

## Undersøgelse af pris- og indkomstelasticiteter i forbrugssystemet - estimeret med AIDS

### Resumé:

*For at efterse nestningsstrukturen i forbrugssystemet estimeres AIDS systemer med henblik på at undersøge krydspriselasticiteter.*

---

MST13308.pdf

Nøgleord: AIDS, priselasticitet, indkomstelasticitet, forbrug

*Modelgruppepapirer er interne arbejdsrapporter. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan være ændret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.*

## 1. Indledning

I det følgende vil blive vist resultater fra estimationer af forskellige undergrupperinger af forbrugssystemet behandlet som lukkede systemer. Dette gøres for at undersøge rimeligheden af den måde forbrugssystemet i dag er nestet på. Resultaterne herfra er ikke enormt pæne, men overordnet ser det fornuftigt nok ud. Det største problem ser ud til at være nestning af energiforbruget. I afsnit 2 forklares kort om hvordan strukturen vil blive prøvet af i resten af papiret. Afsnit 3 er en gennemgang af funde resultater og afsnit 4 er en afrunding.

## 2. Nestet CES.

Det nye forbrugssystem i ADAM kommer til at skulle opbygges af nastede CES funktioner efter følgende struktur (fra GRH 060807):

Cp							Ch
Cpuxh						Cg	
Cetsfv				Ce	Cbu		
Ctsfv							
Cfv		Cts					
Cv	Cf	Cs	Ct	Cg	Cbu		

Ideen med systemet er man i det øverste nest kun behøver at interessere sig for sammensætningen mellem boligforbrug og residualt forbrug herfra. I det næst øverste nest er det sammensætningen mellem et aggregat af bil og benzin og et restforbrug, etc. En nødvendig betingelse for at kunne estimere systemet på denne måde er at når for eks. prisen på fødevarer stiger, så kan man ikke have at turisme- og serviceforbrug reagerer forskelligt (har forskellige elasticiteter mht. fødevarerprisen). For at illustrerer hvorfor denne betingelse er nødvendig betragtes et øjeblik et system som er analyseret i Thomsen, Hansen og Smidt (THS) (1993):

$$Y = \left[ \delta_3 X_{123}^{-\rho_3} + (1 - \delta_3) X_4^{-\rho_3} \right]^{-\frac{1}{\rho_3}}$$

hvor

$$X_{123} = \left[ \delta_2 X_{12}^{-\rho_2} + (1 - \delta_2) X_3^{-\rho_2} \right]^{-\frac{1}{\rho_2}}$$

$$X_{12} = \left[ \delta_1 X_1^{-\rho_1} + (1 - \delta_1) X_2^{-\rho_1} \right]^{-\frac{1}{\rho_1}}$$

som er et dobbelt nestet CES system.

Efter de nødvendige udregninger får THS:

$$X_1^* = \left(\frac{Y}{k}\right) e^{-(\gamma^*t + \gamma_4 + \gamma_3 + \gamma_2 + \gamma_1)t} \left(\frac{\delta_3 P_{1234}}{P_{123} e^{-\gamma_3 t}}\right)^{\sigma_3} \left(\frac{\delta_2 P_{123}}{P_{12} e^{-\gamma_2 t}}\right)^{\sigma_2} \left(\frac{\delta_1 P_{12}}{P_1 e^{-\gamma_1 t}}\right)^{\sigma_1}$$

$$X_2^* = \left(\frac{Y}{k}\right) e^{-(\gamma^*t + \gamma_4 + \gamma_3 + \gamma_2)t} \left(\frac{\delta_3 P_{1234}}{P_{123} e^{-\gamma_3 t}}\right)^{\sigma_3} \left(\frac{\delta_2 P_{123}}{P_{12} e^{-\gamma_2 t}}\right)^{\sigma_2} \left(\frac{(1-\delta_1) P_{12}}{P_2}\right)^{\sigma_1}$$

$$X_3^* = \left(\frac{Y}{k}\right) e^{-(\gamma^*t + \gamma_4 + \gamma_3)t} \left(\frac{\delta_3 P_{1234}}{P_{123} e^{-\gamma_3 t}}\right)^{\sigma_3} \left(\frac{(1-\delta_2) P_{123}}{P_3}\right)^{\sigma_2}$$

$$X_4^* = \left(\frac{Y}{k}\right) e^{-(\gamma^*t + \gamma_4)t} \left(\frac{(1-\delta_3) P_{1234}}{P_4}\right)^{\sigma_3}$$

