

Sammenligning af tredje-generations GLO- og translog-estimationer

Resumé:

I nærværende papir præsenteres funktionsformen GLO (Generaliseret Leontief), som er en såkaldt fleksibel funktionsform i stil med fx translog. Det vises, at hvad angår simpelhed i faktorefterspørgselsligningerne finder man næppe noget mere attraktivt end GLO. Videre vises det med en estimation på et enkelt aggregeret erhverv (xx-erhvervet), at når der ses bort fra energi er GLO og translog ikke nemme at skelne fra hinanden. Begge modeller specificeres i sammenligningen med $((K,L,E),M)$ -nestning, konstant skalaafkast og tredje-generationsdynamik i form af trægt kapitalapparat. Slutteligen vises multiplikatorer m.m. for GLO-modellen med det formål at blive mere fortløbig med tredje-generations-tankegangen.

glo_tl.tth

Nøgleord: udbud glo translog faktorefterspørgsel beskæftigelse investeringer kapital energi materialer produktivitet

1. Indledning

Dette papir lægger sig som titlen antyder tæt op ad papiret TTH+KTH+JSM 20.11.93: *Sammenligning af 2. generations translog- og CES-estimationer*, hvor det bl.a. vist, at translog og nestet CES gav nogenlunde det samme. I dette papir vises det så, at GLO og translog giver nogenlunde det samme, og forfatteren håber så, at det giver grønt lys for at arbejde videre med GLO. Papiret trækker endvidere en del på papiret TTH 10.10.93 om skyggepriser (*Mulige genveje til tredje generations translog-funktioner*), som man nok bør have ved hånden eller in mente, når man læser det følgende.

Desuden benyttes i GLO (og i praksis også i translog) den af KTH udviklede effektivitetstankegang; jf. KTH 07.12.93: *Teknologiske fremskridt i translog- og CES-produktionsfunktionerne*. Til sidst skal det nævnes, at papiret med fordel kan ses i lyset af papiret JSM+KTH 07.02.94: *Om faktorefterspørgslen i den kommende version af ADAM*. I appendiks 1 kan man se, hvordan disse to konkurrenter fitter i forhold til hinanden.

Konklusionen på papiret er, at hvis vi ønsker at modellere energien som en integreret del af faktorefterspørgselssystemet, har GLO en klar fordel i forhold til translog i kraft af meget mere stabile priselastisiteter. Desuden er GLO særdeles velegnet til at "betinge" på én eller flere faktorer, og systemet har også den fordel, at man kan teste, om én eller flere faktorer (energi og/eller materialer) evt. kunne i-o-bestemmes, idet GLO (som navnet antyder) uden videre kan specialisere til en Leontief-funktion for én eller flere faktorer.

Det vises desuden, at det ikke er hårrejsende indviklet at pålægge separabilitet (nestningsstrukturer) i GLO, men sådanne kan (ligesom for translog) kun pålægges "lokalt"; dvs. i et enkelt punkt (år).¹ Af egentlige hager kan nævnes, at en fremskrivning af de indbyggede (effektivitetstrends) giver et negativt energiforbrug efter 35 år, og der foreslås derfor et alternativ til "effektivitetstrendene".

Alt i alt er GLO særdeles bekvem at arbejde med. Ser vi bort fra disse magelighedshensyn, må man sige, at givet den relativt begrænsede faktorsubstitution, vi har estimeret os til (vi er et godt stykke fra Cobb-Douglas, hvis vi skal have alle fire faktorer med), har GLO et væsentligt fortrin, hvad modellering af energien angår.

I papiret opereres med fire faktorer (X_1 , X_2 , X_3 og X_4), svarende til de fire produktionsfaktorer K , L , E og M .

¹Med mindre faktoren separeres helt ud, svarende til en Leontief-beskrivelse. Denne "fulde" separation gælder globalt i GLO.

1.1 Hvad er GLO for noget?

GLO er en minimumsomkostningsfunktion, som ser ud som følger, hvis der pålægges konstant skalaafkast:

$$C^* = Y \sum_i \sum_j \beta_{ij} P_i^{0.5} P_j^{0.5}, \quad i=1,2,3,4 \text{ og } j=1,2,3,4 \quad (1)$$

Det ses, at omkostningsfunktionen uden videre (dvs. uden restriktioner på parametrene) er homogen af første grad i faktorpriserne. Vi kan så bruge Shephards Lemma ($X_i^* = dC^*/dP_i$) til at få faktorefterspørgslerne med:

$$X_1^* = Y \left[\beta_{11} + \beta_{12} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{0.5} + \beta_{13} \left(\frac{P_3}{P_1} \right)^{0.5} + \beta_{14} \left(\frac{P_4}{P_1} \right)^{0.5} \right] \quad (2)$$

$$X_2^* = Y \left[\beta_{21} \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{0.5} + \beta_{22} + \beta_{23} \left(\frac{P_3}{P_2} \right)^{0.5} + \beta_{24} \left(\frac{P_4}{P_2} \right)^{0.5} \right] \quad (3)$$

$$X_3^* = Y \left[\beta_{31} \left(\frac{P_1}{P_3} \right)^{0.5} + \beta_{32} \left(\frac{P_2}{P_3} \right)^{0.5} + \beta_{33} + \beta_{34} \left(\frac{P_4}{P_3} \right)^{0.5} \right] \quad (4)$$

$$X_4^* = Y \left[\beta_{41} \left(\frac{P_1}{P_4} \right)^{0.5} + \beta_{42} \left(\frac{P_2}{P_4} \right)^{0.5} + \beta_{43} \left(\frac{P_3}{P_4} \right)^{0.5} + \beta_{44} \right] \quad (5)$$

Slutsky-symmetri lægges på ved at sætte $\beta_{ij} = \beta_{ji}$, og denne restriktion og lidt flytten rundt giver de mindre kønne, men mere kompakte og ækvivalente:

$$X_1^* = Y \left[\beta_{11} + \left(\beta_{12} P_2^{0.5} + \beta_{13} P_3^{0.5} + \beta_{14} P_4^{0.5} \right) P_1^{-0.5} \right] \quad (6)$$

$$X_2^* = Y \left[\beta_{22} + \left(\beta_{12} P_1^{0.5} + \beta_{23} P_3^{0.5} + \beta_{24} P_4^{0.5} \right) P_2^{-0.5} \right] \quad (7)$$

$$X_3^* = Y \left[\beta_{33} + \left(\beta_{13} P_1^{0.5} + \beta_{23} P_2^{0.5} + \beta_{34} P_4^{0.5} \right) P_3^{-0.5} \right] \quad (8)$$

$$X_4^* = Y \left[\beta_{44} + \left(\beta_{14} P_1^{0.5} + \beta_{24} P_2^{0.5} + \beta_{34} P_3^{0.5} \right) P_4^{-0.5} \right] \quad (9)$$

Elasticiteterne i GLO er rimeligt pæne – her først egenpriselasticiteten (for den i -te faktor):

$$\varepsilon_{ii} = 0.5 \beta_{ii} \left[\frac{X_i^*}{Y} \right]^{-1} - 0.5 \quad (10)$$

Krydspriselasticiteten (faktor i 's følsomhed mht. faktorpris j) er:

$$\varepsilon_{ij} = 0.5 \beta_{ij} \left[\frac{X_i^*}{Y} \right]^{-1} P_i^{-0.5} P_j^{0.5}, \quad i \neq j \quad (11)$$

Her skal man naturligvis først udregne X_1^* fra (6), før elasticiteterne regnes ud. Bemærk at elasticiteterne kun afhænger af de relative faktorpriser, og altså er uafhængige af produktionsniveauet. Desuden er de homogene af nulte grad i samtlige faktorpriser; dvs. at en 1%’s forøgelse af samtlige faktorpriser ikke ændrer elasticiteterne.

