Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN
Martin Ramussen
Niels Arne Dam

Arbejdspapir*

30. september 2000

En model for valg af biler, benzin og kollektiv transport

Resumé:

I papiret opstilles og estimeres en model for forbrugernes valg af bilpark, benzin og kollektiv transport.

Papiret bygger videre på Valg mellem benzin og kollektiv transport *(modelgruppepapir Niels Arne Dam og Martin Rasmussen 8. juni 2000). Det nye er, at bilparken er endogen.*

Nærværende udgave er en lettere udvidet og revideret udgave af modelgruppepapir MAR08600.

Filnavn: MAR30900.MSG

Nøgleord: Transportmodel, benzin, kollektiv transport, bilpark

1 Indledning

Det er velkendt, at ADAMs model for husholdningernes forbrug af transportvarer (dvs. benzin, *fCg*, kollektiv transport, *fCk* og biler, *Kcb*) ikke fungerer. Kort fortalt er problemerne:

1. Når benzinprisen stiger, falder forbruget af offentlig transport
2. Bilkøbsrelationen er skrevet op utraditionelt – fx er usercost mærkeligt
3. Modellen er generelt set sværtfortolkeligt sammenstykket.

I modelgruppepapiret *Valg mellem benzin og kollektiv transport* (modelgruppepapir Niels Arne Dam og Martin Rasmussen 8. juni 2000) er vist, at 1. kan løses for given bilpark ved at estimere en simpel relation for forholdet mellem benzin og kollektiv transport. I det nævnte papir er problemerne og strukturen i den gældende ADAM-model også beskrevet mere detaljeret. I dette papir udvides modellen, således at bilparken bliver endogen. Det hjælper forhåbentlig på punkt 2. og 3.

2 Simultant valg af bilpark, benzin og kollektiv transport (*Kcb*, *fCg* og *fCk*)

Ideen i dette afsnit er, at en repræsentativ forbruger vælger forbrug af de tre nævnte varer og "øvrigt forbrug".

Vi laver følgende antagelser:

- Forbrugeren vælger frit *Kcb* – dermed mener vi, at han kan købe og specielt skaffe sig af med bilen når som helst. Der er altså ingen sunkcost ved at købe bil (men dog en simpel omkostning til afskrivninger). Det gør den teoretiske model statisk – vi opskriver den alligevel dynamisk for at finde det rigtige usercost-udtryk for biler.
- Nyttefunktionen er nested: I yderste nest vælges mellem øvrigt forbrug og en aggregeret transportvare (i ADAM er dette *fCgbk*). Dette nest forestiller vi os foregår i DLU (eller et andet forbrugssystem). Vi beskæftiger os også med dette niveau i papiret, men man skal altså have for øje, at det nok bør høre til et andet sted i ADAM-sammenhæng. I næste nest vælges mellem et privat transportaggregat og kollektiv transport. Den kollektive transport er naturligvis *fCk*, mens det private transportaggregat er $fCg{+}b(Kcb)$, hvor $b(Kcb)$ er en funktion, hvis

værdi afhænger af bl.a. bilparken. I ADAM ville *b(Kcb)* være nogle afskrivninger (*fCb2*). I dette papir er det noget anderledes, nemlig en usercost gange bilparken.

- I inderste nest "vælges mellem" *fCg* og *b(Kcb)* – dvs. hvor meget man vil køre i sin bil.

2.1 Den teoretiske model

Den øjeblikkelige nytte er

$$u = u\left(T\left(v\left(g, b\right), k\right), c\right)$$

hvor (de nærmeste ADAM-paralleller i parentes)

T	Transportydelse ($\simeq$ADAMs *fCgbk*)
v	Privat transportydelse ($\simeq$ *fCg*+*fCb2*)
g	Benzin (*fCg*)
b	Bilpark (*Kcb*)
k	Offentlig transport (*fCk*)
c	Øvrigt forbrug

Nestningsstrukturen afspejler, at benzin og biler hører meget tæt sammen og at privat transportydelse og kollektiv transport er nære substitutter. Funktionen v kan opfattes som en funktion, der producerer nytte ved hjælp af benzin og biler. Man kan altså substituere mellem disse to varer, således at en familie nyttemæssigt kan kompensere for et mindre benzinforbrug ved at kunne køre mere fleksibelt med to biler. Alternativt kan man blot betragte denne funktion som en simplificering, der gør det muligt at estimere benzinforbruget pr. bil. Strukturen er overordentlig praktisk til estimationsbrug, fordi den medfører, at hele modellen kan estimeres i enkeltligninger. Hvis alternativt u erstattes med $u\left(T\left(g, b, k\right), c\right)$, skal de tre varer g, b og k estimeres i et system af ligninger (hvilket egentlig kunne være godt at prøve).

Med diskonteringsfaktor δ, rente i, indkomst Y,vægtafgift s og bilkøb (investering) I, er forbrugerens problem

$$\begin{aligned}
\text{Max}_{\left(g_t, k_t, I_t, o_t, c_t\right)_{t=0}^{\infty}} \; U &= \Sigma_{t=0}^{\infty} \delta^t u_t \\
\text{s.t.} \qquad 0 &= \Sigma_{t=0}^{\infty} \left(p_{g,t} g_t + p_{I,t} I_t + s_t b_t + p_{k,t} k_t + p_{c,t} c_t - Y_t\right)\left(1+i\right)^{-t} \\
I_t &= b_t - (1-d) b_{t-1}
\end{aligned}$$

hvor

p_j	Pris på vare j, $j = g, k, I, c$
d	Afskrivningsrate

Antagelsen om det frie valg af bilbestand (b) afspejler sig ved, at forbrugeren kan sælge sin bil til et hvilket som helst tidspunkt (dvs. I kan vælges frit). Det er klart, at i denne type opskrivning er fremtidige variabler kendte, dvs. at det fx antages kendt, hvad al fremtidig indkomst bliver, og hvad en brugt bil kan sælges til. Ligeledes antages, at der kan lånes og opspares frit til renten i. Variablen s er kaldt for vægftafgift, men burde ideelt set også afspejle andre omkostninger ved at holde bil – fx forsikringer (men helt præcist hvordan disse andre omkostninger burde indgå, er selvfølgelig forskelligt fra omkostningstype til omkostningstype).

