden 1992-94



I denne figur markerer "X" 1991-vækstraterne i  $e_K$  og  $e_L$ , som er  $-5.8\%$  og  $-0.7\%$ . Fremskrevet med disse værdier fås et helt horribelt  $\chi^2$ -test, idet den yderste ring i figuren markerer at teststørrelsen er 30, svarende til en  $p$ -værdi på under  $0.5\%$ . Man kommer derfor ikke uden om at opjustere en eller begge effektivitets-vækstrater, og konkret er de sat til  $-3\%$  hhv.  $3\%$  (markeret med en cirkel). Det residualminimerende valg ville være ca.  $1\%$  hhv.  $4\%$ , men forfatteren har valgt effektivitetsvækstraterne med *overmåde overordentligt* konservative briller på, således at vi kun lige – og kun nødtigt – bevæger os hen til noget nogenlunde acceptabelt; nemlig en  $\chi^2$ -værdi på omkring 22.<sup>5</sup>

En  $\chi^2$ -værdi på omkring 22 kan altså opnås ved kombinationen  $(R(e_K), R(e_L)) = (-3\%, 3\%)$ , som er markeret med en cirkel, men den samme  $\chi^2$ -værdi kunne også opnås i punktet  $(-5.8\%, 4\%)$ ; dvs. ved at lade  $e_K$ -vækstraten være uforandret og ændre  $e_L$ -vækstraten med noget *mere*. Af figuren ses også, at man med uændret  $e_L$ -vækstrate ikke er i stand til at komme ned på en  $\chi^2$ -værdi på 22, uanset hvad man sætter  $e_K$ -vækstraten til (det bedste resultat fås ved at sætte den til  $8-9\%$ , svarende til en  $\chi^2$ -værdi på omkring 28).

Forfatterens subjektive beslutningsprocedure i de problematiske erhverv har altså været at flytte  $\chi^2$ -værdien hen til ca. 22, men med det kriterium, at trendvækstraterne skulle ændres *mindst muligt*. I ovennævnte eksempel forøges

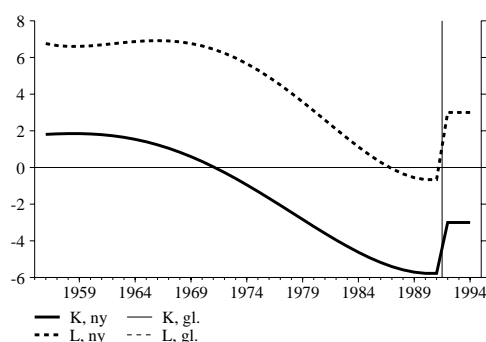
<sup>5</sup>Hvordan tallet 22 er fremkommet kan nok ikke bære en nøjere videnskabelig analyse, men 22 er bl.a. valgt ud fra nogle aldeles ateoretiske inspektioner af residualer svarende til forskellige  $\chi^2$ -værdier samt et ønske om at lade trenderne i *a*- og *b*-erhvervene være uberørte, idet en fremskrivning af disse med 1991-vækstraten giver  $\chi^2$ -værdier, som ligger lige omkring de 22 i disse erhverv. På side 11 og 12 kan man se, hvordan residualerne ser ud i disse erhverv, og disse residualer tegner så et billede af, hvor forfatteren trækker sin (subjektive) grænse mellem acceptable og unacceptable residualer.

$R(e_K)$  således med +2.8% og  $R(e_L)$  med +3.7% i forhold til 1991-værdierne, mens en alternativ mulighed som nævnt kunne have været at lade  $R(e_K)$  være uforandret og ændre  $R(e_L)$  med +4.7%. Dette alternativ fravælges imidlertid, da det i en vis forstand involverer større ændringer i  $R(e_K)$  og  $R(e_L)$  – og ikke mindst fordi det ikke (som det andet alternativ) indebærer en "bevægelse" henimod det residualminimerende punkt, (1%, 4%).

Et mål for, hvor meget effektivitetsvækstraterne ændres med, kunne være  $(x^2 + y^2)^{0.5}$ , hvor  $x$  og  $y$  er den procent(point)vis ændring i de to effektivitetsvækstrater. Således er  $(2.8^2 + 3.7^2)^{0.5} = 4.6 < (0^2 + 4.7^2)^{0.5} = 4.7$ , og dette kriterium svarer til at tegne cirkler omkring punktet markeret med "X" og finde den cirkel, som lige netop tangerer iso- $\chi^2$ -kurven svarende til  $\chi^2 = 22$ . At implementere denne "penalty-funktion" og finde dens minimum givet  $\chi^2$ -værdier på maksimalt 22 ville ikke være vanskeligt at lave automatisk vha. grid-search i AREMOS, specielt ikke hvis man på forhånd kræver – som jeg selv har krævet – at ændrede effektivitetsvækstrater skal være *heltallige*.<sup>6</sup>

De valgte trend-vækstrater (–3% og 3%) i perioden 1992-94 giver følgende udvikling:<sup>7</sup>

**Figur 2. Vækstrater i effektivitetsindeks, *nm*-erhvervet**

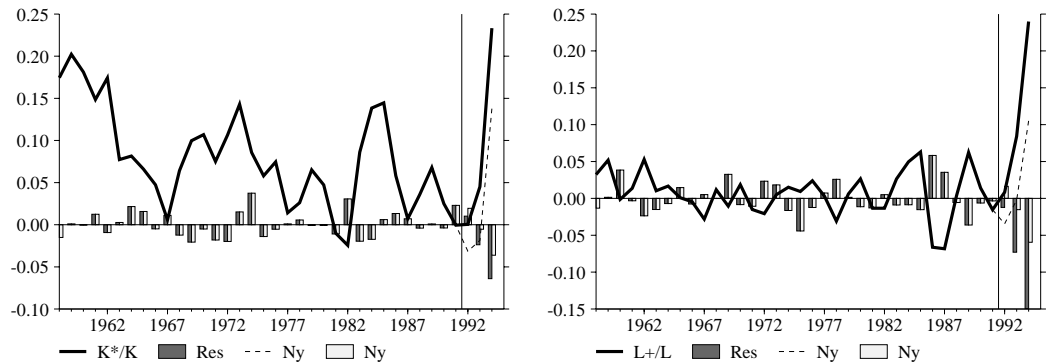


Og trenderne giver følgende residualer samt  $K^*/K$ - og  $L^+/L$ -forhold:

<sup>6</sup>Bemærk at akserne er presset mere sammen i  $K$ -retningen end i  $L$ -retningen i figurene, så der skal faktisk ikke tegnes cirkler, men ellipser. Forfatteren kunne i skyndingen ikke finde ud af at dressere GAUSS til at lave koordinatsystemet firkantet.

<sup>7</sup>Denne udvikling ligner den af John Smidt foreslåede "tiårsregel" ganske meget; nemlig at trenderne fremskrives med gennemsnittet af de sidste ti års effektivitetsvækst. Dette hænger bl.a. sammen med, at trenderne i 1991 begge har et "globalt minimum", som det ikke – udviklingen i hele serien taget i betragtning – er fantastisk realistisk at forestille sig kørt bevidstløst frem i tiden.

**Figur 3. Residualer mm. med 1991-vækstrater hhv. nye vækstrater, nm-erhvervet**



Af figur 3 ses det, at  $K$  uden trend-korrektion falder meget under  $K^*$  i 1994 (dvs. nærmer sig kapacitetsgrænsen,  $K$ -understreg), hvilket resulterer i, at  $L^+$  i 1994 er 25% større end  $L$ , hvilket får  $L$ -ligningen til at skyde 15% for højt. Med korrektion af effektivitetsvækstraterne reduceres dette "overskud" til 6%.

Som en afsluttende replik vil jeg lige gøre opmærksom på, at den hér gennemgåede procedure *ikke* lægger op til at "volde"  $K^*/K$  hhv.  $L^+/L$  (eller  $L^*/L$ ) til ikke at afvige for meget fra én. Det skal understreges, at det ovennævnte  $\chi^2$ -test (Chow-test) er 100% ligeglad med udviklingen i  $K^*/K$  hhv.  $L^+/L$ , så længe dette ikke resulterer i store residualer i de foreløbige år. I *nm*-erhvervet er der således ikke tale om, at vi ikke kan "lide" de store uligevægte mellem  $K^*$  og  $K$  hhv.  $L^+$  og  $L$  givet bevidstløs fremskrivning af 1991-vækstraterne. Det er ikke *derfor*, at  $K^*$  og  $L^+$  bliver justeret nedad via stigninger i effektivitetsindeksene – det er fordi et så stort "træk" opad ikke kan ses i de foreløbige tal for  $K$  og  $L$ . Derfor synes jeg, at det ville være forkert at sige, at vi med den ovennævnte procedure presser faktorblokken mod ligevægt i de foreløbige år – således at brugerne fx ikke har noget ordentligt mål for kapacitetsudnyttelsen i 1994 – for hvis der *er* en stor uligevægt og dette afspejles i data, vil  $K^*$  og  $L^+$  ikke blive justeret så meget som en millimeter imod ligevægt.

