Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

Tony Maarsleth Kristensen

30. oktober 2003

Konstantledskorrektion i fejlkorrektionsrelationer

Resumé:

I papiret beskrives den typiske formulering af fejlkorrektionsrelationer på simulationsform i ADAM. Med dette udgangspunkt vises hvordan en konstantledskorrektion kan beregnes.

TMK30O03.WPD

Nøgleord: konstantledskorrektion, fejlkorrektion

Modelgruppepapirer er interne arbejdspapirer. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan være ændret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.

1. Indledning

Det er ikke sjældent at fejlkorrektionsrelationerne i ADAM og andre modeller giver utroværdige udsving eller niveauskift i det (eller de) første år af en fremskrivning. Baggrunden er ofte at den underliggende niveaurelation afviger fra de seneste historiske værdier for den endogene variabel. Problemet løses almindeligvis med den såkaldte *intercept correction* eller *konstantledskorrektion*. Konstantledskorrektionerne har været brugt i ADAM omtrent lige så længe, som der har været fejlkorrektionsrelationer i modellen. Det er så langt fra en ny teknik. Men teknikken til at beregning af korrektionen er ikke blevet dokumenteret i noget modelgruppepapir. Det rådes der bod på med dette papir.

Der tages udgangspunkt i en simpel fejlkorrektionsrelation.
I papiret første afsnit diskuteres opsplitningen af fejlkorrektionsrelation i en kortsigtsrelation (ændringsrelationen)og en relation for det lange sigt (niveaurelationen eller ligevægtsrelationen), som det er praksis i simulationsformuleringen af fejlkorrektionrelationen. Det vises at den endogene variabel vil halte efter niveaurelationen.
I afsnit 3 beskrives den procedure til konstantledskorrektion, der anvendes i fremskrivninger fra modelgruppen.

2. Fejlkorrektionsrelationer på simulationsform i ADAM

Betragt følgende fejlkorrektionsrelation

$$\begin{aligned} \mathrm{Dlog}(y) = {} & \alpha + \alpha_x \cdot \mathrm{Dlog}(x) + \alpha_{rp} \cdot \mathrm{Dlog}(rp) \\ & - \mu \cdot \left\{ \mathrm{Log}(y_{-1}) - [\beta_x \cdot \mathrm{Log}(x_{-1}) + \beta_{rp} \cdot \mathrm{Log}(rp_{-1})] \right\} \end{aligned} \tag{1}$$

Antag nu at y og x er trendede, mens rp er stationær. Dermed kan (1) repræsentere mange af ADAMs fejlkorrektionsrelationer, hvor der er en efterspørgsels/indkomst-komponent og en relativ pris. Lad g_y og g_x være den gennemsnitlige vækstrate i henholdsvis y og x; Dvs (da rp er stationær)

$$\begin{aligned} \overline{\mathrm{Dlog}(y)} &= g_y > 0 \\ \overline{\mathrm{Dlog}(x)} &= g_x > 0 \\ \overline{\mathrm{Dlog}(rp)} &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

Antag også at konstantleddet, α, opdeles i en kortsigtsdel og en langtsigtsdel, α_k og α_l, således

$$\alpha = \alpha_k + \mu \cdot \alpha_l \tag{3}$$

og at kortsigtsdelen kan bestemmes ved væktsraterne g_y og g_x

$$\alpha_k = g_y - \alpha_x \cdot g_x$$
$$\Updownarrow$$
$$\alpha_l = \frac{\alpha - (g_y - \alpha_x \cdot g_x)}{\mu} \tag{4}$$

Indsæt (4) i (3) og derefter (3) i (1), og fejlkorrektionsrelationen får følgende udseende[1]

$$\begin{aligned} \mathrm{Dlog}(y) &= (g_y - \alpha_x \cdot g_x) + \alpha_x \cdot \mathrm{Dlog}(x) + \alpha_{rp} \cdot \mathrm{Dlog}(rp) \\ &\quad - \mu \cdot \left\{ \mathrm{Log}(y_{-1}) - [\beta_x \cdot \mathrm{Log}(x_{-1}) + \beta_{rp} \cdot \log(rp_{-1}) + \frac{\alpha - (g_y - \alpha_x \cdot g_x)}{\mu}] \right\} \end{aligned} \tag{5}$$