Lagrangefunktionen kan nu skrives

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \Sigma_{t=0}^{\infty}\delta^t u(T(v(g_t,b_t),k_t),c_t)\\ &\quad -\lambda\Sigma_{t=0}^{\infty}(1+i)^{-t}(p_{g,t}g_t + p_{I,t}(b_t-(1-d)b_{t-1}) + s_t b_t + p_{o,t}k_t + p_{c,t}c_t - Y_t)\end{aligned}$$

Løser man problemet, får man førsteordensbetingelserne

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{b_t} \qquad \delta^t u_T(\ldots)T_v(\ldots)v_b(\ldots) &= \lambda(1+i)^{-t-1}p_{I,t}\left[i+d+(1+i)\frac{s}{p_{I,t}}-(1-d)(\frac{p_{I,t+1}}{p_{I,t}}-1)\right]\\
&= \lambda(1+i)^{-t-1}p_{b,t} \qquad (1)\\
\text{hvor usercost er} \qquad p_{b,t} &= p_{I,t}\left[i+d+(1+i)\frac{s}{p_{I,t}}-(1-d)\dot{p}_{I,t+1}\right]\\
\text{og} \qquad \dot{p}_{I,t+1} &= \frac{p_{I,t+1}}{p_{I,t}}-1\\
\mathcal{L}_g \qquad \delta^t u_T(\ldots)T_v(\ldots)v_g(\ldots) &= \lambda(1+i)^{-t}p_{g,t} \qquad (2)\\
\mathcal{L}_o \qquad \delta^t u_T(\ldots)T_k(\ldots) &= \lambda(1+i)^{-t}p_{k,t} \qquad (3)\\
\mathcal{L}_c \qquad \delta^t u_c(\ldots) &= \lambda(1+i)^{-t}p_{c,t} \qquad (4)
\end{aligned}$$

(se evt. appendiks vedr. usercost) Kapitalgevinsten ved at holde sin bil til næste periode indgår i usercost gennem leddet $(1-d)\dot{p}_{I,t+1}$. Leddet er i estimationssammenhæng lidt omstændeligt. Dels fordi d er ukendt og estimation af d kræver ikke-lineær estimation, og dels fordi $\dot{p}_{I,t+1}$ nok til ADAM-sammenhæng må approksimeres ved den aktuelle eller laggede variabel. Endelig kan man måske afbøde lidt ad-hoc'ed på den ovenfor nævnte antagelse om frit valg af bilpark, ved at dæmpe leddet $(1-d)\dot{p}_{I,t+1}$ med en faktor. Hvis der fx indgår $0.75(1-d)\dot{p}_{I,t+1}$ i usercost, kunne det tolkes som at muligheden for at sælge bilen kun indgår med en vis vægt i forbrugerens bevisthed. (Eller de $0.25(1-d)\dot{p}_{I,t+1}$ kunne afspejle brugtbilhandlerens salær?) I estimationssammenhæng til ADAM er sådanne dæmpningsfaktorer temmelig udbredt, om ikke andet så fordi de mindsker hyppigheden af negative usercost, der dels er teoretisk utilfredsstillende og dels umuliggør, at der kan estimeres med logaritmer.

2.2 Trinvis løsning

En praktisk løsning og estimation kan nu foregå i flere trin:

Trin 1. Estimation af forholdet g_t/b_t på $p_{g,t}/p_{b,t}$: Sættes relationerne (2) og (1) i forhold til hinanden fås

$$\frac{v_g(g,b)}{v_b(g,b)} = (1+i)\frac{p_g}{p_b}$$

Venstresiden er negativ i g og positiv i b.

For at finde en estimationsligning bør man ideelt set vælge en funktionsform for v. Men man kan jo her (såvel som nedenfor) også blot forsøge med en traditionel log-lineær funktionsform for estimationsligningen, evt. opstillet dynamisk på fejlkorrektionsform.

Datamæssigt er der i ADAM-sammenhæng også lidt problemer i vægtafgift-variablen s/p_I. Det er let at finde et indeks for p_I, nemlig *pcb*, og et niveau for vægtafgiften, nemlig *tsdv*, men s/p_I skal være vægtafgift ift. pris, så vi skal have et niveau for prisen. Det er fundet i Statistisk Årbog[1] til 184.000 kr./bil i 1997. Prisniveauet er også nødvendigt for aggregaterne nedenfor.

Trin 2. Aggregat for privat transport: Serien for V kan fx dannes som et mængdeaggregat som følger ($t = 0$ er basisår og p_v er tilhørende pris)

$$\begin{aligned} V_t &= p_{g,0}g_t + p_{b,0}b_t \quad (\text{evt. } \frac{p_{g,0}g_t + p_{b,0}b_t}{p_{g,0}g_0 + p_{b,0}b_0}) \\ p_{v,t} &= \frac{p_{g,t}g_t + p_{b,t}b_t}{V_t} \end{aligned} \tag{5}$$

Trin 3. Estimation af forholdet V/k på p_v/p_k: På grund af problemets nestede struktur kan man nu forestille sig, at man har fundet den optimale sammensætning af g og b som funktion af priserne på de to varer, og har dannet serier som i trin 2. Man kan så opstille forbrugerens problem igen; denne gang som et valg mellem V, k og c.[2] Nestningen betyder, at vi kan løse endnu et "underproblem", nemlig valget mellem V og k. Man får den teoretiske relation

$$\frac{T_v(v,k)}{T_k(v,k)} = \frac{p_v}{p_k}$$

der fx kan forsøges estimeret log-lineært.

[1] Årgang 1999, tabel 350. Niveauet er beregnet ved at dividere omsætningen på 26.160 med antal biler 142.147 (jf. fodnote 3).

[2] I hvilken forstand dette er teoretisk "tilladt", er diskuteret i MAR 18. april 2000.

Trin 4. Samlet transportaggregat: Serien for T kan dannes ud fra et mængdeaggregat og den tilhørende pris som følger

$$\begin{aligned} T_t &= V_t + p_{k,0}k_t = p_{g,0}g_t + p_{b,0}b_t + p_{k,0}k_t \\ p_{T,t} &= \frac{p_{g,t}g_t + p_{b,t}b_t + p_{k,t}k_t}{T_t} \end{aligned}$$

Trin 5. Estimation af det samlede transportforbrug T: Endelig kan man estimere T/c på baggrund af p_T/p_c – men det forestiller vi os gjort i DLU (eller et andet system). Det eneste, der i denne note er relevant for dette punkt, er strengt taget målingen af T og p_T som i trin 4, altså alternativer til den måde *fCbgk* og *pcgbk* er dannet på i ADAM.