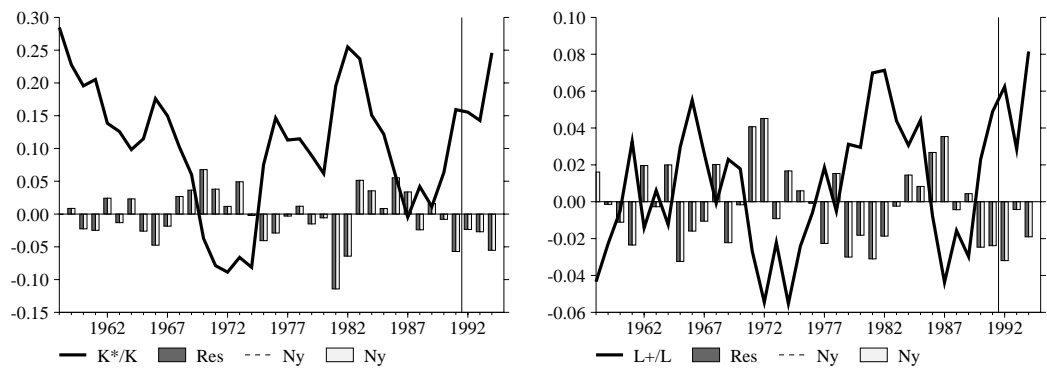
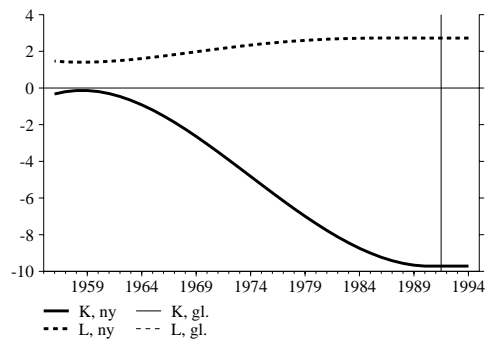
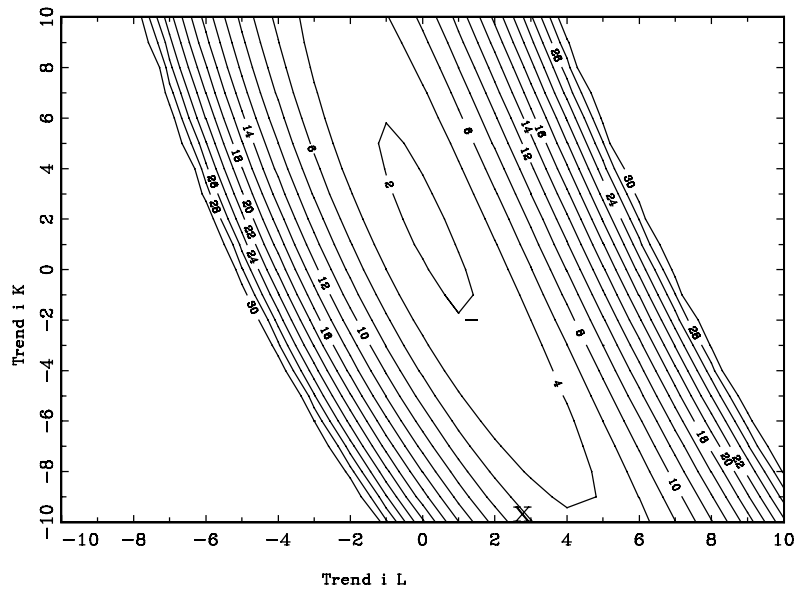
Sammenfattende kan man sige, at problemet nok skyldes (mindst) to ting:

- At effektivitetsudviklingen i  $K$  og  $L$  varierer, og at vi reelt ikke *modellerer* denne i estimationerne, men blot *beskriver* den inden for estimationsperioden. Uden for perioden véd vi i realiteten ikke ret meget om effektivitetsudviklingen, og derfor kan ligningerne finde på at løbe af sporet, hvis 1990/1991-vækstraterne fremskrives "bevidstløst".
- Hertil kommer, at faktorblokken er blevet udsat for en virkelig syretest, i og med at den skal forsøge at beskrive året 1994, som var præget af ekspansiv finanspolitik, knækkende ledighedskurver osv. Når man dertil lægger, at estimationerne ofte kommer ud med, at 1990-vækstraterne var de hidtil lavest observerede, kan man næsten sige sig selv, at man får problemer, hvis man bare skriver disse frem.

- Endelig er der så spørgsmålet om de foreløbige tals kvalitet, og om det overhovedet giver mening at se alt for meget på residualer i de foreløbige år. Ifølge nationalregnskabet er erhvervsfordelt BFI i faste priser ikke nogle tal, som ligefrem er præget af den allerstørste præcision, og da disse tal er produktionsbegreb i alle tredje-generationserhvervene, kan forklaringen på nogle af problemerne simpelthen ligge dér.

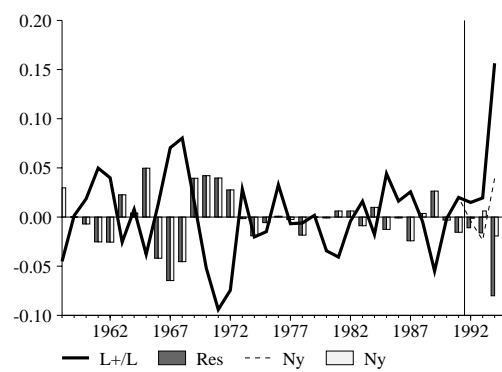
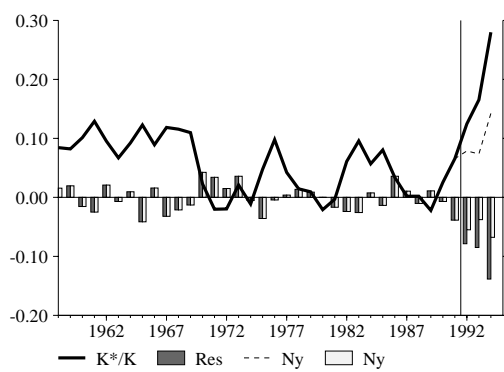
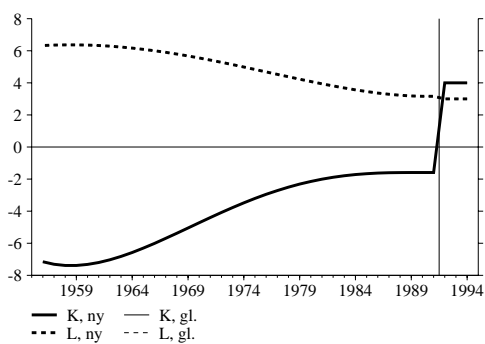
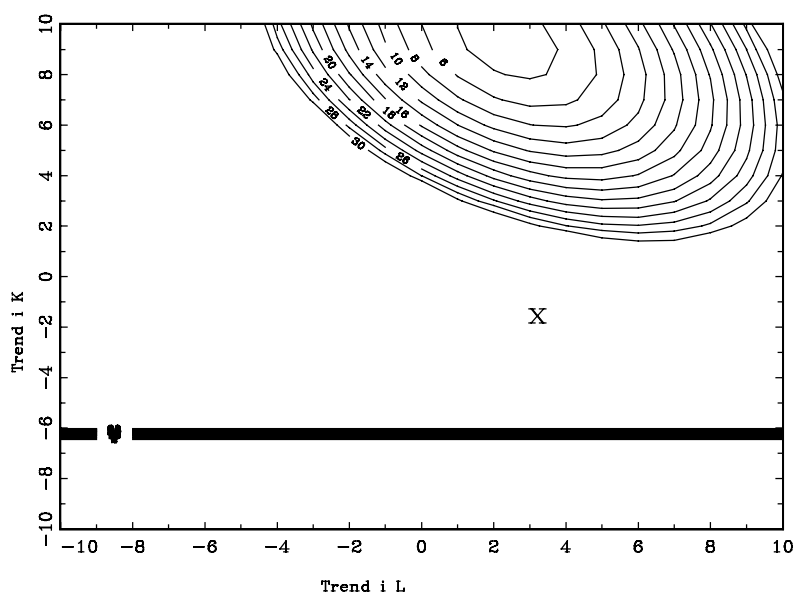
Hvor meget disse tre (bort)forklaringer vægter i forhold til hinanden er naturligvis svært at sige, lige så vel som at det er svært at sige noget om, hvorvidt forklaringerne er udtømmende.