Hvis et egen- β (β_{ii}) er lig nul, ses det, at egenpriselasticiteten vil være (konstant) lig -0.5 . Hvis egen- β 'et er positivt, vil egenelasticiteten altid være større end -0.5 (dvs. tættere på nul) og vice versa. Desuden ses det, at hvis indholdet i den kantede parentes i (10) er konstant lig β_{ii} , vil egenelasticiteten være konstant lig nul (Leontief). Dette kan sikres for faktor i ved at sætte alle β 'er indeholdende tallet i i fodtegnet til nul.

Kryds- β 'erne siger noget om substitutionen, og det ses, at der er komplementaritet ($\varepsilon_{ij} < 0$) hvis og kun hvis $\beta_{ij} < 0$. Givet $\beta_{ij} < 0$ vil der altid være komplementaritet mellem i og j , uanset faktorprisernes størrelse. Og givet $\beta_{ij} > 0$ vil der altid være substitution.

Der gælder det om GLO-funktionen, at den er globalt konsistent, hvis alle β 'erne er positive. GLO-funktionen opfører sig altså altid ordentligt, hvis de estimerede egenpriselasticiteter ligger i området $[-0.5; 0]$ og der ikke er komplementaritet mellem to eller flere af faktorerne.

1.2 Pålæggelse af ((K,L,E),M)-separabilitet i GLO

For en ordens skyld vises, hvordan nestningsstrukturen ((K,L,E),M) lægges på GLO. Dette og meget andet vil om nogle måneder blive gennemgået mere udførligt i et større værk af dette papirs forfatter. For at forkorte notationen lidt, indføres hjælpevariablerne P_{ij} , givet som

$$P_{ij} = [P_i(1989)]^{-0.5} [P_j(1989)]^{0.5} \quad (12)$$

Man kan så regne ud, at ((K,L,E),M)-nestningen kræver de to følgende parameterrestriktioner overholdt:

$$\beta_{14} = \frac{1}{P_{14}} \beta_{34} P_{34} \frac{\beta_{11} P_{11} + \beta_{12} P_{12} + \beta_{13} P_{13}}{\beta_{13} P_{31} + \beta_{23} P_{32} + \beta_{33} P_{33}} \quad (13)$$

$$\beta_{24} = \frac{1}{P_{24}} \beta_{34} P_{34} \frac{\beta_{12} P_{21} + \beta_{22} P_{22} + \beta_{23} P_{23}}{\beta_{13} P_{31} + \beta_{23} P_{32} + \beta_{33} P_{33}} \quad (14)$$

Restriktionerne sikrer, at $\epsilon_{14} = \epsilon_{24} = \epsilon_{34}$ i året 1989. Nestningsstrukturerne (((K,L),E),M)- og (((K,E),L),M) er også til at lægge på, hvis man ønsker det.

1.3 Trends i GLO (og translog)

De teknologiske trends specificeres i dette papir som effektivitetstrends, idet faktorerne og faktorpriserne justeres "modsat":

$$X_i^{\text{eff}} = Z_i \cdot X_i^{\text{obs}} = e^{z_i t + z t^2} X_i^{\text{obs}} \quad (15)$$

$$P_i^{\text{eff}} = \frac{P_i^{\text{obs}}}{Z_i} = \frac{P_i^{\text{obs}}}{e^{z_i t + z t^2}} \quad (16)$$

Her er Z_i effektivitetsindeks (i niveau), og væksten i disse beskrives så af de fem trendparametre z , z_1 - z_4 , og som vist i KTH 07.12.93 kan man direkte oversætte translogfunktionens fem trendparametre (som i translog-sprog hedder *bt1*, *bt2*, *bt3*, *at* og *att*, jf. evt. TTH+KTH+JSM 20.11.93 eller PBR 26.04.92) til disse effektivitetsparametre – der er som vist i papiret overraskende nok tale om en ren omparametrisering.

De her nævnte effektivitetstrends ligger altså og "spøger" under hele systemet, så når der i det følgende er ligninger for X 'er og P 'er, er der i virkeligheden tale om *effektive* X 'er og P 'er, med mindre andet er angivet.

1.4 Hvordan betinges på K i GLO og translog?

Af tidsmæssige årsager vil jeg ikke her gå i alt for mange detaljer med, hvordan der betinges på K i GLO hhv. translog. Men det, der sker i GLO er, at man isolerer P_1 fra ligning (6) side 3 og indsætter dette udtryk i de tre resterende ligninger. På den måde kommer X_1 til at optræde i ligningerne for X_2 - X_4 , mens X_1 selv beskrives som en (logaritmisk) partiel tilpasning til det optimale niveau. Det giver:

$$X_1^* = Y \left[\beta_{11} + \left(\beta_{12}P_2^{0.5} + \beta_{13}P_3^{0.5} + \beta_{14}P_4^{0.5} \right) P_1^{-0.5} \right] \quad (17a)$$

$$X_1 = X_1^{*\lambda} X_1(-1)^{1-\lambda} \quad (17b)$$

$$X_2 = Y \left[\beta_{22} + \left(\beta_{12} \frac{\beta_{12}P_2^{0.5} + \beta_{13}P_3^{0.5} + \beta_{14}P_4^{0.5}}{X_1/Y - \beta_{11}} + \beta_{23}P_3^{0.5} + \beta_{24}P_4^{0.5} \right) P_2^{-0.5} \right] \quad (18)$$

$$X_3 = Y \left[\beta_{33} + \left(\beta_{13} \frac{\beta_{12}P_2^{0.5} + \beta_{13}P_3^{0.5} + \beta_{14}P_4^{0.5}}{X_1/Y - \beta_{11}} + \beta_{23}P_2^{0.5} + \beta_{34}P_4^{0.5} \right) P_3^{-0.5} \right] \quad (19)$$

$$X_4 = Y \left[\beta_{44} + \left(\beta_{14} \frac{\beta_{12}P_2^{0.5} + \beta_{13}P_3^{0.5} + \beta_{14}P_4^{0.5}}{X_1/Y - \beta_{11}} + \beta_{24}P_2^{0.5} + \beta_{34}P_3^{0.5} \right) P_4^{-0.5} \right] \quad (20)$$

Ligningen for X_1^* er langsigtsgligningen (6). Sættes λ lig én klapper systemet sammen til de almindelige (langsigtsgligninger) GLO-ligninger.

I translog kan man desværre ikke isolere P_1 i ligningen for X_1 , så her må man i stedet (hvis man ikke vil iterere) bruge sammenhængen

$$\log(X_j) - \log(X_j^*) = \frac{\varepsilon_{j1}}{\varepsilon_{11}} \left[\log(X_1) - \log(X_1^*) \right] \quad (21)$$

hvor man husker at ε -erne er (langsigtsgligninger) partielle priselasticiteter. Denne sammenhæng gælder approksimativt (dvs. for "rimelige" K/K^0 -forhold), jf. TTH 10.10.93.

2. Sammenligning af estimationsresultater

De to følgende tabeller ses de estimerede langsigtselasticiteter (1989-værdier) for GLO hhv. translog. I begge systemer estimeres 14 parametre, svarende til 3½ pr. ligning.