2.3 Biler og benzin som komplementære goder

I det ovenfor beskrevne system vil en stigning i benzinprisen kunne lede til såvel stigning som fald i bilparken. Vi har nok en forhåndsforventning om, at de to varer er komplementære, så det er relevant at undersøge, hvilke krav komplementaritet stiller til de estimerede parametre. Helt abstrakt set kunne vi risikere, at større benzinpriser betyder større bilpark. Dette skyldes, at benzin og bilbestand er substitutter i det inderste nest, hvor forbrugeren sammensætter sin private transportydelse. Det gælder dog ikke nødvendigvis (og forhåbentligvis ikke) i det samlede system, for selv om højere bezinpriser betyder "mere bil pr. liter benzin", så presses den samlede private transportydelse V jo ned.

Hvis vi tager den samlede transportydelse (T) for givet, kan bilparken skrives som

$$b_t = V_t \frac{b_t}{V_t} = V_t \frac{b_t}{p_{g,0}g_t + p_{b,0}b_t} = V_t \frac{1}{p_{g,0}\frac{g_t}{b_t} + p_{b,0}}$$

Effekten af større benzinpriser kan derfor (jf. appendiks) beregnes som krydspriselasticiteten

$$\frac{\mathrm{d}b_t}{\mathrm{d}p_{g,t}} \frac{p_{g,t}}{b_t} = \frac{\mathrm{d}V_t}{\mathrm{d}p_{v,t}} \frac{p_{v,t}}{V_t} \frac{\mathrm{d}p_{v,t}}{\mathrm{d}p_{g,t}} \frac{p_{g,t}}{p_{v,t}} - \frac{p_{g,0}g_t}{p_{g,0}g_t + p_{b,0}b_t} \frac{\mathrm{d}\left(\frac{g_t}{b_t}\right)}{\mathrm{d}\left(\frac{p_{g,t}}{p_{b,t}}\right)} \frac{\frac{p_{g,t}}{p_{b,t}}}{\frac{g_t}{b_t}}$$

I denne formel er leddene $\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p_v}\frac{p_v}{V}$ og $\frac{\mathrm{d}(g/b)}{\mathrm{d}(p_g/p_b)}\frac{p_g/p_b}{g/b}$ (idet vi udelader tidsindekset) de estimerede parametre i trin 1 og 3 ovenfor. Den sidstnævnte elasticitet ganges med en slags omkostningsandel for benzin i den samlede private transportydelse, $\frac{p_{g,0}g}{p_{g,0}g+p_{b,0}b}$ (der er kun tale om noget, der ligner en omkostningsandel, idet priser og mængder ikke passer sammen periodemæssigt). Faktoren $\frac{\mathrm{d}p_v}{\mathrm{d}p_g}\frac{p_g}{p_v}$ angiver, hvor meget benzinprisen påvirker prisindekset for den private transportydelse. Men denne elasticitet er netop også en slags omkostningsandel for benzin ud af samlet privat transport. Faktisk gælder, jf. appendiks, at

$$\frac{\mathrm{d}p_{v,t}}{\mathrm{d}p_{g,t}}\frac{p_{g,t}}{p_{v,t}} = \frac{p_{g,0}g_t}{p_{g,0}g_t + p_{b,0}b_t} \qquad \text{hvis } p_g = p_{g,0},\ p_b = p_{b,0}$$

I alt har vi derfor

$$\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}p_g}\frac{p_g}{b} \approx \left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p_v}\frac{p_v}{V} - \frac{\mathrm{d}\left(\frac{g}{b}\right)}{\mathrm{d}\left(\frac{p_g}{p_b}\right)}\frac{\frac{p_g}{p_b}}{\frac{g}{b}} \right) \frac{p_{g,0}g}{p_{g,0}g + p_{b,0}b}$$

Komplementaritet mellem de to varer kan således opstilles som følger:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}p_g}\frac{p_g}{b} &< 0 \qquad \Leftrightarrow \\ \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p_v}\frac{p_v}{V} &< \frac{\mathrm{d}\left(\frac{g}{b}\right)}{\mathrm{d}\left(\frac{p_g}{p_b}\right)}\frac{\frac{p_g}{p_b}}{\frac{g}{b}} \end{aligned} \tag{6}$$

Vi har ovenfor taget den samlede transportydelse T for givet. Hvis denne ikke er givet, gælder (6) som tilstrækkelig betingelse for komplementaritet.

Relation (6) sikrer også det "omvendte" krav, at højere bilpris skal mindske benzinforbruget. Intuitionen bag betingelsen er klar nok: selv om højere bilpris og dermed lavere p_g/p_b betyder, at der køres mere pr. bil, så falder bilparken så meget, at også det samlede benzinforbrug falder – man kører så at sige 5 pct. mere i hver af de 10 pct. færre biler ved en bilprisstigning.

3 Estimationsforsøgene

I det næste underafsnit er estimationerne i trin 1 og 3 forsøgt på den mest ADAM-traditionelle måde. Det umiddelbare indtryk er

- Det er for valget mellem *fCg* og *fCk* i trin 1 og valget mellem privat og offentlig transport i trin 3 let at finde signifikante prisestimater. For sidste valg kommer der dog ifølge DW negativ autokorrelation.

- Valget mellem samlet transport og øvrigt forbrug i trin 5 er også forsøgt. Det giver ikke rigtige priselasticiteter. Hvis man skulle tolke det, så kunne det være, at i virkelighedens verden er andet end transportpriser det væsentlige for det samlede transportbehov – fx fordi folk absolut skal på arbejde. Det er forsøgt at bruge beskæftigelsen, Q, som ekstra forklarende variabel, og så får man fine priselasticiteter.

Estimationsproceduren har været at opstille traditionelle fejlkorrektionsligninger for de relevante forhold mellem varer og relative priser. Tidstrender er forsøgt som "forklarende" variabler idet der først er forsøgt med 2. gradspolynomier. Tiden er smidt ud af relationen, hvis den ikke er signifikant. På samme måde har der været forsøgt med "ikke-homogeniteter" ved, at en af de to varer (den i nævneren) er forsøgt som forklarende variabel. Det skulle fange noget i retning af indkomstelasticiteter forskellige fra 1.

I de to ligninger for benzin pr. bil og privat transport ift. kollektiv kan vi ikke vise indkomsteffekter på vareforholdene. Inddragelse af niveauet for "nævnervaren" påvirker heller ikke de øvrige parametre væsentligt. Tidstrenden er med i ligningen for privat transport ift. kollektiv.

Grafer er vist i appendiks.