I det følgende vises erhvervene ét for ét. I de tilfælde, hvor trendfremskrivningen ændres, markerer en cirkel den nye trendkombination, og der er også tegnet en pil mellem dette punkt og 1991-værdierne (markeret med "X"), så man kan få et indtryk af, hvor stor ændringen er.

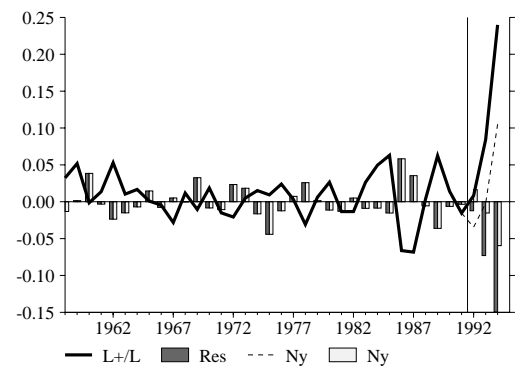
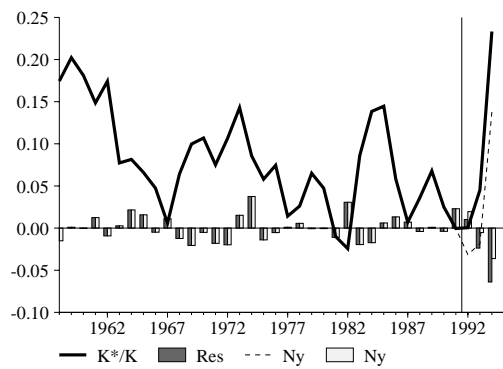
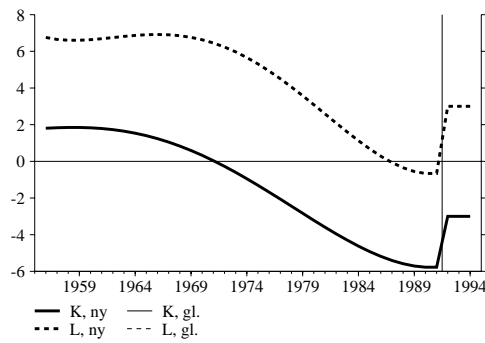
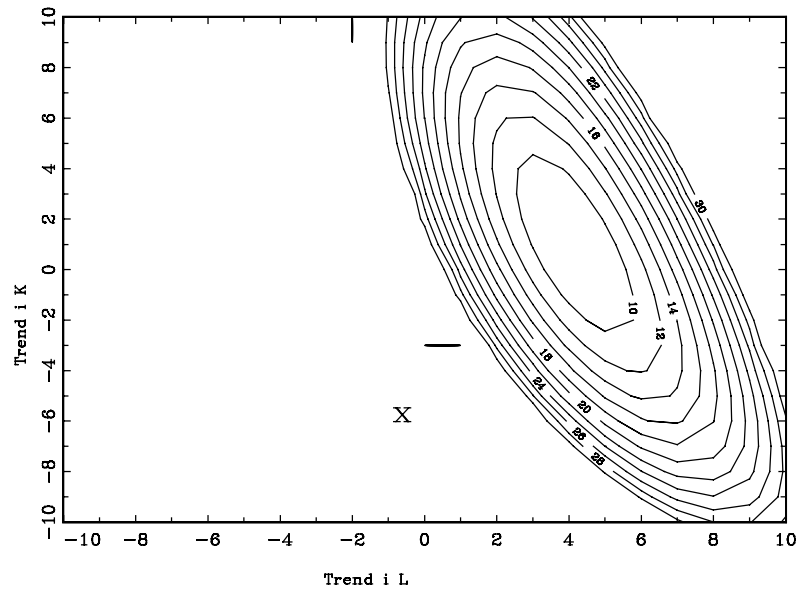
**qq-erhvervet**

Der foretages ingen ændringer i effektivitetsudvikling.

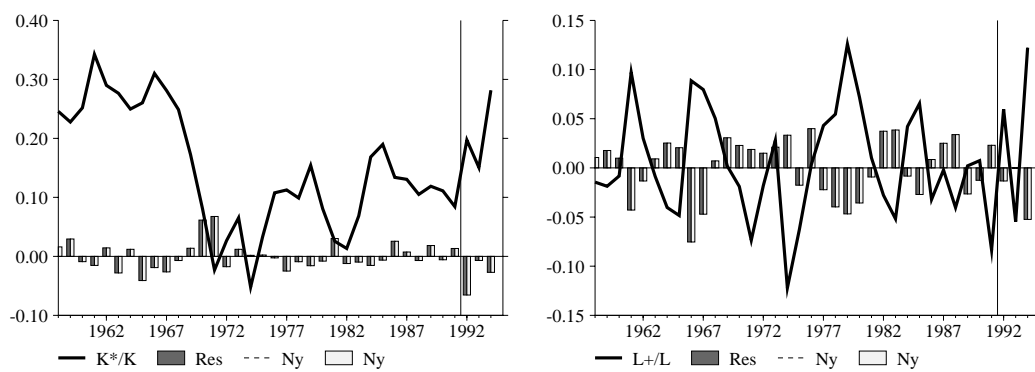
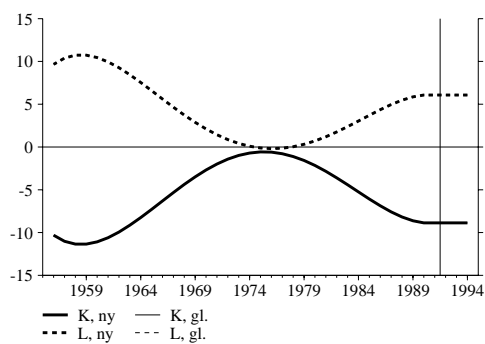
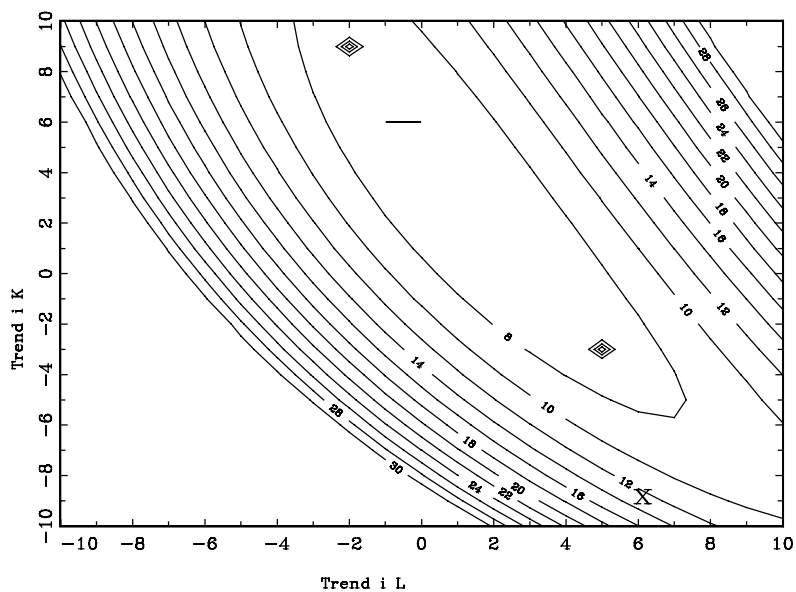