Tabel 1. GLO. Langsigtselasticiteter for samlet fremstilling og service

	<i>PK</i>	<i>PL</i>	<i>PE</i>	<i>PM</i>	<i>s</i>	R^2	DW
<i>K</i>	-0.45	0.37	-0.12	0.21	0.0140	0.9993	1.24
<i>L</i>	0.10	-0.34	0.03	0.21	0.0224	0.9498	0.65
<i>E</i>	-0.49	0.44	-0.17	0.21	0.0425	0.9745	1.13
<i>M</i>	0.03	0.13	0.01	-0.17	0.0134	0.9976	0.63

Anm. n = 1957-1989. Tilpasningshastighed for *K* = 0.38. Log likelihood = 346.74

Disse elasticiteter ligner elasticiteterne fra tremandspapiret TTH+KTH+JSM 20.11.93 en hel del, idet kapitalens og energiens lønfølsomhed dog er lidt større her. Men det skal måske også ses i lyset af, at disse elasticiteter i ovennævnte papir er bundet til at være ens.² Alle estimerede β 'er på nær β_{13} (substitutionen mellem *K* og *E*) er positive, og vi er derfor "tæt" på at have et globalt konsistent system, jf afsnit 1.1.³

Tabel 2. Translog. Langsigtselasticiteter for samlet fremstilling og service

	<i>PK</i>	<i>PL</i>	<i>PE</i>	<i>PM</i>	<i>s</i>	R^2	DW
<i>K</i>	-0.43	0.35	-0.12	0.20	0.0120	0.9995	1.62
<i>L</i>	0.09	-0.32	0.03	0.20	0.0235	0.9458	0.66
<i>E</i>	-0.47	0.39	-0.12	0.20	0.0504	0.9645	0.93
<i>M</i>	0.03	0.12	0.01	-0.16	0.0127	0.9979	0.74

Anm. n = 1957-1989. Tilpasningshastighed for *K* = 0.39. Log likelihood = 338.10

²Elasticiteterne i det nævnte papir var som følger for CES-estimationen:

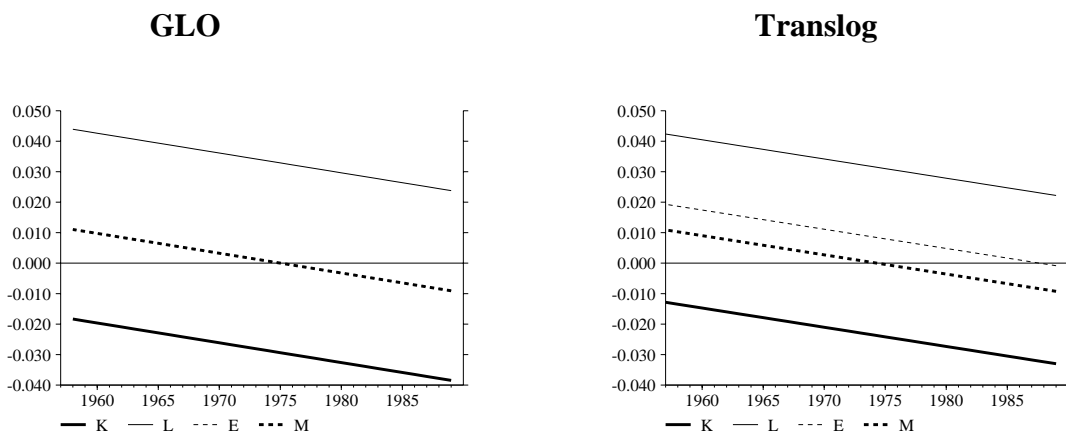
-0.47	0.28	-0.09	0.28
0.08	-0.38	0.02	0.28
-0.39	0.28	-0.18	0.28
0.04	0.17	0.01	-0.22

³Man kan i hvert enkelt år tjekke, om omkostningsfunktionen er kvasikonkav (det er noget med at finde nogle egenværdier), svarende til at isokvanterne i den bagvedliggende produktionsfunktion krummer den rigtige vej. I den konkrete estimation er omkostningsfunktionen kvasikonkav i alle "punkterne" (årene), således at vi i hvert fald ikke i estimationsperioden er røget uden for konsistensområdet.

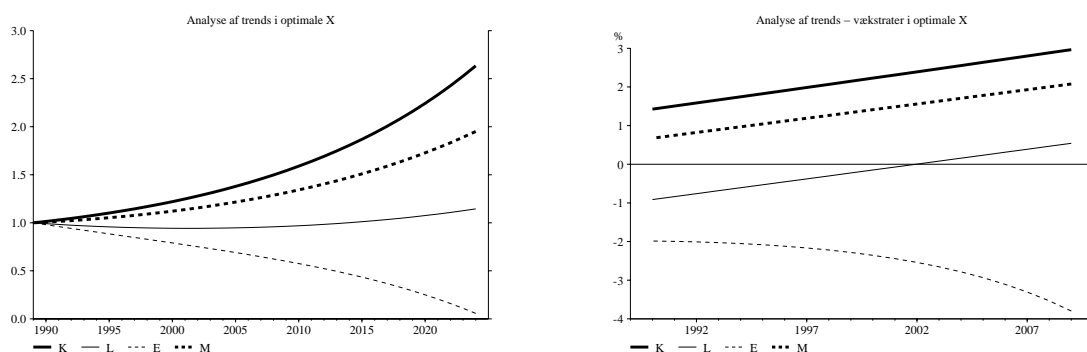
Som det ses, er estimationerne nærmest uskelnelige, målt på elasticiteterne. Translog fitter dog en anelse bedre, hvad K og M angår, men det går tilsyneladende ud over specielt energien, hvor GLO klarer sig noget bedre. Vi ser i øvrigt, at vi i begge tilfælde ikke er langt fra en $((K,E),L),M$ -nestning (kapitalens og energiens lønelasticitet er næsten ens).

De bagvedliggende effektivitetstrends er også ret ens. Der er oversat fra almindelige translog-trendparametre til z 'er vha. den fundne sammenhæng i KTH 07.12.93.

Figur 1. Sammenligning af vækstrater i effektivitetsindeks i de to systemer



I GLO-figuren ligger E oven i M . Kedeligt nok er der problemer med at fremskrive disse trends uden videre. Årsagen til at det går galt skal findes i komplementariteten mellem K og E og den kraftige trend i effektiviteten i K . Nedenfor ses det, hvad der sker i GLO, hvis man fremskriver trendene med konstant Y og konstante faktorpriser. Niveauerne er normeret til én i 1989.

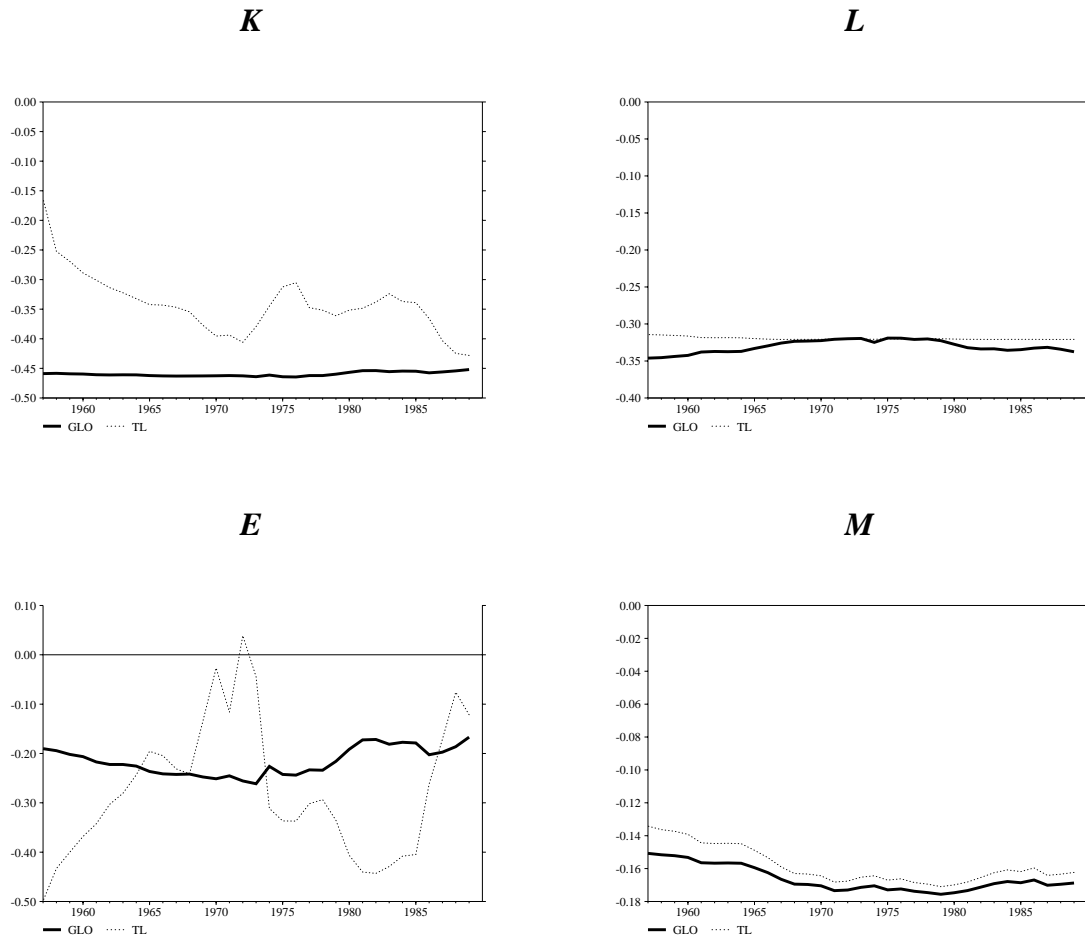
Figur 2. Fremskrivning af trends i GLO

Som det ses, går det galt for energien efter 35 år. Forklaringen er som følger:

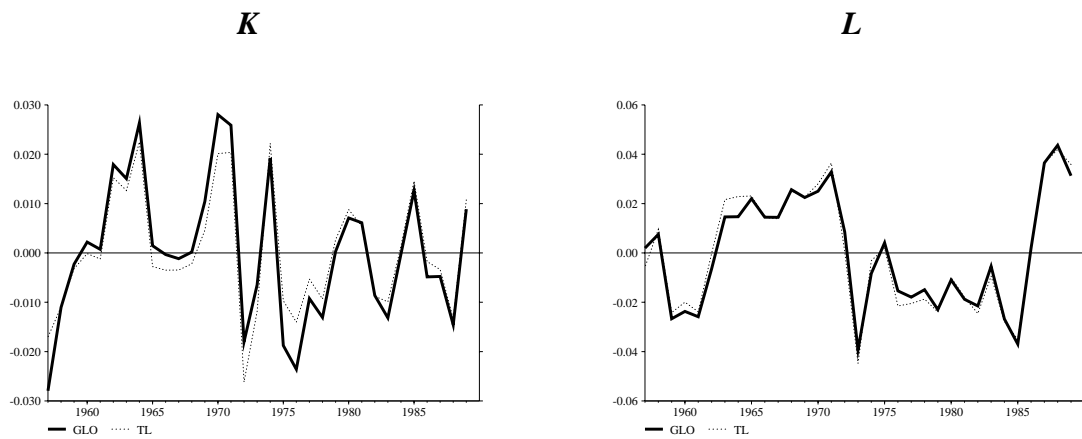
Trendene betyder, jf. figur 1, at de *effektive* faktorpriser stiger med hhv. +3.9, -2.3, +0.9 og +0.9 procent pr. år for X_1 - X_4 . Det betyder, at det *effektive* forbrug af E (X_3) stiger med $-0.49 \cdot 3.9 + 0.44 \cdot (-2.3) + (-0.17) \cdot 0.9 + 0.21 \cdot 0.9 = -2.9\%$ om året, idet de relevante elasticiteter fra tabel 1 side 7 ganges på. Da energien bliver 0.9% mindre effektiv om året, bruges i alt 2.0% mindre energi om året, og det er da også, hvad man ser i figur 2 i 1989. Se evt. appendiks 3 for en uddybning af dette regnestykke.

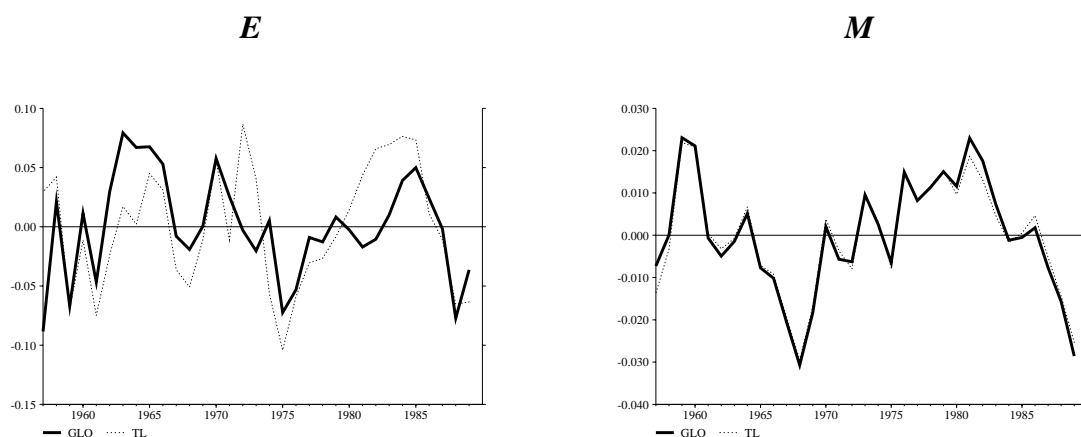
I translog bliver energiforbruget negativt efter 49 år, hvis trendene køres frem som ovenfor.

Elasticiteterne er som vist ovenfor næsten fuldstændig ens i 1989, men for kapitalens og (særligt) energiens vedkommende der er dog forskelle i den historiske periode. Nedenfor vises det historiske forløb for egenpriselasticiteterne.

Figur 3. Egenpriselasticiteter i GLO og translog

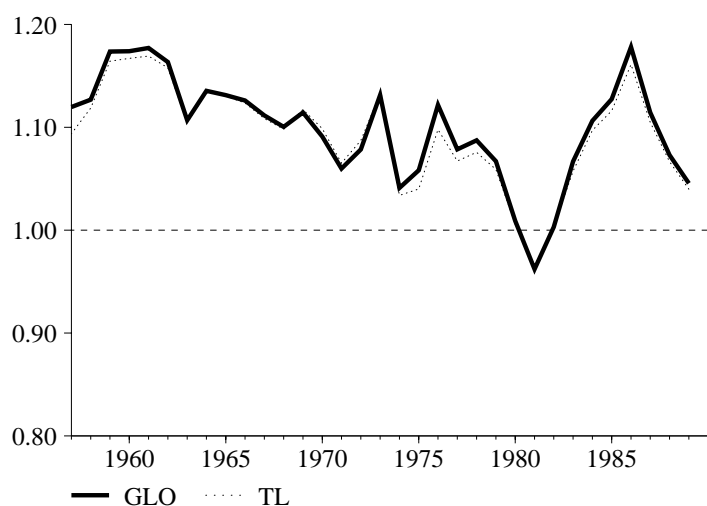
Residualerne er meget ens, bortset fra *E*:

Figur 4. Residualer i GLO og translog



Og til sidst ser vi, at K/K^θ -forholdet heller ikke kan siges at afvige meget. Det er her det optimale K i forhold til det *beregnete* K .