I ADAM opskrives fejlkorrektionsrelationer ofte i to trin; dvs

$$\mathrm{Log}(y^{w}) = \beta_x \cdot \mathrm{Log}(x) + \beta_{rp} \cdot \log(rp) + \frac{\alpha - (g_y - \alpha_x \cdot g_x)}{\mu} \tag{6a}$$

og

$$\begin{aligned} \mathrm{Dlog}(y) &= (g_y - \alpha_x \cdot g_x) + \alpha_x \cdot \mathrm{Dlog}(x) + \alpha_{rp} \cdot \mathrm{Dlog}(rp) \\ &\quad - \mu \cdot [\mathrm{Log}(y_{-1}) - \mathrm{Log}(y^{w}_{-1})] \end{aligned} \tag{6b}$$

Nu ses det at den forventede værdi af ændringsleddene tillagt kortsigtsdelen af konstanten er lig den forventede vækstrate i *y*

$$\begin{aligned} E[\mathrm{Dlog}(y)] &= E[(g_y - \alpha_x \cdot g_x) + \alpha_x \cdot \mathrm{Dlog}(x) + \alpha_{rp} \cdot \mathrm{Dlog}(rp)] \\ &= g_y - \alpha_x \cdot g_x + \alpha_x \cdot g_x = g_y \end{aligned} \tag{7}$$

og dermed at fejlkorrektionsleddet ikke kan forventes at bidrage til væksten i y; Dvs

$$E[\mu \cdot (\mathrm{Log}(y_{-1}) - \mathrm{Log}(y^{w}_{-1})] = 0 \tag{8}$$

eller mao må *y* forventes at ligge på niveaurelationen. Dvs

---

[1] Bemærk at relationen også kan omskrives til

$$\begin{aligned} \mathrm{Dlog}(y) - g_y &= \alpha_x \cdot (\mathrm{Dlog}(x) - g_x) + \alpha_{rp} \cdot \mathrm{Dlog}(rp) \\ &\quad - \mu \cdot \left\{ \mathrm{Log}(y_{-1}) - [\beta_x \cdot \mathrm{Log}(x_{-1}) + \beta_{rp} \cdot \log(rp_{-1}) + \frac{\alpha - (g_y - \alpha_x \cdot g_x)}{\mu}] \right\} \end{aligned}$$

Dermed beskriver ændringsrelationen afvigelser fra den gennemsnitlige vækstrate.

$$E[\mathrm{Log}(y)] \;=\; E[\mathrm{Log}(y^{w})] \;=\; E[\beta_x \cdot \mathrm{Log}(x) + \beta_{rp} \cdot \log(rp) + \frac{\alpha - (g_y - g_x \cdot \alpha_x)}{\mu}] \quad (9)$$

I praksis foretages ingen opdelinger af konstantleddet. I stedet henføres konstantleddet alene til niveaurelationen; dvs

$$\mathrm{Log}(y^{w}) \;=\; \beta_x \cdot \mathrm{Log}(x) + \beta_{rp} \cdot \log(rp) + \frac{\alpha}{\mu} \qquad (10a)$$

og

$$\mathrm{Dlog}(y) \;=\; \alpha_x \cdot \mathrm{Dlog}(x) + \alpha_{rp} \cdot \mathrm{Dlog}(rp) - \mu \cdot [\mathrm{Log}(y_{-1}) - \mathrm{Log}(y^{w}{}_{-1})] \qquad (10b)$$

Dermed vil ændringsleddene ikke give den gennemsnitlige vækstrate i y og niveaurelationen vil ikke have y's niveau. Den forventede niveauforskel kan findes ved at betragte forholdet mellem (10a) og (6a); dvs

$$\frac{y^{w}{}_{(9a)}}{y^{w}{}_{(6a)}} \;=\; Exp\left(\frac{g_y - \alpha_x \cdot g_x}{\mu}\right) \qquad (11)$$

Niveauforskellen er ikke altid negligerbar. Antag fx at α_x er 0.5, μ er 0.25 og at g_y og g_x er 0.05, så fås at den forventede niveauforskel er

$$Exp\left(\frac{0.05 - 0.5 \cdot 0.05}{0.25}\right) \;=\; 1.1052 \qquad (12)$$

Med de valgte parametre må niveaurelationen for y i (10a) forventes at ligge ca 10% over de observerede værdier.