**qh-erhvervet**

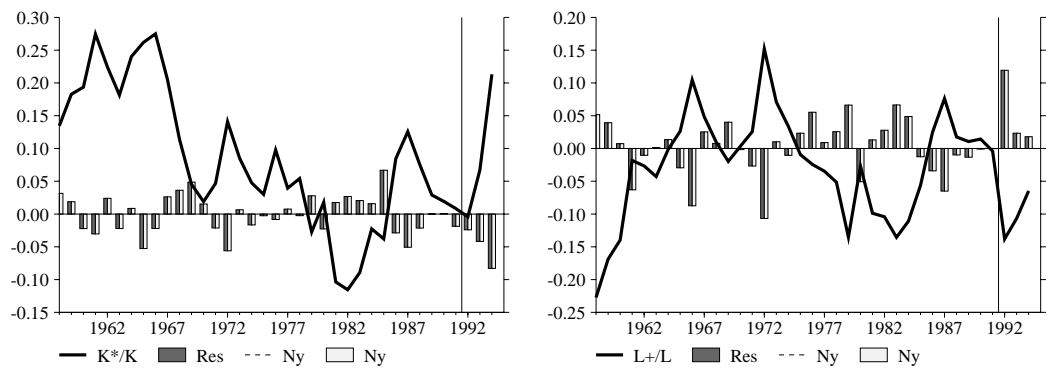
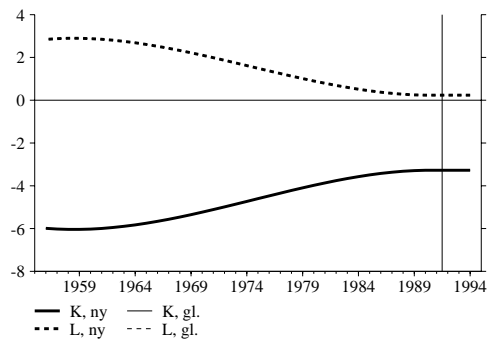
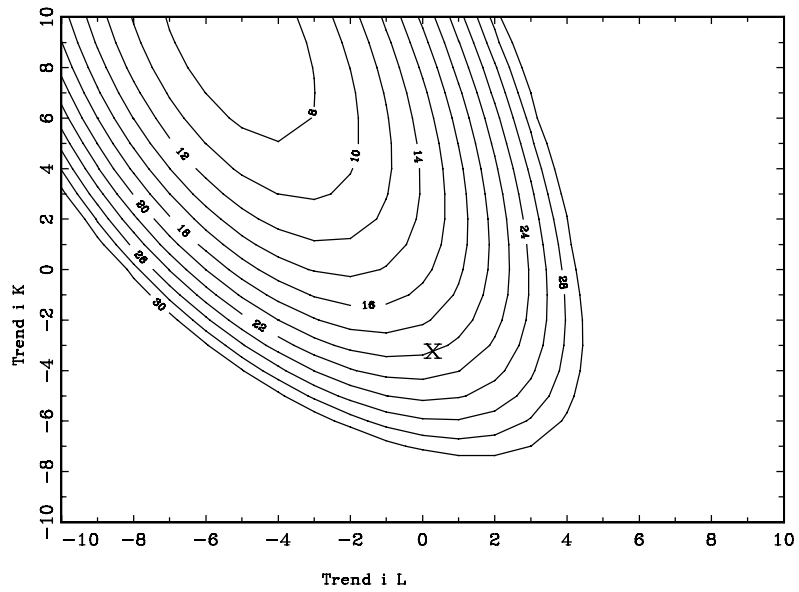
Effektivitets-vækstraterne sættes til  $R(e_K) = 4\%$  og  $R(e_L) = 3\%$ .

*nm*-erhvervet

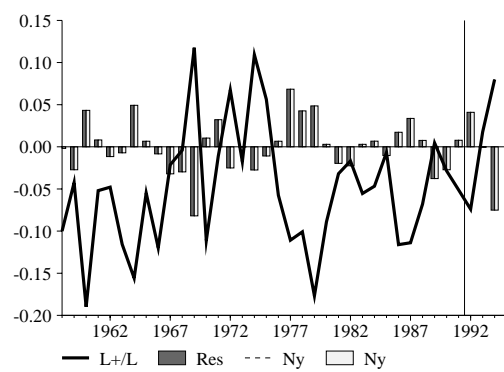
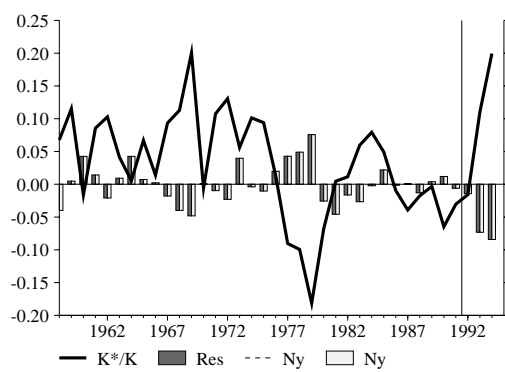
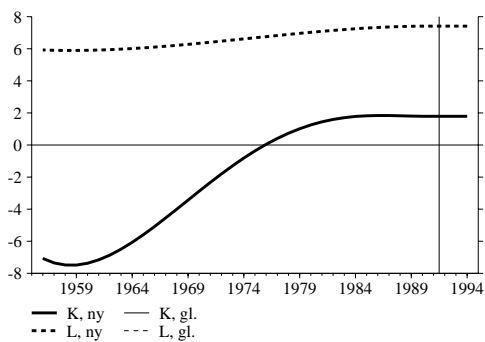
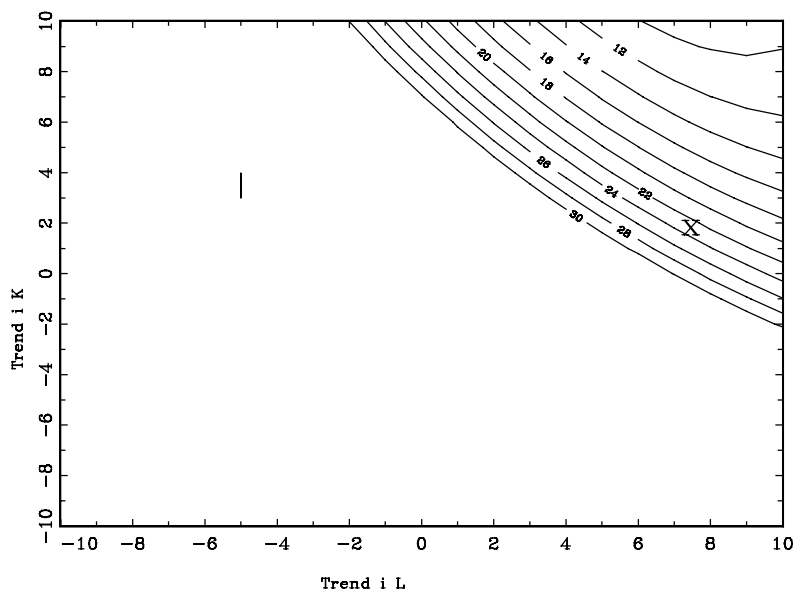
Effektivitets-vækstraterne sættes til  $R(e_K) = -3\%$  og  $R(e_L) = 3\%$ .

**qt-erhvervet**

Der foretages ingen ændringer i effektivitetsudvikling.

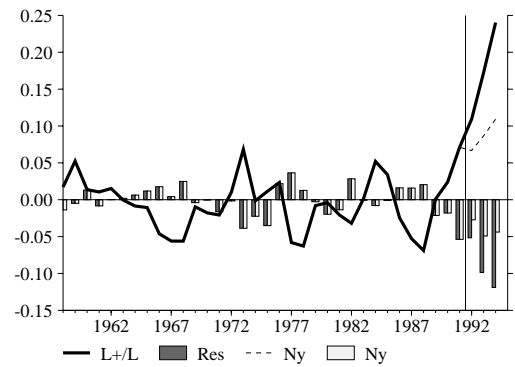
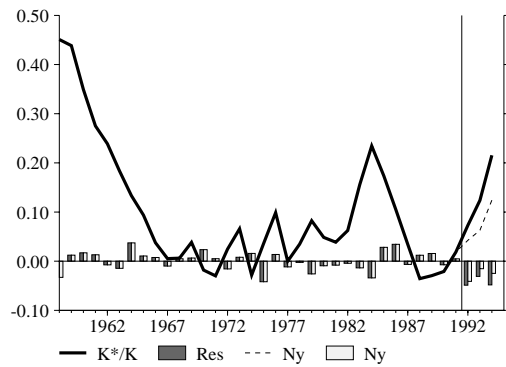
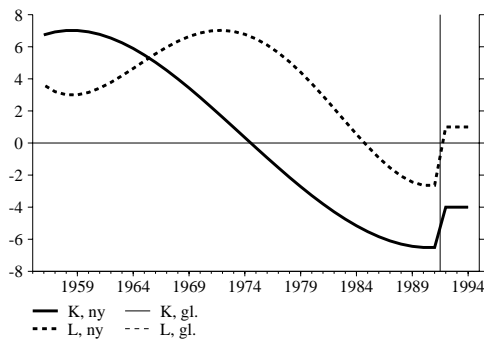
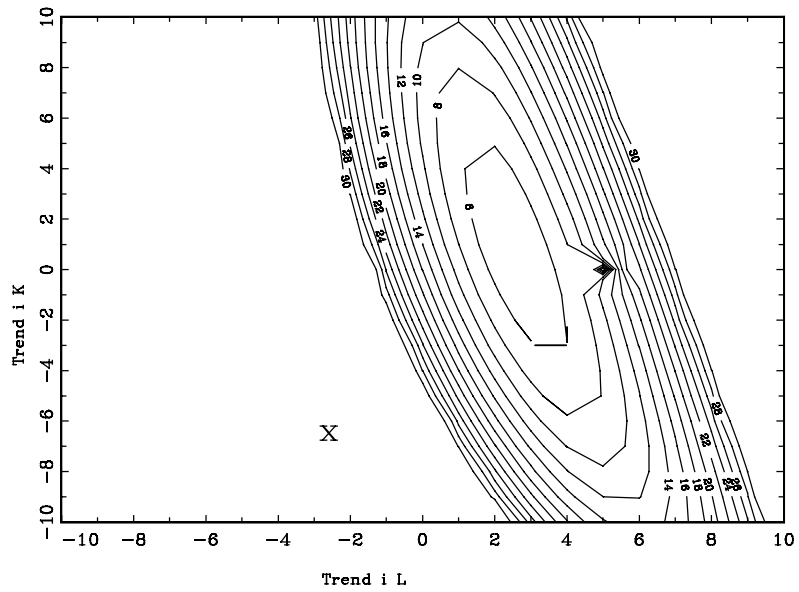
**b-erhvervet**