Figur 5. K^θ/K -forholdet i GLO og translog



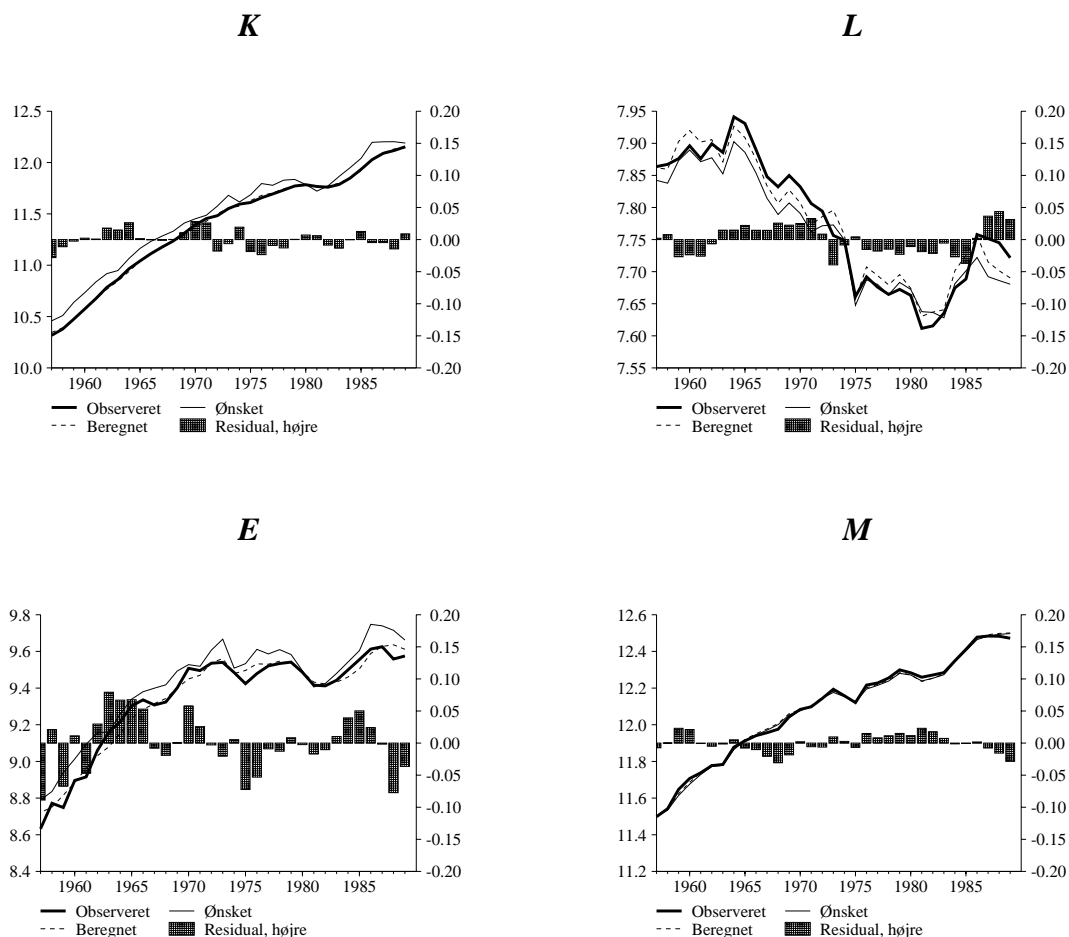
Alt i alt ligner estimationerne ret meget det, vi kender. Men ikke overraskende lider ligningerne i begge specifikationerne alvorligt af autokorrelation; specielt slemt for L og M . Det er nok ikke så underligt, al den stund vi opererer med i alt 14 parametre, hvor den tilsvarende andengenerations-estimation ville bruge hele 37 parametre. Forskellen er, at der i tredjegenerationsmodellen i realiteten kun er én kortsigtsparameter (λ), mens der i andengenerationsmodellen er hele 24, jf. afsnit 2.3 i TTH+KTH+JSM 20.11.93.

3. GLO-funktionens historiske beskrivelse

Da de to estimationer er så ens, som de er, kigger vi i det følgende lidt nøjere på GLO-funktionens historiske fit. Disse grafer er direkte sammenlignelige (for K og L) med de tilsvarende tredjegenerationsgrafer for xx -erhvervet i papiret KTH+JSM 07.02.94. Se også appendiks 1 for en sammenligning af residualer.

Graferne viser observeret/beregnet/residual (i logaritmer) i de fire ligninger, samt de optimale/ønskede niveauer. For L , E og M -ligningerne er forskellen mellem de tynde fuldt optrukne og de stiplede linjer (dvs. forskellen mellem ønskede og beregnede værdier) ene og alene et resultat af uligevægten i K .

Figur 6. GLO-ligningernes historiske forklaringssevne



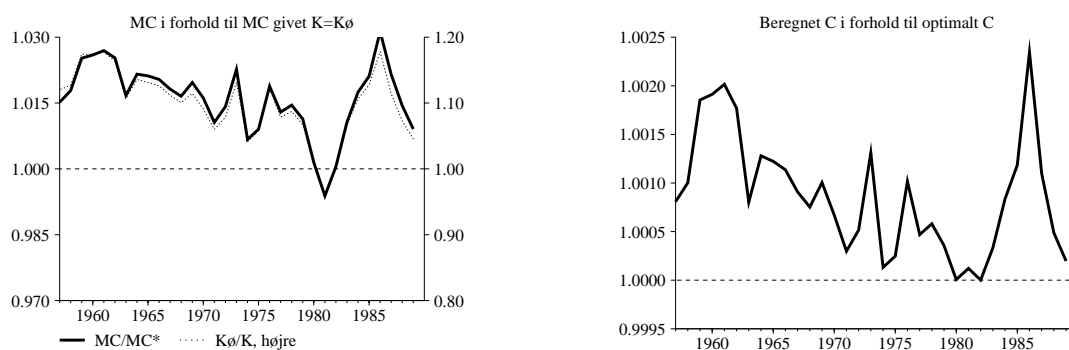
Hvad angår omkostningerne, kan man tegne både marginalomkostningerne og de samlede omkostninger op. Marginalomkostningerne er det, det koster at producere én ekstra enhed Y , givet at $K (X_1)$ er konstant. Marginalomkostningerne fås derfor som

$$MC = P_2 \frac{dX_2}{dY} + P_3 \frac{dX_3}{dY} + P_4 \frac{dX_4}{dY} \quad (22)$$

hvor udtrykkene for X_2 - X_4 tages fra ligningerne ((18)-(20)). Denne differentiation foregår heldigvis helt automatisk vha. TSP's kommando DIFFER, som kan differentiere analytisk. Beregningen er tjekket ved at udregne marginalomkostningerne givet at X_1 er lig X_1^* , og det bliver som det skal lig med de optimale gennemsnitsomkostninger, C^*/Y .

Nedenfor vises marginalomkostningerne, givet at X_1 sættes lig det beregnede X_1 år for år.⁴ Desuden ses de beregnede omkostninger i forhold til de optimale omkostninger, og dette forhold er som det skal være større end eller lig én overalt.

Figur 7. To omkostningsbegreber i GLO-estimationen



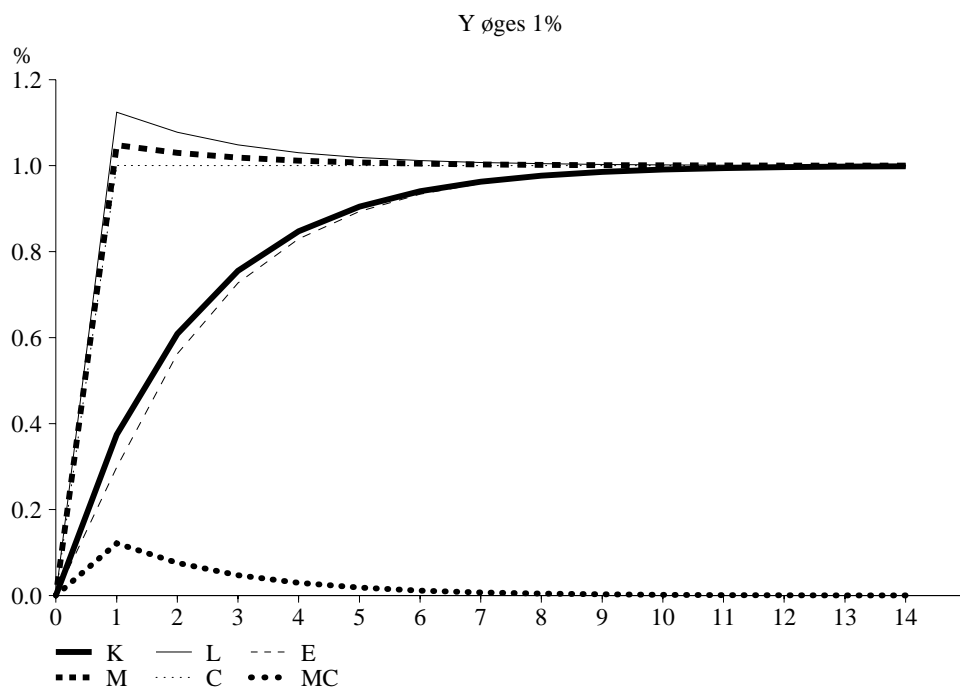
⁴Man kunne også have brugt det observerede X_1 . Hvad der er rigtigst er nok svært at sige.