3.1 Benzinforbrug pr. bil

Tabel 1 Benzinforbrug pr. bil

Variabel	ADAM-navn	Koefficient	t-værdi
Benzin pr. bil	Dlog(fCg/Kcb)		
Relativ pris, kort sigt	Dlog($pcg/uckcb$)	-0.14	3.6
Fejlkorrektionsparameter		0.40	3.9
Relativ pris, langt sigt	log$(pcg/uckcb)_{-1}$	-0.20	4.2
Konstant		0.045	0.4

Anm.: n = 1967-1996 s = 0.0318 R^2=0.48 DW = 1.97

Vi ser signifikante prisparametre. Den langsigtede prisparameter for benzin pr. bil er høj, omkring 0.5. Selv hvis folk har bil påvirker benzinprisen altså deres benzinforbrug.

3.2 Privat transport i forhold til offentlig

Vi danner de nødvendige variabler som følger, idet de teoretiske varibler fra afsnit 2 er angivet i parentes:

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{p_b}{1+i}\right) \quad uckcb &= pcb1000 \cdot \\
&\quad \frac{ibil + (1+ibil)tsdv/pcb1000 + 0.25 - 0.75\,(1-0.25)\,\mathrm{Dlog}(pcb)}{1+ibil} \\
(i) \quad ibil &= iku \cdot (1 - tsuih) \\
(p_I) \quad pcb1000 &= 184 \cdot \frac{pcb}{pcb_{1997}} \\
(V) \quad f\_gb &= uckcb_{1995} \cdot Kcb + pcg_{1995} \cdot fCg
\end{aligned}
$$

Tabel 2 Privat transportaggregat ift. kollektiv transport

Variabel	ADAM-navn	Koefficient	t-værdi
Privat ift. kolllektiv	Dlog(*f_gb/fCk*)		
Relativ pris, kort sigt	Dlog(*p_gb/pck*)	-0.19	4.2
Fejlkorrektionsparameter		-0.21	3.4
Relativ pris, langt sigt	$\log(p\_gb/pck)_{-1}$	-0.28	4.9
Trend	År-1965	-0.0087	3.4
	$(\text{År-1965})^2$	0.00017	2.2
Konstant		0.42	4.2

Anm.: n = 1967-1996 s = 0.0268 R^2=0.72 DW = 2.72

Vi har valgt at vise en estimation med negativ autokorrelation (ifølge DW). Undlader vi $(\text{år-1965})^2$ er DW=2.25 og de ørige parametre ændres i øvrigt ikke væsentligt. Trenden er sandsynligvis et resultat af, at den valgte funktionsform (CES) er homotetisk, hvorfor indkomstelasticiteten er ens for de to goder. Dette er næppe sandsynligt, da vi forventer, at privat transport har en signifikant højere indkomstelasticitet end kollektiv transport; trenden fanger således forskydningen over mod privat transport som følge af det stigende indkomstniveau.

Igen finder vi klare priseffekter. Bemærk, at sammenlignes tabel 1 og 2 ser man, at kravet for, om benzin og biler er komplementære i det samlede system, er opfyldt, jf. afsnit 2.5, relation (6).

Figuren i appendiks viser, at væksten i den afhængige variabel hopper på en måde, så det ikke er svært at forstå, at der er negativ autokorrelation. Hoppene skyldes til dels en volatil udvikling i forbruget af ferierejser, som er indeholdt i *fCk*, jf. NAD og PRJ 1. november 2000.

3.3 Aggregeret transport ift. andet forbrug

Estimationsmæssigt er det ikke helt så smertefrit at forklare det samlede transportforbrug, idet der er en klar tendes til, at priserne ikke vil bidrage.

Men hvis man forestiller sig, at transportbehovet vokser i beskæftigelsen, kan man få en estimation med fornuftige priseffekter. Vi viser to estimationer. I den første (tabel 3) er der ud over beskæftigelsen en niveauvariabel, der tænkes at fange indkomsteffekter. I den anden er denne udeladt.

De nødvendige variabler er

$$\begin{array}{llcl} (T) & f\_bgk & = & f\_gb + fCk \\ (p_T) & p\_cgbk & = & \dfrac{p\_gb \cdot f\_gb + pck \cdot fCk}{f\_gbk} \\ (c) & fCpx & = & fCp - fCg - fCk - fCb \end{array}$$

Tabel 3 Samlet transport ift. andet forbrug, med "indkomsteffekt"

Variabel	ADAM-navn	Koefficient	t-værdi
Transport ift. andet forbrug	Dlog($f\_gbk/fCpx$)		
Relativ pris, kort sigt	Dlog($p\_gbk/pcpx$)	-0.14	4.7
Beskæftigelse, kort sigt	Dlog(q)	0.20	0.9
Fejlkorrektionsparameter		-0.70	6.9
Relativ pris, langt sigt	log$(p_gbk/pcpx)_{-1}$	-0.13	2.4
Beskæftigelse	log$(q)_{-1}$	1.13	5.9
Samlet forbrug	log$(fCpx)_{-1}$	0.10	2.6
Konstant		-11.0	6.6

Anm.: n = 1967-1996 s = 0.0100 R^2=0.84 DW = 1.82

Det er lidt underligt, at kortsigtsparameteren til beskæftigelsen er så meget mindre end langsigtsparameteren; hvis folk skal bruge mere transport, fordi de får job, så skal de vel bruge det med det samme. Det kan selvfølgelig være, at de først bruger billige offentlige transportformer (eller cykler eller kører med naboen) og først senere køber en bil. Hvis kørsel til job i bil er dyrere (og det er fanget i vores priser) kan det forklare parameterforskellen. Det er også lidt underligt, at den langsigtede beskæftigelseseffekt er over 1 – et sted mellem 0 og 1 ville a-priori have været forventet. Den positive parameter til det samlede forbrug kan tolkes som, at folk bruger en større andel af deres indkomst til transport, når de bliver rigere – det er vel, som man a-priori ville forvente.