Der foretages ingen ændringer i effektivitetsudvikling.

**a-erhvervet**

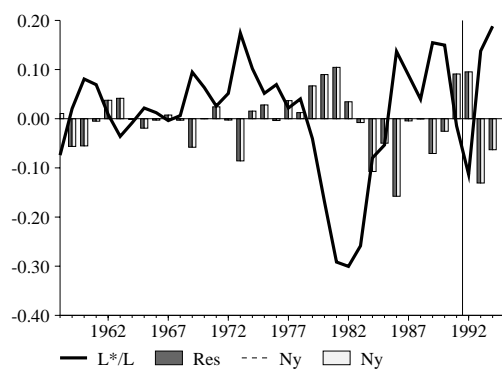
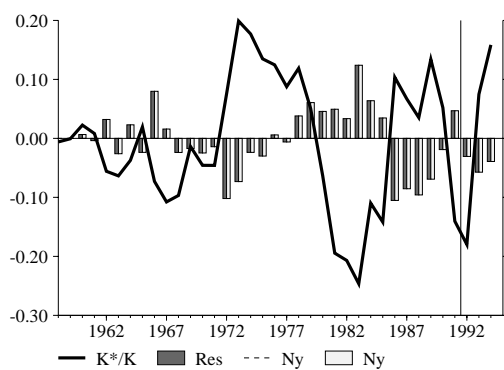
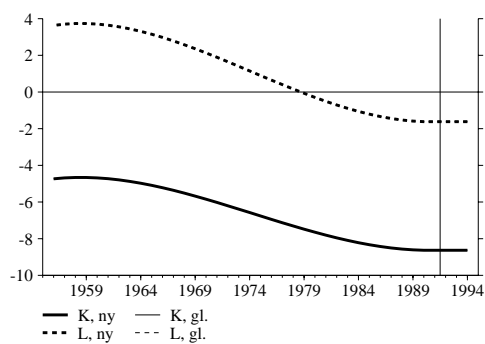
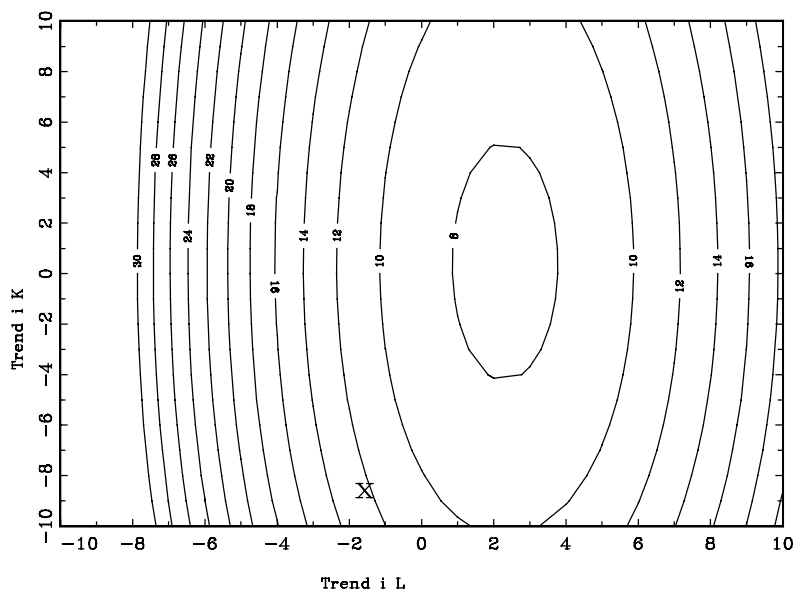
Der foretages ingen ændringer i effektivitetsudvikling.

**nq-erhvervet**

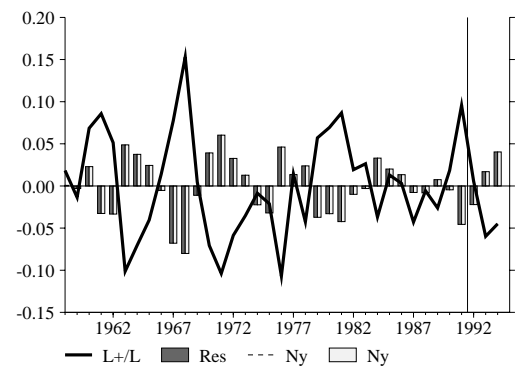
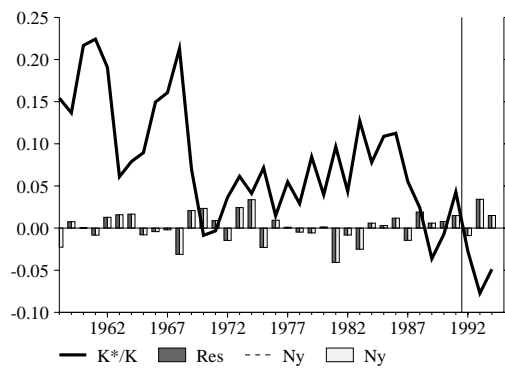
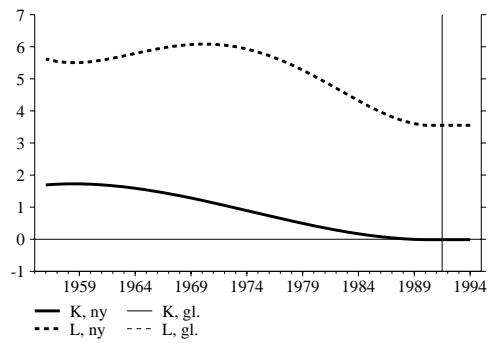
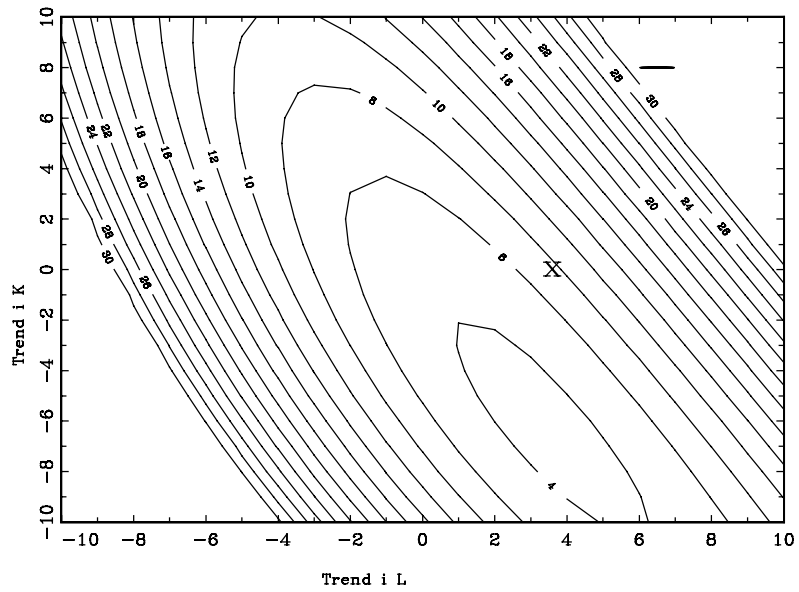


Effektivitets-vækstraterne sættes til  $R(e_K) = -4\%$  og  $R(e_L) = 1\%$ .