4. Multiplikatorer i GLO-estimationen

I det følgende vil jeg holde mig til de GLOske multiplikatorer, da estimationerne jo for praktiske formål er ens.

Det rare ved tredjegenerationsmodeller er, at fortolkningen af multiplikatorerne er ganske ligetil, og vi starter med at øge produktionen med 1% fra en situation med ligevægt (stationary state).

Figur 8. Produktionen øges med 1%



Her ses det, at det er L og M , som må kompensere for det trøge K , mens E som følge af komplementariteten stort set følger K (og det er vel egentlig kønt nok). Marginalomkostningerne stiger på kort sigt (som følge af "kapitalmangelen"), men falder tilbage i takt med, at K tilpasser sig. Effekten på de samlede omkostninger er for praktiske formål én (i det første år er tallet 1.00038, og i det andet 1.00015). Dette tals beskedne størrelse skal ses i relation til eksperimentets bedskedne størrelse (vi ændrer kun produktionen med 1%).

Vi kan bruge formel (21) på side 6 til at tjekke denne multiplikator med. Der gælder som sagt, at

$$\log(X_j) - \log(X_j^*) = \frac{\varepsilon_{j1}}{\varepsilon_{11}} [\log(X_1) - \log(X_1^*)] \quad (23)$$

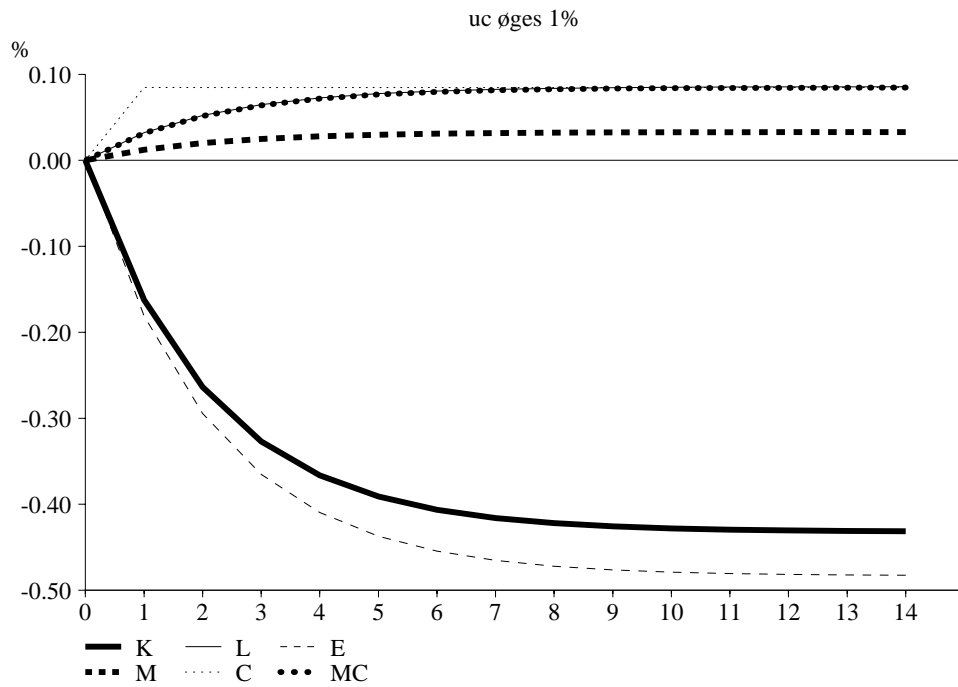
For faktor nummer to (L) betyder det, at førsteårseffekten bliver

$$D\log(X_2) = 1 + \frac{\varepsilon_{21}}{\varepsilon_{11}} [\lambda - 1] = 1 + \frac{0.10}{-0.45} [0.38 - 1] = 1.14 \quad (24)$$

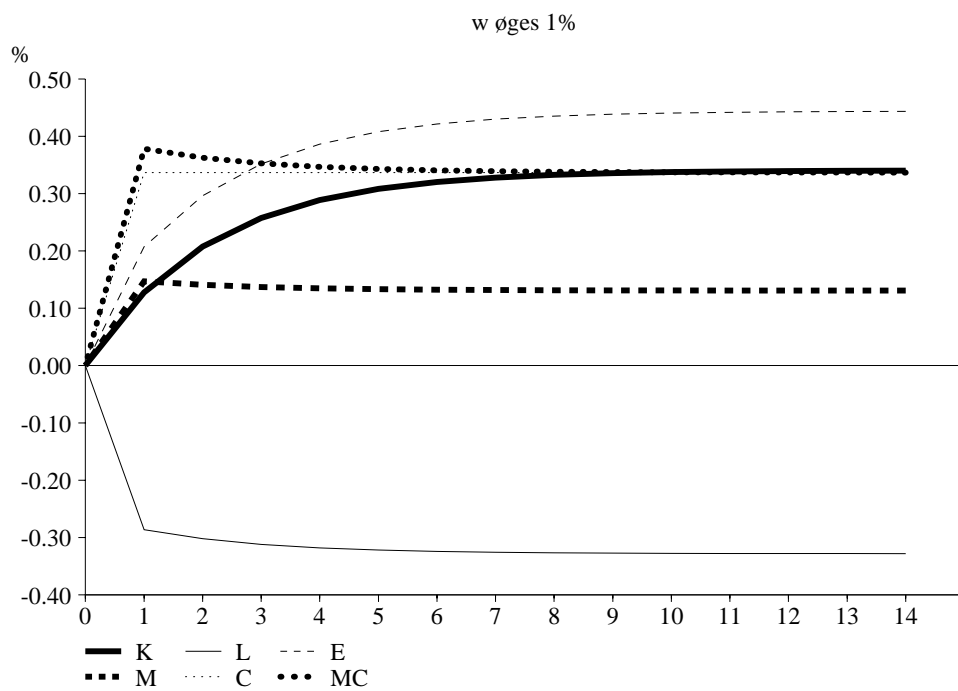
De tilsvarende effekter på E og M kan regnes ud til 0.32 hhv. 1.04, og disse tal ses også at stemme udmærket overens med figuren.

Nedenfor følger multiplikatorer, hvor de fire faktorpriser øges en ad gangen. Her skal man specielt lægge mærke til, at faktorerne godt kan "overshoote" på kort sigt som følge af faktorprisændringer, svarende til at kortsigtselasticiteten er større end langsigtselasticiteten. Dette gælder i den konkrete estimation lønnens effekt på materialerne og materialeprisens effekt på arbejdskraften. I graferne ses desuden, at effekten på marginal- og totalomkostningerne er den samme på langt sigt.