Uden denne niveauvariabel får man omtrent samme estimation:

Tabel 4 Samlet transport ift. andet forbrug, uden "indkomst-effekt"

Variabel	ADAM-navn	Koefficient	t-værdi
Transport ift. andet forbrug	$\mathrm{Dlog}(f\_gbk/fCpx)$		
Relativ pris, kort sigt	$\mathrm{Dlog}(p\_gbk/pcpx)$	-0.15	4.4
Beskæftigelse, kort sigt	$\mathrm{Dlog}(q)$	0.17	0.7
Fejlkorrektionsparameter		-0.60	5.8
Relativ pris, langt sigt	$\log(p\_gbk/pcpx)_{-1}$	-0.14	2.4
Beskæftigelse	$\log(q)_{-1}$	1.17	5.5
Konstant		-10.0	5.5

Anm.: n = 1967-1996 s = 0.0111 R^2=0.79 DW = 1.73

4 Estimeret afskrivning og dæmpning

Ovenfor er afskrivningsraten på 0.25 postuleret. Endnu mere ad-hoc er den indførte dæmpningsfaktor for kapitalgevinst i usercost på 0.75, der ikke engang findes i den teoretiske model. Vi prøver i dette afsnit at estimere de to faktorer. Da usercost for biler indgår i alle ligninger kunne man tænke sig at gøre dette i et større system. De to faktorer indgår dog mest direkte i benzin pr. bil-relationen ('mest direkte' i den forstand, at et udsving i fx afskrivningsraten her betyder relativt mest for en af de anvendte priser). Vi ser derfor alene på den relation.

Det første der skal bemærkes, er, at det er svært at estimere de to størrelser simultant. Afskrivningsraten tenderer under alle omstændigheder til at blive stor og dæmningsfaktoren lille, og ved simultan estimation bliver dette forstærket. Man kunne måske have frygtet dette på forhånd, fordi de to faktorer jo indgår simultant med $\kappa \cdot (1-d)$ (hvor κ er dæmpningsfaktoren) foran kapitalgevinsten.

Den forventede stigning i prisen på biler, E[Dlog(pcb)], sættes i det følgende lig den laggede stigning Dlog(pcb_{-1}). Det er også forsøgt at bruge den faktiske stigning (som i foregående afsnit), men dette giver noget større afskrivningsrater end i det nedenstående, og den er som nævnt allerede rigeligt stor.

Usercost er nu

$$uckcb = \frac{pcb1000\left[ibil + (1+ibil)tsdv/pcb1000 + d - \kappa(1-d)\mathrm{D}\log(pcb_{-1})\right]}{1+ibil}$$

Det teoretiske udgangspunkt er $\kappa = 1$, jf. udledningen ovenfor.

Tabel 5 Benzin pr. bil, d fri, $\kappa = 1$

Variabel	ADAM-navn	Koefficient	Spredning
Ønsket bil/benzin-forhold	$\mathrm{Dlog}(fCg/Kcb)$		
Relativ pris. kort sigt	$\mathrm{Dlog}(pCg/uckcb)$	-0.2111	0.0369
Afskrivningsrate	d	0.4454	0.0623
Fejlkorrektionsparameter	γ	0.6597	0.1071
Relativ pris. langt sigt	$\log(pCg/pCk)_{-1}$	-0.4607	0.0427
Trend	$tid - 1966$	-0.0095	0.0043
Kvadreret trend	$(tid - 1966)^2$	0.00026	0.00014
Konstant		0.0760	0.2027

Anm.: n = 1967-1996 s = 0.0220 $R^2 = 0.78$ DW = 2.02

Afskrivningsraten estimeres altså til 44%, dvs. noget mere end de postulerede 25% ovenfor. Priselastiticteterne bliver omtrent som på niveauet i tabel 1, men fejlkorrektionsparameteren bliver større. Det hænger også sammen med, at "tiden i anden" nu er sluppet med i estimationen.

Estimeres relationen med endogen afskrivningsrate d og dæmpningsfaktor κ simultant fås ganske små estimater (hhv. 0.1273 og 0.1678 og insignifikante), hvorfor denne formulering droppes.

I stedet forsøges relationen estimeret med endogen dæmpningsfaktor κ, mens d bindes til 0.4, jf. tabel 5. Her estimeres γ til 0.7997 (spredning 0.2164), mens alle andre parameterkoefficienter for alle praktiske formål svarer til dem i relationen med endogen afskrivningsrate i tabel 5.

Det prøves videre at estimere relationen med endogen afskrivningsrate d, mens κ nu bindes til de just estimerede ca. 0.8. Disse estimater er gengivet i tabel 6. Som det ses, svarer de nøje til dem i tabel 5. Bemærk også, at afskrivningsraten estimeres til 0.4, som var udgangspunktet for at bestemme dæmpningsfaktoren til 0.8.

Tabel 6 Estimationsresultater, $\kappa = 0.8$

Variabel	ADAM-navn	Koefficient	Spredning
Ønsket bil/benzin-forhold	$\mathrm{Dlog}(fCg/Kcb)$		
Relativ pris. kort sigt	$\mathrm{Dlog}(pCg/uckcb)$	-0.2132	0.0369
Afskrivningsrate	d	0.3903	0.0598
Fejlkorrektionsparameter	γ	0.6651	0.1077
Relativ pris. langt sigt	$\log(pCg/pCk)_{-1}$	-0.4611	0.0422
Trend	$tid - 1966$	-0.0097	0.0042
Kvadreret trend	$(tid - 1966)^2$	0.00027	0.00014
Konstant		0.1259	0.1972

Anm.: n = 1967-1996 s = 0.0218 $R^2 = 0.78$ DW = 2.01

Denne iterative og noget ”manuelle” form for simultan estimation af afskrivningsraten og dæmpningsfaktoren virker altså rimelig fornuftig i form af forståelige parametre.

5 Diskussion og konklusion

Datamæssigt kan man måske finde bedre mål for bilparken – Kcb er i ADAM-banken målt som 1000 biler. Det smarteste ville være et fastprisudtryk som andre kapitalmål i ADAM.

På den teoretiske side er modellen ovenfor vel mest skæv i og med, at kun prisen på offentlig transport indgår, mens kvaliteten ikke fremgår – en eller anden måde at teste for rationering (”findes busruten”) ville være rart (som i papiret NAD og MAR 8. juni 2000).

Det kunne som nævnt også være sjovt at estimere et system for de tre transportvarer (benzin, biler og kollektiv transport), der ikke på forhånd var nested. Man kan også forsøge om man kan estimere restriktioner på den kollektive transport (også som i NAD og MAR 8. juni 2000).

Men under alle omstændigheder giver papiret i tabellerne 1 og 2 (plus nogle simple ligninger til opregning til niveauer for de tre varer, jf. appendiks) et system for simultant valg af biler, benzin og kollektiv transport, der efter vores mening løser problemerne nævnt i indledningen. Samtidig gives en pris for et samlet transportaggregat, der kan bruges i et større system, hvor den samlede transport bestemmes. Det antydes også, hvilke særlige varibler der er relevante for samlet transport (nemlig beskæftigelsen).