hvor

$$P_{12} = \left[ \delta_1^{\sigma_1} (P_1 e^{-\gamma_1 t})^{1-\sigma_1} + (1-\delta_1)^{\sigma_1} P_2^{1-\sigma_1} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_1}}$$

$$P_{123} = \left[ \delta_2^{\sigma_2} (P_{12} e^{-\gamma_2 t})^{1-\sigma_2} + (1-\delta_2)^{\sigma_2} P_3^{1-\sigma_2} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_2}}$$

$$P_{1234} = \left[ \delta_3^{\sigma_3} (P_{123} e^{-\gamma_3 t})^{1-\sigma_3} + (1-\delta_3)^{\sigma_3} P_4^{1-\sigma_3} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_3}}$$

Betragtes her prisen på vare 4 ses at den ikke påvirker andre prisindeks end  $P_{1234}$  og dette indgår fuldstændig symmetrisk i efterspørgselsfunktionerne for 1,2 og 3, hvorfor den nødvendigvis også må have samme krydspriselasticitet til alle 3. Ligeledes ses at prisen på vare 3 kun påvirker  $P_{123}$  og  $P_{1234}$  og at disse to indgår symmetrisk i efterspørgselsfunktioner for 1 og 2, hvorfor der også her må gælde at krydspriselasticiteterne fra vare 3 til 1 og 2 må være ens. Med andre ord påtvinger CES-strukturen altså at krydspriselasticiteterne i hvert nest må være ens. Ideen med dette papir er at undersøge kvaliteten af denne antagelse.

### 3. Resultater

Estimaterne i det følgende fundet ved at estimere simultant i et såkaldt Almost Ideal Demand System (AIDS), som kan reduceres til følgende simultane sammenhænge:

$$s_i = a_i + \sum_j b_{ij} \log(P_j) + b_{ui} \log\left(\frac{M}{P}\right)$$

$$\log(P) = a_0 + \sum_i a_i \log(P_i) + 0,5 \sum_i \sum_j b_{ij} \log(P_i) \log(P_j)$$

hvor  $s_i = \frac{P_i X_i}{\sum_j P_j X_j} = \frac{P_i X_i}{M}$  er vare i's andel af det samlede budget (konstrueret som summen af

alle varemængder i løbende priser).  $P_i$  er et prisindeks for vare i,  $X_i$  er mængden af vare i i faste priser.  $M$  er budgettet og  $P$  er det prisindeks der hører til systemet.

Elasticiteterne der refereres til i det følgende er hickskompenserende elasticiteter. Disse er fundet som<sup>1</sup>

$$e_{ij}^{Hicks} = e_{ij}^{Marshall} + e_i^{Indkomst} \cdot s_i = \begin{cases} \left[ \frac{1}{s_i} \left[ b_{ij} - b_{ui} \left( s_j - b_{uj} \log\left\{ \frac{M}{P} \right\} \right) \right] \right] + \left[ 1 + \frac{b_{ui}}{s_i} \right] \cdot s_i, \forall i \neq j \text{ og} \\ \left\{ \left[ \frac{1}{s_i} \left[ b_{ii} - b_{ui} \left( s_i - b_{ui} \log\left\{ \frac{M}{P} \right\} \right) \right] \right] - 1 \right\} + \left[ 1 + \frac{b_{ui}}{s_i} \right] \cdot s_i \text{ ellers} \end{cases}$$

Som ses af ligningen ovenfor er elasticiteterne afhængige af variablene  $M$ ,  $P$ ,  $s_i$  og  $s_k$ . Det er for overskueligheds skyld derfor valgt at lade alle elasticiteterne være evalueret i tidsseriegennemsnittene for perioden.

I tabel 1 nedenfor er vist de estimerede elasticiteter for systemet med fødevarer, varige goder, service og turisme.

**Tabel 1**

Krydspriselasticiteter (Hicks) for system fvst				
	Fødevarer	Varige	Service	Turist
Fødevarer	<b>-0.61</b>	<b>-0.18</b>	<b>0.69</b>	<b>0.09</b>
	-7.33	-1.89	7.59	2.15
Varige	<b>-0.19</b>	<b>-0.44</b>	<b>0.62</b>	<b>0.01</b>
	-1.89	-2.67	3.02	0.12
Service	<b>0.60</b>	<b>0.52</b>	<b>-1.15</b>	<b>0.04</b>
	7.59	3.02	-5.54	0.55
Turist	<b>0.54</b>	<b>0.05</b>	<b>0.27</b>	<b>-0.86</b>
	2.15	0.12	0.55	-3.33
Indkomst elasticiteter	<b>0.05</b>	<b>0.78</b>	<b>1.85</b>	<b>2.06</b>
	1.20	8.18	21.37	9.03