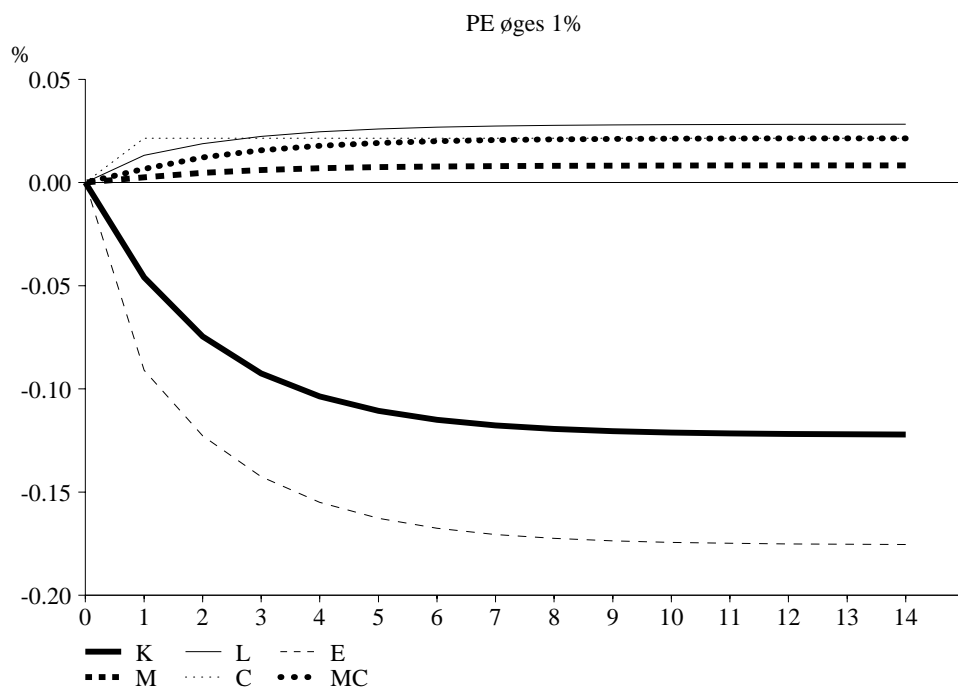
Figur 9. Effekt af at forøge P_K med 1%



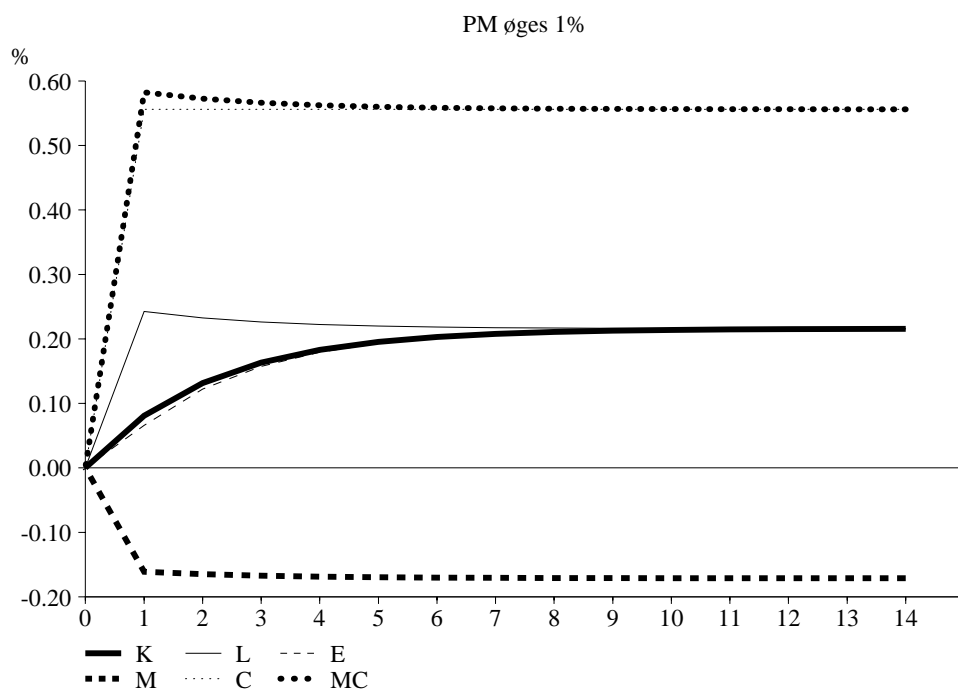
Figur 10. Effekt af at forøge P_L med 1%



Figur 11. Effekt af at forøge P_E med 1%



Figur 12. Effekt af at forøge P_M med 1%



5. Tekniske fremskridt i GLO – et alternativ.

Som vi så ovenfor, kan det give problemer at køre frem med de skitserede effektivitetstrends, idet vi kan ende op med negative faktorniveauer. Bertil From fra DØR har været så venlig at henlede min opmærksomhed på de såkaldte "Walfridsonske" trends, som er beskrevet i Bo Walfridson: *Dynamic Models of Factor Demand* (1987).

Lad T være tiden. I GLO er den normale måde at introducere tiden på – dvs. *ikke* den måde, vi gør det på – som følger (her kun X_1):

$$X_1^* = Y \left[\beta_{11} + \left(\beta_{12}P_2^{0.5} + \beta_{13}P_3^{0.5} + \beta_{14}P_4^{0.5} \right) P_1^{-0.5} + \beta_t T \right] \quad (25)$$

Altså en trend i i-o koefficienten. Det hjælper jo ikke meget, men lad nu i stedet T være givet som

$$T = T(-1) + \frac{X_1(-1)}{Y(-1)} \quad (26)$$

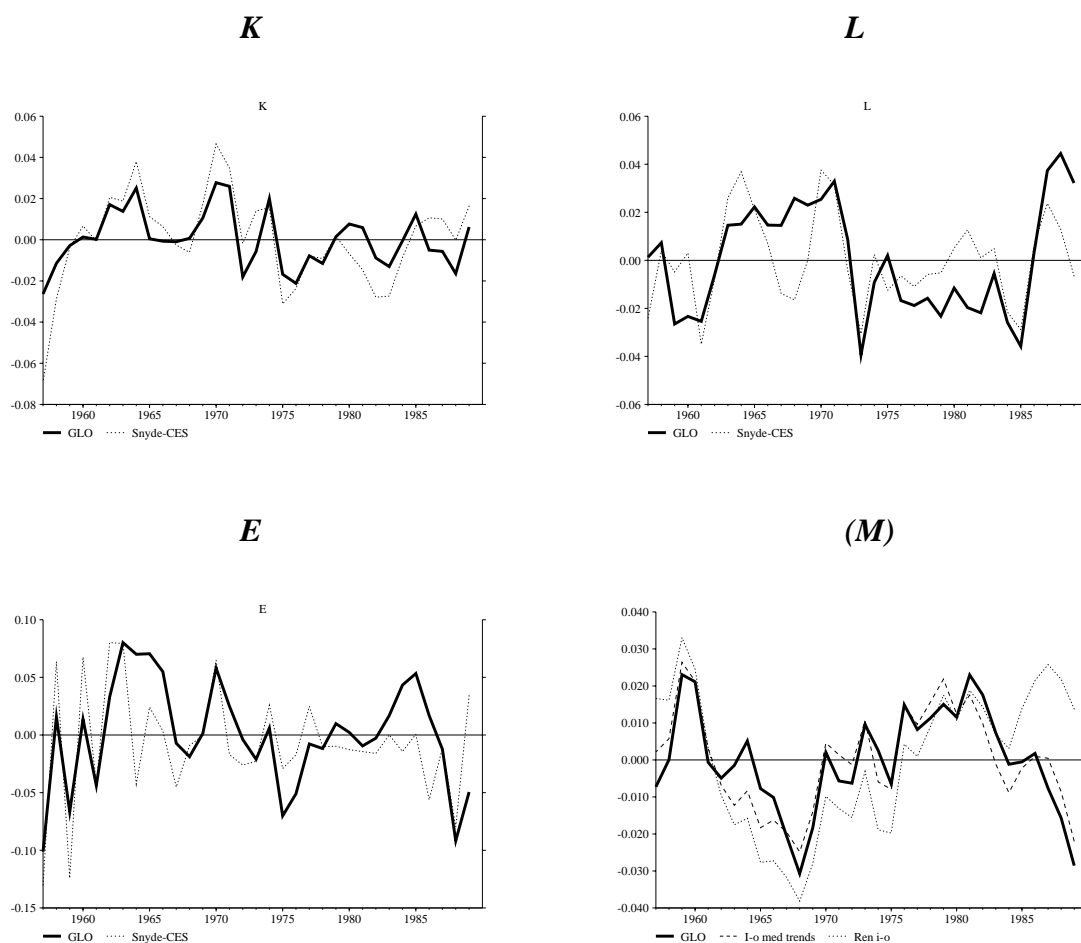
Lad endvidere både Y og faktorpriserne være konstante. Der vil så gælde, at væksten i X_1^* er

$$\frac{X_1^* - X_1^*(-1)}{X_1^*(-1)} = \frac{Y \beta_t \frac{X_1(-1)}{Y(-1)}}{X_1^*(-1)} \approx \beta_t \quad (27)$$

Vækstraten er altså (næsten) konstant, hvilket må siges at være ret bekvemt. Men om variabelen T så kan gives en fornuftig fortolkning er jo straks en anden sag.