6 Appendiks

6.1 Usercost

Lagrangefunktionen er

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \Sigma_{t=0}^{\infty}\delta^t u(T(v(g_t,b_t),k_t),c_t)\\ &\quad -\lambda\Sigma_{t=0}^{\infty}(1+i)^{-t}(p_{g,t}g_t+p_{I,t}(b_t-(1-d)b_{t-1})+s_tb_t+p_{o,t}k_t+p_{c,t}c_t-Y_t)\end{aligned}$$

Førsteordensbetingelsen for bilparken er

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{b_t} &= 0 \Leftrightarrow\\ \delta^t u_T(\ldots)T_v(\ldots)v_k(\ldots) &= \lambda(1+i)^{-t}p_{I,t}(1+\frac{s_t}{p_{I,t}})+\lambda(1+i)^{-t-1}p_{I,t+1}(-(1-d))\\ &= \lambda(1+i)^{-t-1}p_{I,t}\left((1+i)(1+\frac{s_t}{p_{I,t}})-(1-d)\frac{p_{I,t+1}}{p_{I,t}}\right)\\ &= \lambda(1+i)^{-t-1}p_{I,t}\\ &\quad\cdot\left((1+i)(1+\frac{s_t}{p_{I,t}})-(1-d)\left(\frac{p_{I,t+1}-p_{I,t}}{p_{I,t}}+1\right)\right)\\ &= \lambda(1+i)^{-t-1}p_{I,t}\\ &\quad\cdot\left(i+d+(1+i)\frac{s_t}{p_{I,t}}-(1-d)\frac{p_{I,t+1}-p_{I,t}}{p_{I,t}}\right)\end{aligned}$$

6.2 Udledning af krydspriselasticiteten

$$
\begin{aligned}
b_t &= V_t \frac{1}{p_{g,0}\frac{g_t}{b_t} + p_{b,0}} \Rightarrow \\
\frac{db_t}{dp_{g,t}} &= \frac{dV_t}{dp_{g,t}} \frac{1}{p_{g,0}\frac{g_t}{b_t} + p_{b,0}} - V_t \frac{1}{\left(p_{g,0}\frac{g_t}{b_t} + p_{b,0}\right)^2} p_{g,0} \frac{d\left(\frac{g_t}{b_t}\right)}{dp_{g,t}} \\
&= \frac{dV_t}{dp_{g,t}} \frac{1}{p_{g,0}\frac{g_t}{b_t} + p_{b,0}} - V_t \frac{1}{\left(p_{g,0}\frac{g_t}{b_t} + p_{b,0}\right)^2} p_{g,0} \frac{d\left(\frac{g_t}{b_t}\right)}{d\left(\frac{p_{g,t}}{p_{b,t}}\right)} \frac{1}{p_{b,t}} \Rightarrow \\
\frac{db_t}{dp_{g,t}} \frac{p_{g,t}}{b_t} &= \frac{dV_t}{dp_{g,t}} \frac{1}{p_{g,0}\frac{g_t}{b_t} + p_{b,0}} \frac{p_{g,t}}{b_t} - V_t \frac{1}{\left(p_{g,0}\frac{g_t}{b_t} + p_{b,0}\right)^2} p_{g,0} \frac{d\left(\frac{g_t}{b_t}\right)}{d\left(\frac{p_{g,t}}{p_{b,t}}\right)} \frac{1}{p_{b,t}} \frac{p_{g,t}}{b_t} \\
&= \frac{dV_t}{dp_{g,t}} \frac{p_{g,t}}{V_t} - \frac{p_{g,t}}{p_{b,t}} \frac{p_{g,0}}{p_{g,0}\frac{g_t}{b_t} + p_{b,0}} \frac{d\left(\frac{g_t}{b_t}\right)}{d\left(\frac{p_{g,t}}{p_{b,t}}\right)} \\
&= \frac{dV_t}{dp_{v,t}} \frac{dp_{v,t}}{dp_{g,t}} \frac{p_{g,t}}{V_t} \frac{p_{v,t}}{p_{v,t}} - \frac{p_{g,t}}{p_{b,t}} \frac{p_{g,0}}{p_{g,0}\frac{g_t}{b_t} + p_{b,0}} \frac{d\left(\frac{g_t}{b_t}\right)}{d\left(\frac{p_{g,t}}{p_{b,t}}\right)} \\
&= \frac{dV_t}{dp_{v,t}} \frac{p_{v,t}}{V_t} \frac{dp_{v,t}}{dp_{g,t}} \frac{p_{g,t}}{p_{v,t}} - \frac{p_{g,t}}{p_{b,t}} \frac{p_{g,0} b_t}{p_{g,0} g_t + p_{b,0} b_t} \frac{d\left(\frac{g_t}{b_t}\right)}{d\left(\frac{p_{g,t}}{p_{b,t}}\right)} \\
&= \frac{dV_t}{dp_{v,t}} \frac{p_{v,t}}{V_t} \frac{dp_{v,t}}{dp_{g,t}} \frac{p_{g,t}}{p_{v,t}} - \frac{p_{g,0} g_t}{p_{g,0} g_t + p_{b,0} b_t} \frac{d\left(\frac{g_t}{b_t}\right)}{d\left(\frac{p_{g,t}}{p_{b,t}}\right)} \frac{\frac{p_{g,t}}{p_{b,t}}}{\frac{g_t}{b_t}}
\end{aligned}
$$

6.3 Sammenhæng mellem priserne på benzin og privat transport

Prisindekset for privat transports elasticitet med hensyn til prisen på benzin udledes i det følgende. Først afledes den private transport V_t mht. prisen på benzin, $p_{g,t}$:

$$
\begin{aligned}
V_t &= p_{g,0} g_t + p_{b,0} b_t \\
\frac{\partial V_t}{\partial p_{g,t}} &= p_{g,0} \frac{\partial g_t}{\partial p_{g,t}} + p_{b,0} \frac{\partial b_t}{\partial p_{g,t}}
\end{aligned}
$$

Med dette resultat *in mente* findes den ønskede elasticitet

$$\frac{\partial p_{v,t}}{\partial p_{g,t}} = \frac{V_t\left[g_t + p_{g,t}\frac{\partial g_t}{\partial p_{g,t}} + p_{b,t}\frac{\partial b_t}{\partial p_{g,t}}\right] - \left[p_{g,t}g_t + p_{b,t}b_t\right]\frac{\partial V_t}{\partial p_{g,t}}}{(V_t)^2}$$