*qf*-erhvervet

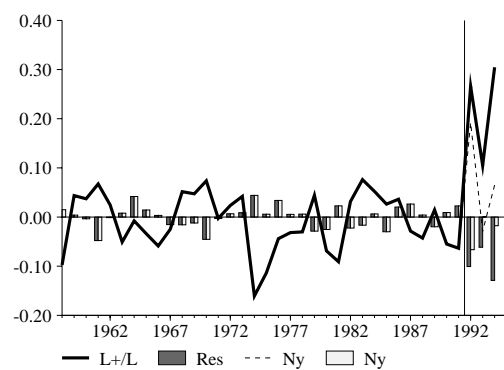
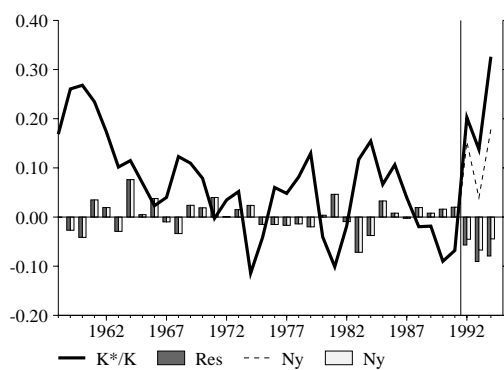
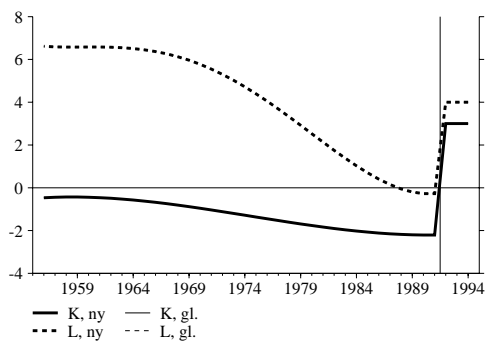
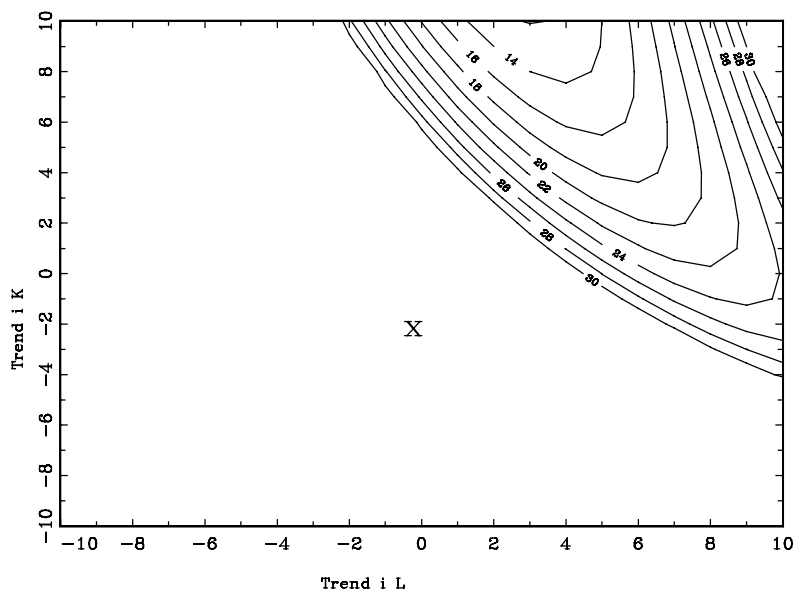


Der foretages ingen ændringer i effektivitetsudvikling.

*nf*-erhvervet

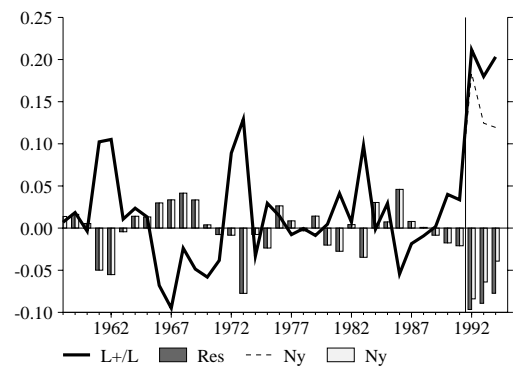
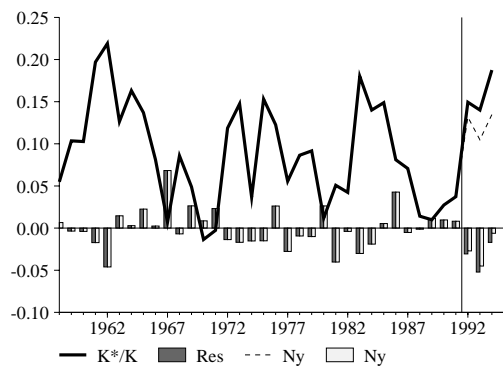
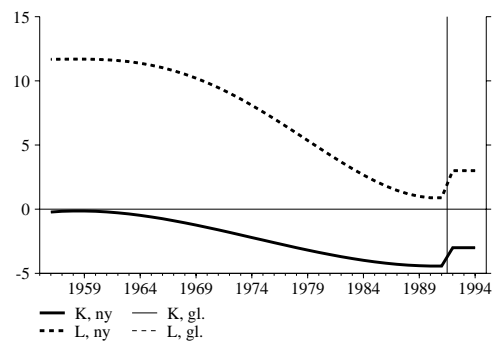
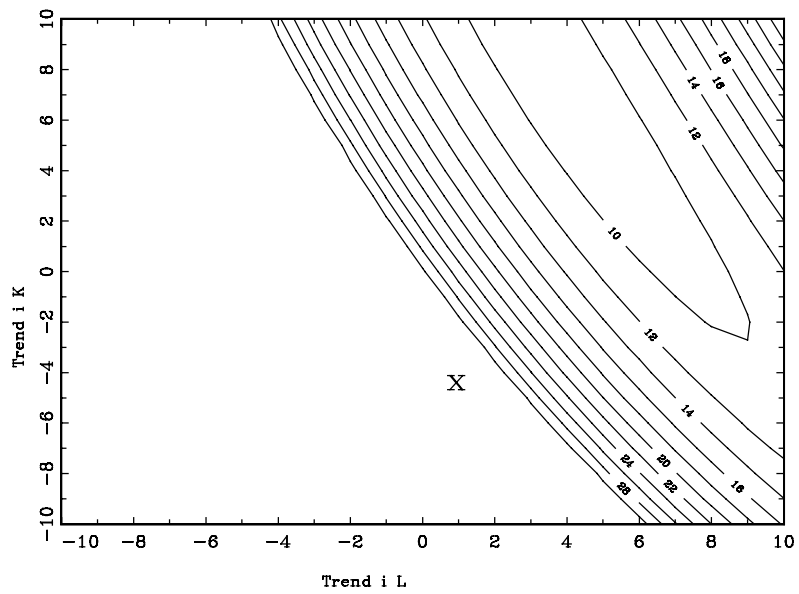
Der foretages ingen ændringer i effektivitetsudvikling.