Der vil så blive ét T med tilhørende parameter for hver ligning, og niveauet for T -erne kan man selv sætte; bekvemmest nok til at være nul i 1989.

Appendiks 1: Sammenligning af residualer for K , L og E for GLO og "BFI-CES" (JSM+KTH 07.02.94); begge tredje generation



Her kan man sige, at hvad CES vinder i beskæftigelsesligningen sættes til i investeringsligningen. Snyde-energiligningen klarer sig ganske nydeligt, og faktisk en hel del bedre end GLO-ligningen, men den er også formuleret som en ændringsrelation.

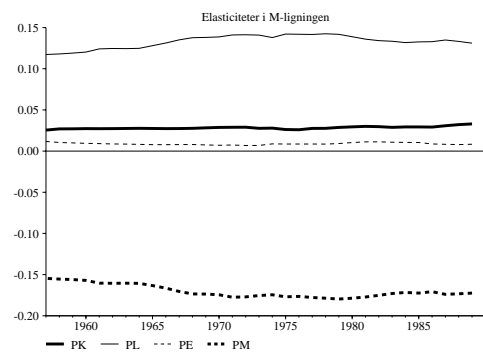
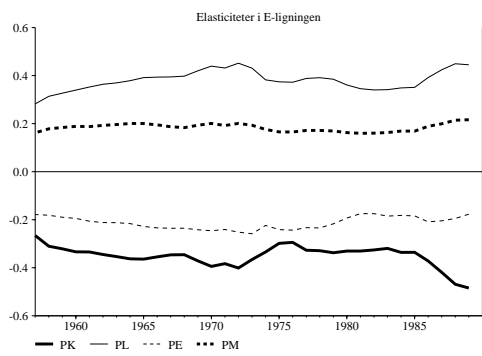
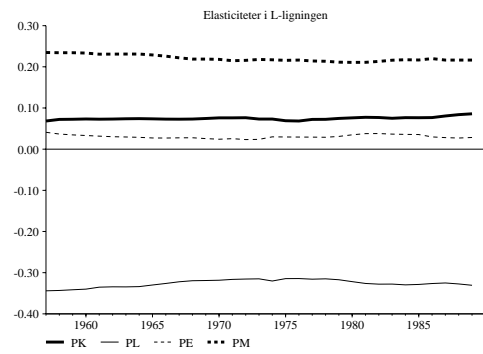
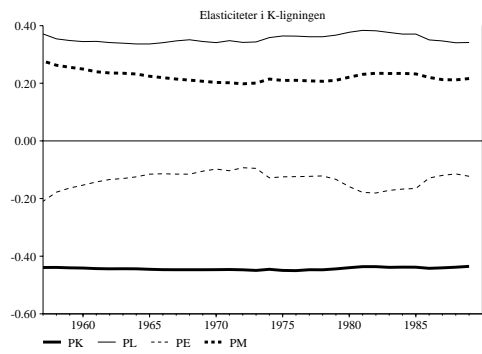
JSM+KTH modellerer ikke materialer, så de beregnede tal fra GLO sammenlignes her med en "niveau-io-ligning" med og uden trends. Vi fitter altså

$$M = \kappa \frac{Y}{e^{z_4 t + z t^2}} \quad (28)$$

for at få en niveauligning med trend og uden faktorpriser. Denne fittes også uden trendparametre; dvs. kun med κ .

Estimationen giver en effektivitetstrend i M på 0.5% i 1957 faldende til -0.5% i 1989. Det kan sammenlignes med 1% i 1957 hhv. -1% i 1989 i GLO-estimationen. Alt i alt er M i GLO ikke ret langt fra at kunne beskrives lige så godt uden faktorpriser (men med en kvadratisk trend), men på den anden side ser det ikke ud til at genere, at M i GLO bruges som "skraldespand" – dvs. tvinges til at kompensere for trægheder i K . Dette bliver naturligvis mere udtalt, hvis også L gøres kvasifast (uden at introducere timeproduktivitetssvingninger).

Appendiks 2: Priselasticiteter i de fire GLO-ligninger



Appendiks 3: Uddybning af effektivitetstrendenes virkemåde

Lad:

- X være en 4x1 søjlevektor med vækstraten i de fire X 'er i observerede enheder
 P være en 4x1 søjlevektor med vækstraten i de fire P 'er i observerede enheder
 Y være en 4x1 søjlevektor med vækstraten i Y i alle elementerne
 Z være en 4x1 søjlevektor med vækstraten i de fire effektivitetsindeks og
 E være en 4x4-matrix af priselasticiteter

Der gælder så, at

$$(X + Z) = E (P - Z) + Y$$

På venstresiden står vækstraten i observerede enheder plus vækstraten i effektivitetsindekset; dvs. tilsammen vækstraten i X 'erne i effektive enheder. I parentes på højresiden står så vækstraten i de *effektive* priser og denne ganges med matrixen af priselasticiteter for at få væksten i X 'erne i effektive enheder. Til sidst lægges vækstraten i Y til som følge af antagelsen om konstant skalaafkast. Det kan også skrives som:

$$X = -Z + E (P - Z) + Y$$

hvor I er identitetsmatrixen. Her ses flere ting:

- Hvis Z er fyldt med lutter nuller (ingen trends overhovedet), bliver udviklingen i de observerede X 'er blot bestemt af Y samt den faktorsubstitution, udviklingen i de observerede P 'er måtte give.
- Hvis Y og de observerede P 'er holdes konstante, bliver udviklingen i de observerede X 'er bestemt som minus vækstraten i effektivitetsindeksene korrigeret for substitutionseffekter som følge af, at de effektive P 'er ændres.
- Hvis Y holdes konstant og væksten i de observerede priser sættes lig væksten i de respektive effektivitetsindeks, bliver væksten i de observerede X 'er blot lig væksten i effektivitetsindekset med modsat fortegn.

I den konkrete fremskrivning, får vi:

$$X = - \begin{bmatrix} -0.039 \\ 0.023 \\ -0.009 \\ -0.009 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -0.45 & 0.37 & -0.12 & 0.21 \\ 0.01 & -0.34 & 0.03 & 0.21 \\ -0.49 & 0.44 & -0.17 & 0.21 \\ 0.03 & 0.13 & 0.01 & -0.17 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.039 \\ 0.023 \\ -0.009 \\ -0.009 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.039 \\ -0.023 \\ 0.009 \\ 0.009 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.025 \\ 0.014 \\ -0.029 \\ -0.003 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.014 \\ -0.009 \\ -0.020 \\ 0.006 \end{bmatrix}$$

Efter det andet lighedstegn er vækstraten i faktoren "dekomponeret" i den rene effekt fra de respektive effektivitetsindeks hhv. substitutionseffekterne fra de ændrede effektive faktorpriser. Substitutionseffekten ses for energien (faktor tre) at dominere over den første (umiddelbare) effekt.

Sammenhængen kan dog ikke skrives bevidstløst frem, idet Z (som det ses i figur 1 side 8) er gjort tidsafhængig. Denne tidsafhængighed kunne man dog sagtens slå ihjel i en

fremskrivning, men det hjælper ikke, for også E er tidsafhængig, idet den afhænger af størrelsen af de effektive priser. Se også KTH 07.12.93 s. 5 for en lignende gennemgang og advarsel.

Historisk må sammenhængen kunne bruges til en relativt smertefri dekomponering af væksten i produktionsfaktorerne i produktion, faktorpriser og trends. Man skal så bare huske at bruge de historiske effektivitetsrater og de historiske elasticiteter.