Antag nu, at $p_{g,t} = p_{g,0},\ p_{b,t} = p_{b,0}$. Da får vi videre

$$\begin{aligned}
\left.\frac{\partial p_{v,t}}{\partial p_{g,t}}\right|_{p_{g,t}=p_{g,0},\, p_{b,t}=p_{b,0}} &= \frac{V_t\left[g_t + p_{g,0}\frac{\partial g_t}{\partial p_{g,t}} + p_{b,0}\frac{\partial b_t}{\partial p_{g,t}}\right] - \left[p_{g,0}g_t + p_{b,0}b_t\right]\left[p_{g,0}\frac{\partial g_t}{\partial p_{g,t}} + p_{b,0}\frac{\partial b_t}{\partial p_{g,t}}\right]}{(V_t)^2} \\
&= \frac{V_t\left[g_t + p_{g,0}\frac{\partial g_t}{\partial p_{g,t}} + p_{b,0}\frac{\partial b_t}{\partial p_{g,t}}\right] - V_t\left[p_{g,0}\frac{\partial g_t}{\partial p_{g,t}} + p_{b,0}\frac{\partial b_t}{\partial p_{g,t}}\right]}{(V_t)^2} \\
&= \frac{g_t}{V_t}
\end{aligned}$$

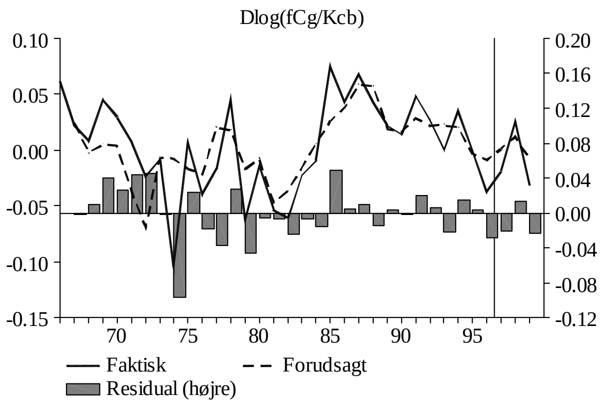
Endelig får vi, idet vi husker, at $p_{v,t} = \frac{p_{g,t}g_t + p_{b,t}b_t}{V_t}$, jf. (5)

$$\left.\frac{\partial p_{v,t}}{\partial p_{g,t}}\frac{p_{g,t}}{p_{v,t}}\right|_{p_{g,t}=p_{g,0},\, p_{b,t}=p_{b,0}} = \frac{g_t}{V_t}\frac{p_{g,0}}{p_{v,0}} = \frac{g_t}{V_t}\frac{p_{g,0}}{\frac{p_{g,0}g_t + p_{b,0}b_t}{V_t}} = \frac{g_t p_{g,0}}{p_{g,0}g_t + p_{b,0}b_t}$$