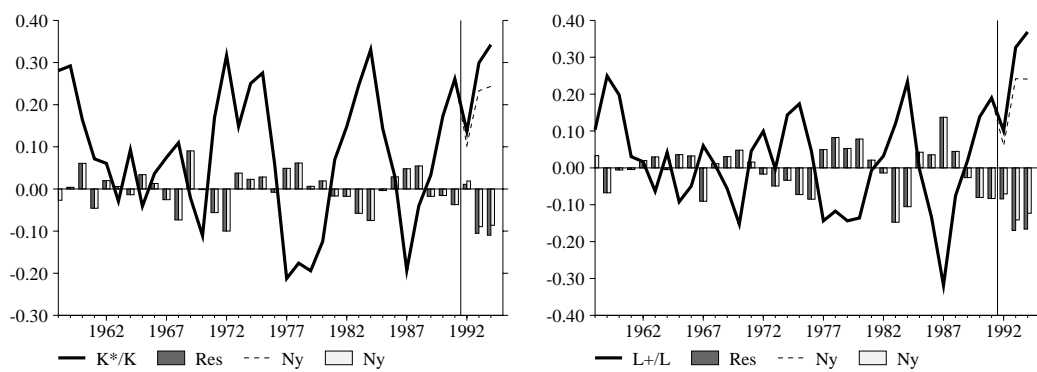
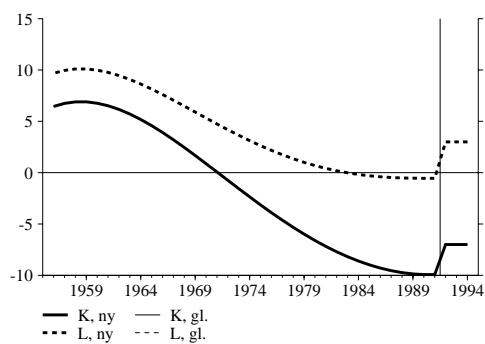
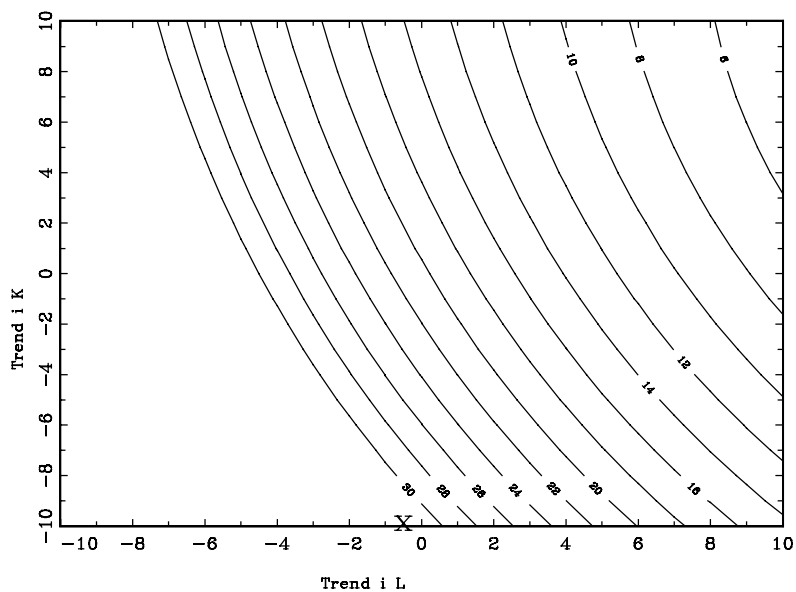
**nb-erhvervet**

Effektivitets-vækstraterne sættes til  $R(e_K) = 3\%$  og  $R(e_L) = 4\%$ .

**nk-erhvervet**

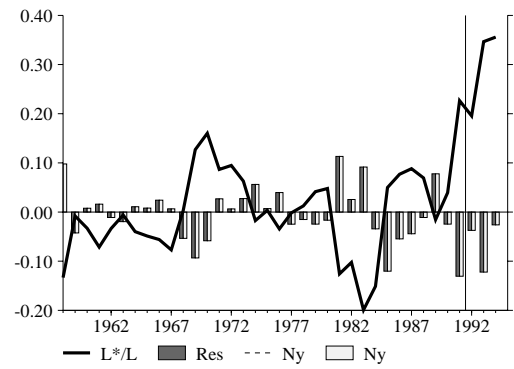
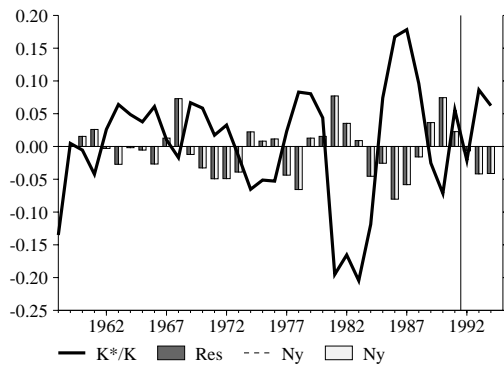
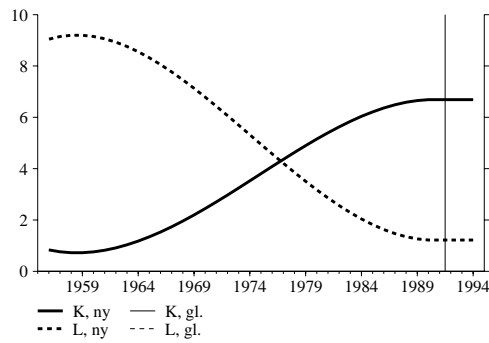
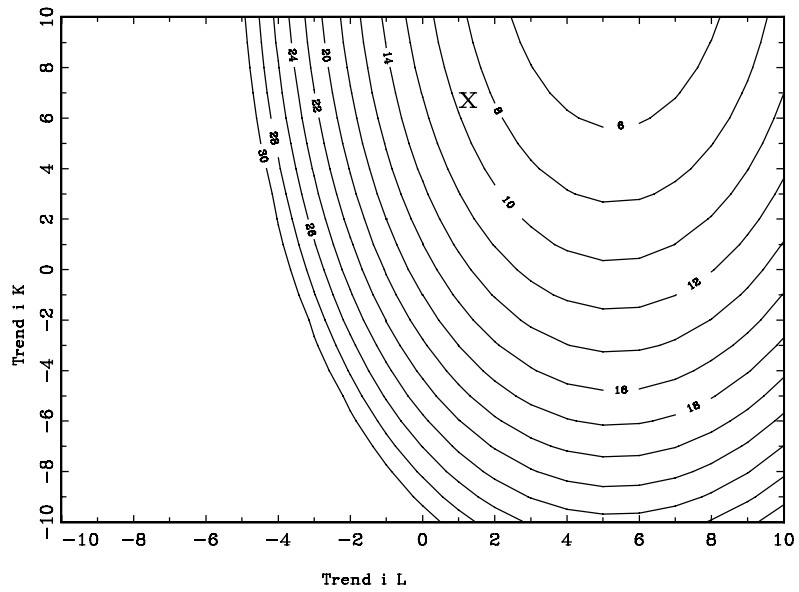


Effektivitets-vækstraterne sættes til  $R(e_K) = -3\%$  og  $R(e_L) = 3\%$ .

*nt*-erhvervet

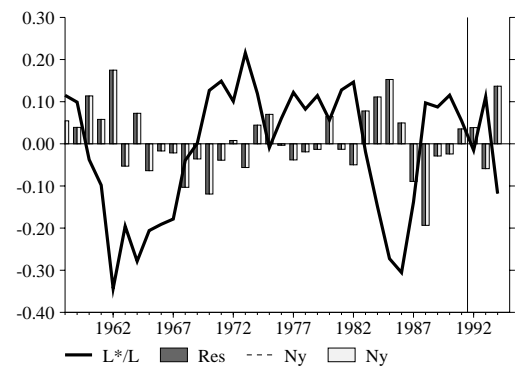
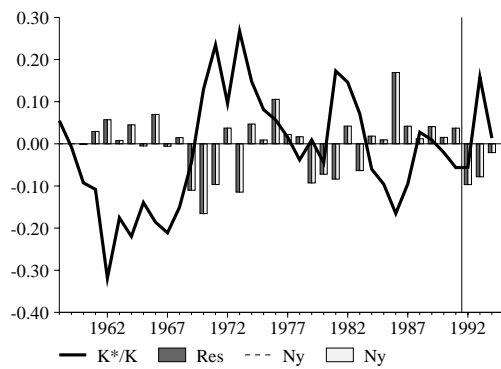
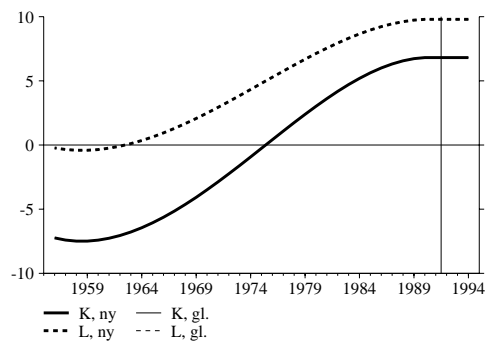
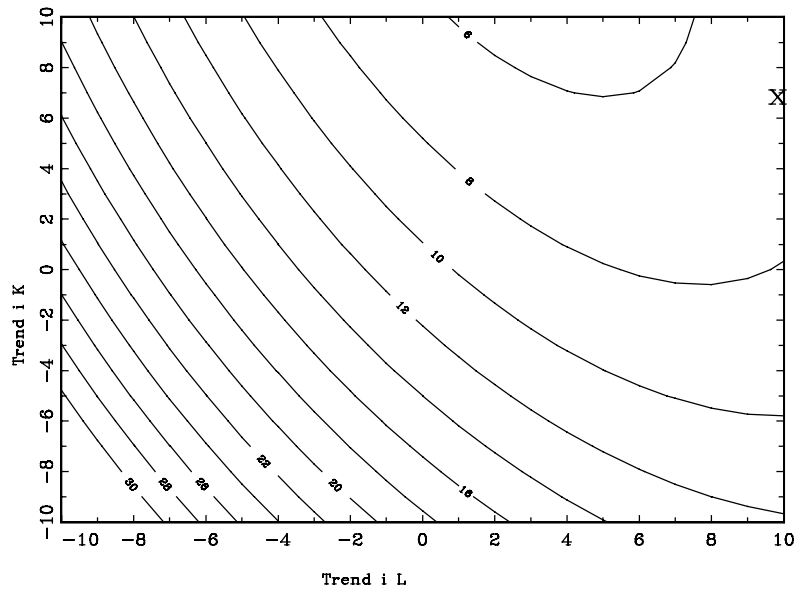
Effektivitets-vækstraterne sættes til  $R(e_K) = -7\%$  og  $R(e_L) = 3\%$ .