Mere generelt kan man sige at niveaurelationen for y må forventes afvige fra de faktiske værdier for y med faktor som afhænger af vækstraterne og relationens parametre.

3. Konstantledskorrektion

Konstantledskorrektion beregnes ud antagelse om dynamiske ligevægt i udgangsåret- dvs relationen giver steady state vækst med den langtsigtede vækstrate i hele fremskrivningsperioden, forudsat at de eksogene variabler også indeholder steady state vækst.

For steady state vækst i x med vækstrate g_x er den langtsigtede vækstrate i y lig $\beta_x \cdot g_x$. Dermed er der tale om dynamisk ligevægt i udgangsåret, når vækstraten i *y* er g_y i hele fremskrivningsperioden. Men på kort sigt vil vækstraten imidlertid afvige fra g_y medmindre forholdet mellem *y* og y^w i udgangsåret er som beskrevet i (11) overfor. Dette ses af nedenstående:

$$\begin{aligned} \text{Dlog}(y) &= \alpha_x \cdot g_x \; - \; \mu \cdot \text{Log}\left(\frac{y_{-1} \cdot \text{Exp}(\frac{g_x \cdot (\beta_x - \alpha_x)}{\mu})}{y^{w}{}_{-1} \cdot \text{Exp}(\frac{g_x \cdot (\beta_x - \alpha_x)}{\mu})} \right) \\ &= \alpha_x \cdot g_x \; + g_x \cdot (\beta_x - \alpha_x) - \; \mu \cdot \left[\text{Log}\left(\frac{y_{-1}}{y^{w}{}_{-1}} \right) \; + \; \frac{g_x \cdot (\beta_x - \alpha_x)}{\mu} \right] \end{aligned} \tag{13}$$

Hvor det sidste led

$$-\mu \cdot \left[\text{Log}\left(\frac{y_{-1}}{y^{w}{}_{-1}} \right) \; + \; \frac{g_x \cdot (\beta_x - \alpha_x)}{\mu} \right] \tag{14}$$

angiver den eventuelle mer- eller mindrevækst som niveaurelationen giver anledning til. Hvis forholdet mellem *y* og y^w i udgangsåret er som beskrevet i (11) vil dette led være nul. Dermed forenkles (14) til

$$\text{Dlog}(y) \; = \; \alpha_x \cdot g_x \; + \; g_x \cdot (\beta_x - \alpha_x) \; = \; \beta_x \cdot g_x \; = \; g_y \tag{15}$$

Men er forholdet mellem *y* og y^w ikke som beskrevet i (11), er det samtidig klart at ændringsrelationen må korrigeres med (14) (modsat fortegn men samme størrelse) for at opnå dynamisk ligevægt. Dvs i PCIM syntaks

$$JRy \; = \; \mu \cdot \left[\text{Log}\left(\frac{y_{-1}}{y^{w}{}_{-1}} \right) \; + \; \frac{g_x \cdot (\beta_x - \alpha_x)}{\mu} \right] \tag{16}$$

Hvor *JRy* umiddelbart er et tillæg til konstantleddet i ændringsrelationen. Men leddet kan også betragtes som (en transformation af) et tillæg til konstantleddet i niveaurelationen.

Bemærk at er fejlkorrektionsrelationen opskrevet som i (6a) og (6b), så vil korrektionen forenkles til det mere intuitive udtryk

$$JRy \; = \; \mu \cdot \text{Log}\left(\frac{y_{-1}}{y^{w}{}_{-1}} \right) \tag{17}$$

Der er ikke forskel på den numeriske værdi af korrektionen givet ved (16) og (17).

Bemærk at konstantledskorrektion skal være permanent for at opnå steady state vækst i hele perioden.

Bemærk endvidere at i konkrete fremskrivninger eller prognoser vil udviklingen i *y* afvige fra den dynamisk ligevægt, hvis der afvigelser fra trendudviklingen i de forklarende variabler i relationen. Pointen er at med korrektion (intercept correction) vil relationen vokse omkring de underliggende trend, hvis de forklarende variabler udvikler sig omkring deres trender. Fremskrives uden korrektion vil væksten i det (de) første fremskrivningsår kunne afvige betydeligt fra den underliggende trend.

4. Opsamling

I papiret beskrives hvordan konstantledskorrektion beregnes for simple fejlkorrektionsrelationer i modelgruppens fremskrivninger.