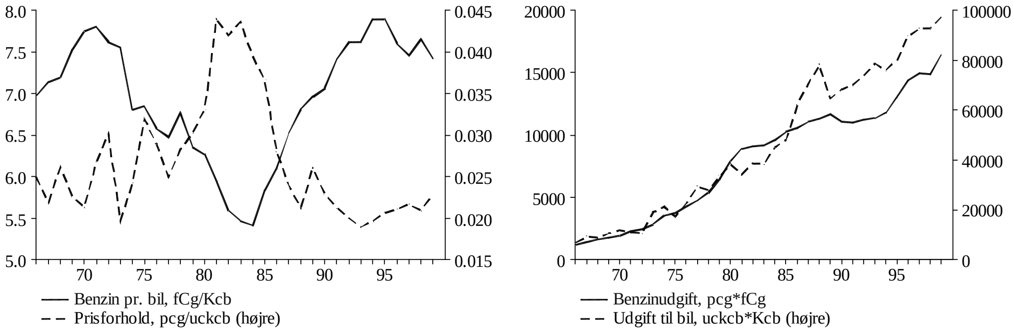
6.4 Figurer

Benzin pr. bil-relationen

Figur A1 Benzin pr. bil, forklaringsevne

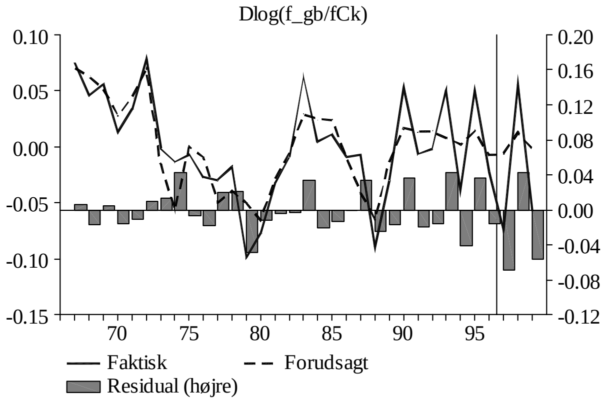


Figur A2 Benzin pr. bil, data

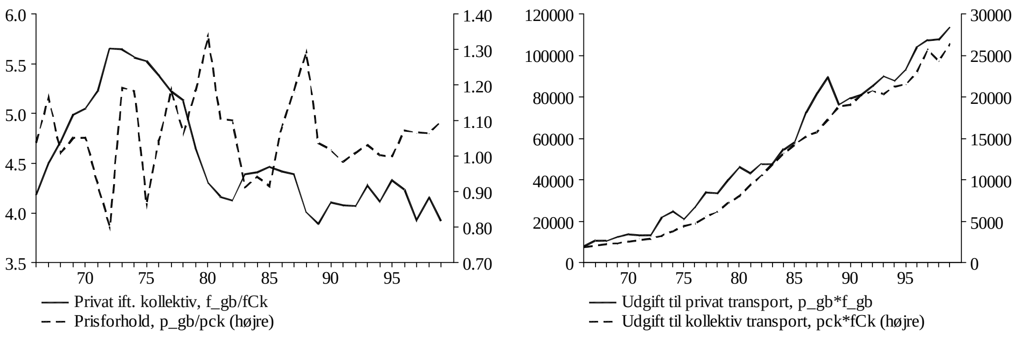


Relation for privat ift. kollektiv transport

Figur A3 Privat og kollektiv transport, forklaringsevne

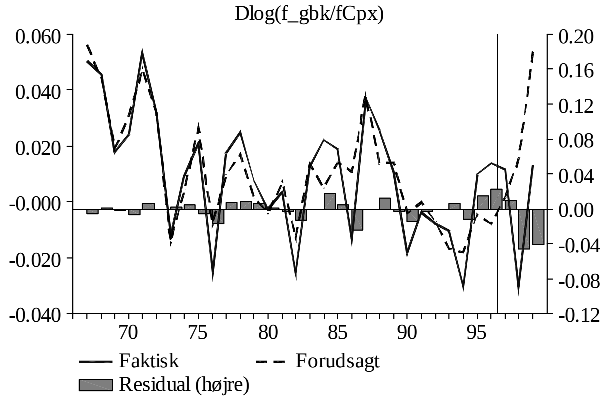


Figur A4 Privat og kollektiv transport, data

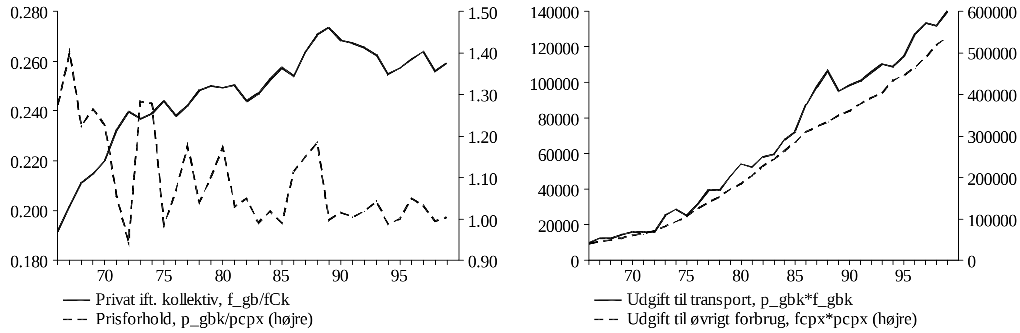


Relation for samlet transport ift. øvrigt forbrug

Figur A5 Aggregeret transport og samlet forbrug, forklaringsevne



Figur A6 Aggregeret transport og samlet forbrug, data



6.5 Forklaringsevne

Som i NAD og MAR 8.juni 2000 omregnes de estimerede optimale forhold til niveauer, idet det udnyttes, at summen af komponenterne er givet. Vi betragter først valget mellem det private transportaggregat *f_gb* og kollektiv transport, *fCk*. Vi kalder det optimale forhold *bcgbkw,* mens værdien af det samlede transport-aggregat benævnes *C_gbk*. Denne antages bestemt i en variant af DLU, ækvivalent med DLU's nuværende bestemmelse af *fCgbk·pcgbk*, således at den er eksogen i dette system. Med det private transport-aggregat bestemt fordeler vi dette på bilparken *Kcb* og benzinforbruget *fCg*. Hertil skal vi bruge værdien af det private transport-aggregat, som benævnes C_gb:

$$
\begin{aligned}
bcgbkw &\equiv \log\left(f\_gb^*/fCk^*\right) = \mathrm{Dlog}\left(f\_gb/fCk\right) + \log\left(f\_gb/fCk\right)_{-1} - \varepsilon \\
C\_gbk &\equiv Cg + uckcb \cdot Kcb + Ck \\
bcgbw &\equiv \log\left(fCg^*/Kcb^*\right) = \mathrm{Dlog}\left(fCg/Kcb\right) + \log\left(fCg/Kcb\right)_{-1} - \nu \\
C\_gb &\equiv C\_gbk - Ck
\end{aligned}
$$

hvor ε og ν er residualerne fra de estimerede adfærdsrelationer. Ud fra disse variabler kan vi nu bestemme *fck** og C_gb^* som følger:

$$
\begin{aligned}
bcgbkw &= \log\left(\frac{C\_gb^*}{Ck^*}\right) - \log\left(\frac{p\_gb}{pck}\right) = \log\left(\left(\frac{C\_gbk}{Ck^*} - 1\right)\left(\frac{p\_gb}{pck}\right)^{-1}\right) \Rightarrow \\
fCk^* &= \frac{C\_gbk}{pck}\left(e^{bcgbkw}\frac{p\_gb}{pck} + 1\right)^{-1} \\
C\_gb^* &= C\_gbk - pck \cdot fCk^*
\end{aligned}
$$

Analogt kan vi bestemme det optimale forbrug af køretøjer og benzin som en funktion af priser og det private transport-aggregat. Her tages det sidste for givet (således skrives C_gb frem for C_gb^*):

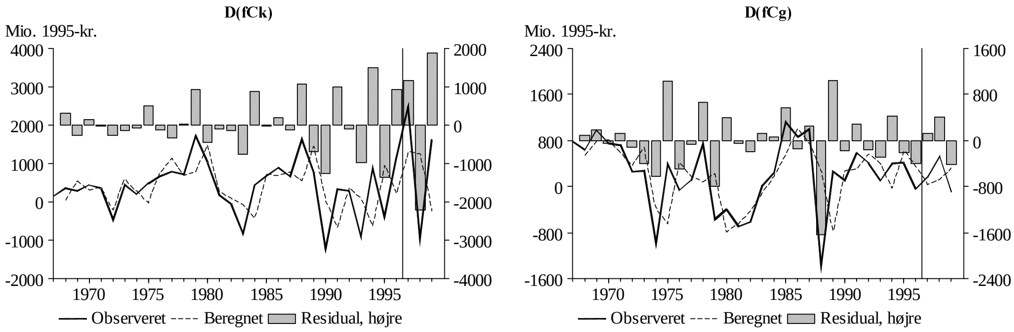
$$
\begin{aligned}
bcgbw &= \log\left(\frac{Cg^*}{uckcb \cdot Kcb^*}\right) - \log\left(\frac{pcg}{uckcb}\right) = \log\left(\left(\frac{C\_gb}{uckcb \cdot Kcb} - 1\right)\left(\frac{pcg}{uckcb}\right)^{-1}\right) \Rightarrow \\
Kcb^* &= \frac{C\_gb}{uckcb}\left(e^{bcgbw}\frac{pcg}{uckcb} + 1\right)^{-1} \\
fCg^* &= (pcg)^{-1}\left(C\_gb - uckcb \cdot Kcb^*\right)
\end{aligned}
$$

Endelig kan man bestemme anskaffelsen af køretøjer, fCb, ved at vende ADAMs nuværende bestemmelse af Kcb om:

$$fCb = (0.00586)^{-1}\left(Kcb - (1 - bfcb)\,Kcb_{-1}\right)$$

hvor $bfcb$ er afskrivninger på bilparken. De således beregnede forbrug i mængder er sammenlignet med de faktiske forbrug i nedenstående figurer:

Figur B1 Kollektiv transport og benzin, differenser



Figur B2 Bilpark i stk. og anskaffelser i mængder, differenser