**ne-erhvervet**

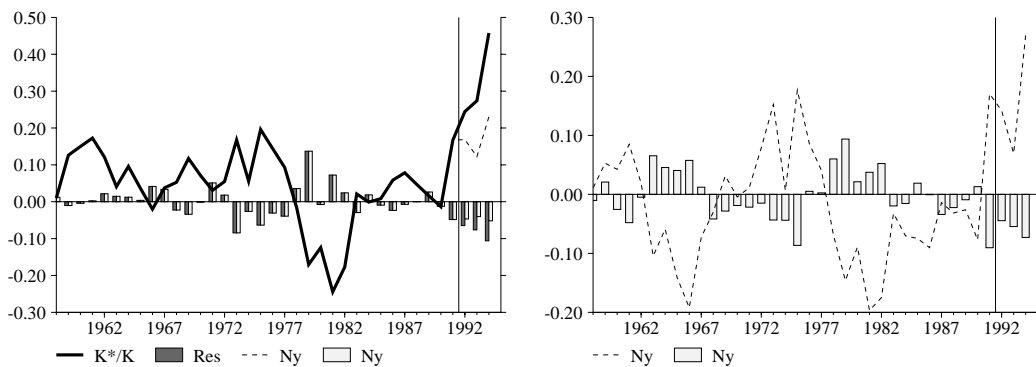
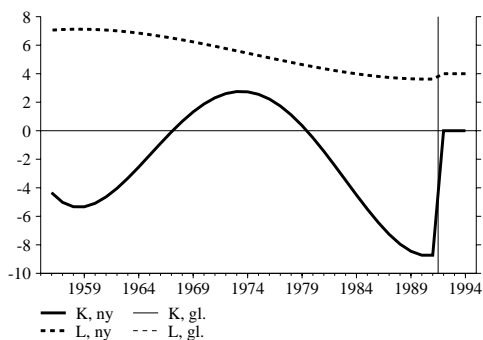
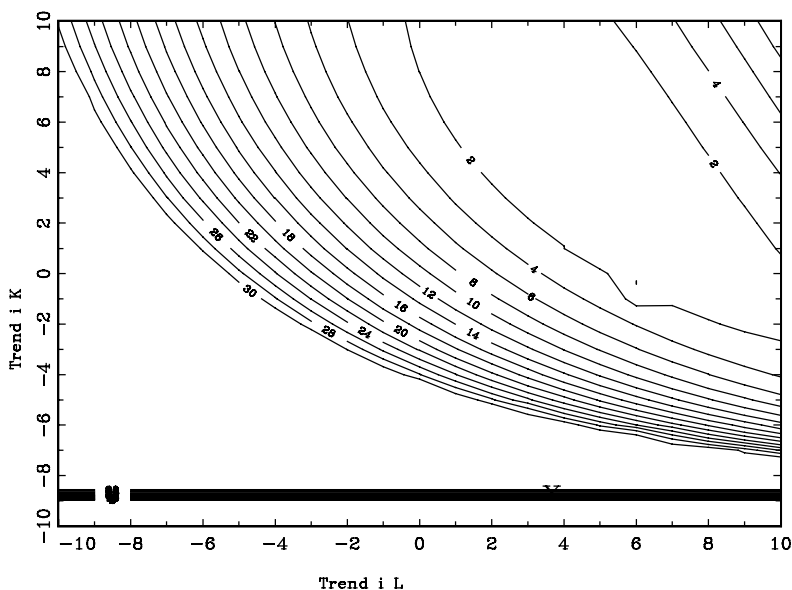


Der foretages ingen ændringer i effektivitetsudvikling.

### qs-erhvervet



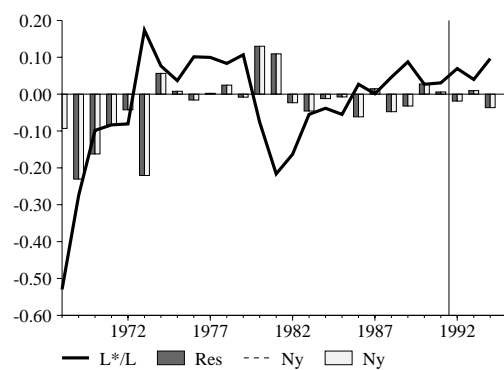
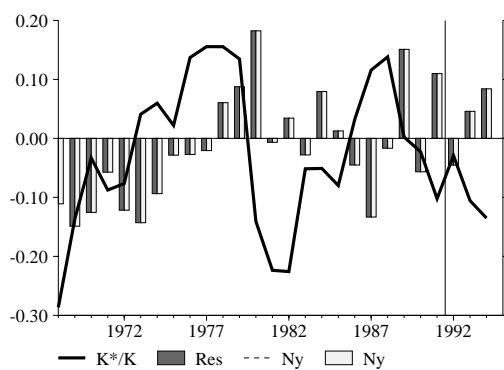
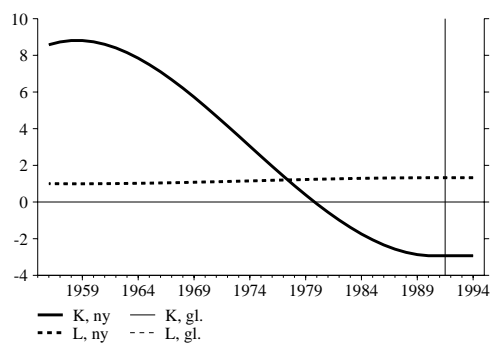
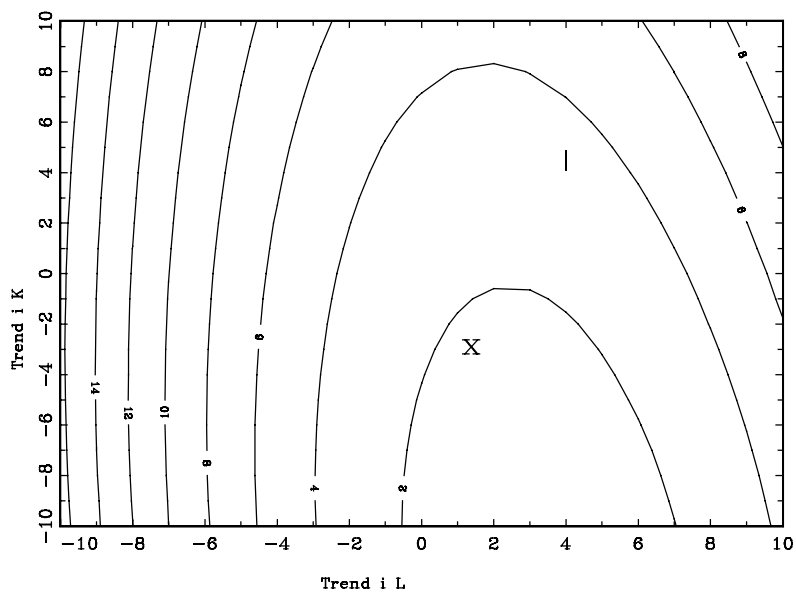
Der foretages ingen ændringer i effektivitetsudvikling.

**nn-erhvervet**

Effektivitets-vækstraterne sættes til  $R(e_K) = 0\%$  og  $R(e_L) = 4\%$ .

Her er der den særlige historie, at jeg af hensyn til  $K$ -understreg-problematikken har sat vækstraten i  $e_K$  til  $0\%$ , selv om dette faktisk ikke (målt på  $\chi^2$ -værdien) er nødvendigt. Men substitutionen er lille i dette erhverv, og parret med en stor omkostningsandel for  $K$ , kan man nemt komme tæt på kapacitetsgrænsen. Uden korrektion i vækstraterne kan  $L^+$  simpelthen ikke beregnes ( $K$  ryger under  $K$ -understreg). Derfor er figuren for  $L$  forskellig fra de andre.

**ng-erhvervet**



Der foretages ingen ændringer i effektivitetsudvikling.