t-værdier under estimater i kursiv

<sup>1</sup> Detaljer i appendix

For at systemet ikke bryder med CES-strukturen må vi have at elasticiteter hvor der er en pil fra den ene til den anden skal være omtrent ens. Af tabellen ses at dette krav ikke bliver brudt alvorligt når man medtager den statistiske usikkerhed. *Formelt* er det undersøgt med analyz funktionen i tsp og ingen af værdierne er signifikant forskellige fra hinanden<sup>2</sup>. Det kan konkluderes at nestningen af fødevarer med varige goder og turisme med service ser ud til at være rimelig.

Næste stadie er at undersøge hvor rimeligt det er at dele systemet med fødevarer, varige goder, service, turisme og energi, sådan at energi nestes for sig og de andre sammen. I tabel 2 er vist de estimerede elasticiteter for dette system.

**Tabel 2**

Krydspriselasticiteter (Hicks) for system fvste					
Q/P	Fødevarer	Varige	Service	Turist	El
Fødevarer	<b>-0.55</b>	<b>0.04</b>	<b>0.39</b>	<b>0.07</b>	<b>0.05</b>
	<i>-5.89</i>	<i>0.40</i>	<i>3.22</i>	<i>1.47</i>	<i>1.85</i>
Varige	<b>0.04</b>	<b>-0.74</b>	<b>0.84</b>	<b>-0.06</b>	<b>-0.09</b>
	<i>0.40</i>	<i>-5.03</i>	<i>4.67</i>	<i>-1.01</i>	<i>-1.95</i>
Service	<b>0.34</b>	<b>0.70</b>	<b>-1.20</b>	<b>0.12</b>	<b>0.04</b>
	<i>3.22</i>	<i>4.67</i>	<i>-5.28</i>	<i>1.98</i>	<i>0.83</i>
Turist	<b>0.39</b>	<b>-0.33</b>	<b>0.84</b>	<b>-1.02</b>	<b>0.12</b>
	<i>1.47</i>	<i>-1.01</i>	<i>1.98</i>	<i>-3.81</i>	<i>0.98</i>
El	<b>0.21</b>	<b>-0.33</b>	<b>0.18</b>	<b>0.08</b>	<b>-0.14</b>
	<i>1.85</i>	<i>-1.95</i>	<i>0.83</i>	<i>0.98</i>	<i>-1.54</i>
Indkomst elasticiteter	<b>0.15</b>	<b>0.75</b>	<b>1.78</b>	<b>1.82</b>	<b>1.17</b>
	<i>3.10</i>	<i>9.81</i>	<i>22.44</i>	<i>8.68</i>	<i>10.50</i>

t-værdier med kursiv under estimer

Det ses at elasticiteten mellem varige goder og energi afviger markant fra det øvrige af energiens krydspriselasticiteter, også når man medtager den statistiske usikkerhed. Testet for lighed på energiens krydspriselasticitet til fødevarer og varige goder giver en p-værdi på mindre end 1 %.<sup>3</sup> Samtidig er det værd at bemærke at elasticiteterne fra varige goder til service og turisme nu er markant ændret fra systemet ovenfor og samtidig signifikant forskellige. Af tabel 2 kan konkluderes at opdelingen energi og restforbrug ikke er meget pænt. Der er dog heller ikke noget alternativ der springer lige i øjnene. Samtidig ser opdelingen i nederste nest (det fra ovenfor) noget mindre pænt ud estimeret i dette system.

I tabel 3 er vist systemet med fødevarer, varige goder, turisme, service, køretøjer, benzin og el. Her er fødevarer og varige goder-, såvel som turisme og service- og køretøjer og benzin aggregeret for at spare på frihedsgrader, da disse allerede er undersøgt at kunne nestes nogenlunde fornuftigt.

<sup>2</sup> se bilag 1.

<sup>3</sup> se bilag 2.

Tabel 3

Krydspriselasticiteter (Hicks) for system fv ts gb ce				
	Fødevarer+varige	turist+service	Køretøjer og benzin	EL
Fødevarer+varige	<b>-0.50</b>	<b>0.50</b>	<b>0.04</b>	<b>-0.05</b>
	<i>-3.00</i>	<i>2.78</i>	<i>1.74</i>	<i>-1.53</i>
turist+service	<b>0.74</b>	<b>-0.78</b>	<b>-0.05</b>	<b>0.10</b>
	<i>2.78</i>	<i>-2.53</i>	<i>-1.24</i>	<i>1.86</i>
Køretøjer og benzin	<b>0.42</b>	<b>-0.35</b>	<b>-0.16</b>	<b>0.10</b>
	<i>1.74</i>	<i>-1.24</i>	<i>-2.03</i>	<i>1.55</i>
EL	<b>-0.39</b>	<b>0.50</b>	<b>0.08</b>	<b>-0.19</b>
	<i>-1.53</i>	<i>1.86</i>	<i>1.55</i>	<i>-2.18</i>
Indkomst elasticiteter	<b>0.50</b>	<b>1.70</b>	<b>1.16</b>	<b>1.05</b>
	<i>7.14</i>	<i>15.46</i>	<i>11.10</i>	<i>9.22</i>

t-værdi under estimater i kursiv

Her skal undersøges hvorvidt det er rimeligt at lave opdelingen køretøjer og benzin og restforbrug. Igen er kravet at de steder hvor der er pile fra en elasticitet til en anden skal elasticiteterne være nogenlunde lige store. Her fås at ingen af de relevante elasticiteter afviger fra hinanden når den statistiske usikkerhed tages i betragtning<sup>4</sup>.

#### 4. Afslutning

Opsummerende kan det konstateres at der er visse problemer med nestningstrukturen i forbrugsmodellen. Især i forbindelse med nestning af energiforbruget er der uoverensstemmelse mellem empirien og de restriktioner der bliver lagt på i modellen. Dog er problemerne af overskuelig karakter og der er ingen åbenlyst bedre måde at gøre det på.

<sup>4</sup> se bilag 3.

## Bilag

### bilag 1, test af nest fv og st

Tests, (ij,hf)=(ij,hf)		
	Estimat	T-værdi
(sf,tf)	<b>0.06</b>	0.22
(sv,tv)	<b>0.48</b>	1.18
(fs,vs)	<b>-0.35</b>	-0.35
(ft,vt)	<b>0.08</b>	0.08

### bilag 2, test af nest fvst og e

Tests, (ij,hf)=(ij,hf)		
	Estimat	T-værdi
(fe,ve)	<b>0.14</b>	3.18
(fe,se)	<b>0.01</b>	0.21
(fe,te)	<b>-0.07</b>	-0.51

### bilag 3, test af nest gb og fvste

Tests, (ij,hf)=(ij,hf)		
	Estimat	T-værdi
(fs,vs)	<b>0.10</b>	1.44
(fs,es)	<b>-0.03</b>	-0.68

NB: I output nedenfor er  $B_{ij} = b_{ij}$ ,  $A_i = a_i$ ,  $B_i = b_{ui}$

**bilag 4, output fra estimation af systemet fvst**

System f,v,s,t				
Parameter	Estimat	std. fejl	t-værdi	P-værdi
Bfs	1.15	0.16	7.37	[.000]
Bvs	0.31	0.18	1.77	[.077]
Bss	(1.27)	0.28	(4.47)	[.000]
Bfv	(0.37)	0.12	(3.02)	[.003]
Bvv	0.03	0.09	0.29	[.770]
Bff	(0.99)	0.10	(10.27)	[.000]
Af	3.99	0.16	25.39	[.000]
Av	1.12	0.36	3.11	[.002]
As	(3.48)	0.40	(8.79)	[.000]
Bf	(0.29)	0.01	(23.86)	[.000]
Bv	(0.06)	0.03	(2.33)	[.020]
Bs	0.30	0.03	9.83	[.000]
Bft	0.20	0.05	3.83	[.000]
Bvt	0.03	0.04	0.77	[.439]
Bst	(0.20)	0.07	(2.86)	[.004]
At	(0.64)	0.15	(4.21)	[.000]
Btt	(0.03)	0.02	(1.33)	[.184]

**bilag 5, output fra estimation af systemet fvste**

System f,v,s,t,e				
Parameter	Estimat	std. fejl	t-værdi	P-værdi
Bff	(0.66)	0.10	(6.78)	[.000]
Bfv	(0.26)	0.08	(3.12)	[.002]
Bfs	0.77	0.14	5.67	[.000]
Bft	0.12	0.04	2.86	[.004]
Bvt	0.00	0.03	0.13	[.898]
Bst	(0.10)	0.05	(1.91)	[.056]
Btt	(0.02)	0.02	(1.14)	[.256]
Bvs	0.35	0.13	2.75	[.006]
Bss	(0.98)	0.23	(4.26)	[.000]
Bvv	(0.06)	0.07	(0.83)	[.405]
Af	3.35	0.18	18.71	[.000]
Av	1.13	0.27	4.16	[.000]
As	(2.96)	0.34	(8.74)	[.000]
At	(0.45)	0.13	(3.44)	[.001]
Bf	(0.24)	0.01	(17.50)	[.000]
Bv	(0.07)	0.02	(3.21)	[.001]
Bs	0.26	0.03	9.87	[.000]
Bt	0.04	0.01	3.92	[.000]
Bfe	0.03	0.03	1.02	[.307]
Bve	(0.03)	0.02	(1.87)	[.061]
Bse	(0.05)	0.04	(1.32)	[.187]
Bee	0.06	0.01	7.57	[.000]
Ae	(0.07)	0.10	(0.70)	[.481]
Bee	0.06	0.01	7.57	[.000]



**bilag 6, output fra estimation af system fv,st,e,gb**

System fv,st,e,Bb				
Parameter	Estimat	std. fejl	t-værdi	P-værdi
Bfs	0.02	0.03	0.74	[.461]
Bvs	(0.07)	0.03	(2.09)	[.037]
Bss	0.04	0.00	9.95	[.000]
Bfv	0.89	0.33	2.74	[.006]
Bvv	(0.82)	0.35	(2.39)	[.017]
Bff	(0.86)	0.32	(2.74)	[.006]
Af	3.89	0.48	8.17	[.000]
Av	(2.87)	0.51	(5.58)	[.000]
As	(0.05)	0.07	(0.72)	[.474]
Bf	(0.26)	0.04	(7.23)	[.000]
Bv	0.25	0.04	6.38	[.000]
Bs	0.01	0.01	1.53	[.127]
Bft	(0.05)	0.04	(1.21)	[.225]
Bvt	(0.00)	0.04	(0.04)	[.965]
Bst	0.00	0.00	0.31	[.753]
At	0.03	0.10	0.29	[.771]
Btt	0.05	0.01	8.61	[.000]

### 6. Appendix.

$e_{ij}^{Marshall}$  : ( $M$  antages eksogen)

$$q_i = \frac{M}{p_i} s_i = \frac{M}{p_i} \left[ a_i + \sum_j b_{ij} \log(p_j) + b_{ui} \log\left(\frac{M}{P}\right) \right], P = a_0 + \sum_i a_i \log(p_i) + 0,5 \sum_i \sum_j b_{ij} \log(p_i) \log(p_j)$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial p_k} = \frac{M}{p_i} \left[ \frac{b_{ik}}{p_k} - b_{ui} \left( \frac{a_k}{p_k} + \sum_i b_{ik} \frac{\log(p_i)}{p_k} \right) \right]$$

$$e_{ik}^{Marshall} = \frac{\partial q_i}{\partial p_k} \frac{p_k}{q_i} = \frac{1}{s_i} \left[ b_{ik} - b_{ui} \left( s_k - b_{uk} \log\left\{ \frac{M}{P} \right\} \right) \right] \forall k \neq i \text{ og}$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial p_i} = -\frac{M}{p_i^2} \cdot s_i + \frac{\partial q_i}{\partial p_k \forall i \neq k} \Rightarrow \frac{\partial q_i}{\partial p_i} \frac{p_i}{q_i} = -1 + \frac{\partial q_i}{\partial p_k \forall i \neq k}$$

$$e_{ii}^{Marshall} = -1 + \frac{1}{s_i} \left[ b_{ik} - b_{ui} \left( s_k - b_{uk} \log\left\{ \frac{M}{P} \right\} \right) \right]$$

$e_i^{indkomst}$  :

$$\frac{\partial q_i}{\partial M} = \frac{1}{p_i} \cdot s_i + \frac{M}{p_i} \frac{b_{ui}}{M} \Rightarrow \frac{\partial q_i}{\partial M} \frac{M}{q_i} = \frac{M}{p_i q_i} s_i + b_{ui} \frac{M}{p_i q_i}$$

$$e_i^{indkomst} = 1 + \frac{b_{ui}}{s_i}$$

Nu findes  $e_{ij}^{Hicks}$  så som (jvf. "Intermediate Microeconomics s.156) :

$$e_{ij}^{Hicks} = e_{ij}^{Marshall} + e_i^{indkomst} \cdot s_i$$