Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

Karsten Theil Hansen

25. oktober 1994

Om specifikation af ligningen for kapital i faktorefterspørgslen: Ikke-linearitet og usikkerhed

Resumé:

I det hidtige arbejde med faktorefterspørgslen har der været visse problemer med kapitalapparatet. For det første har der været problemer med den såkaldte kapacitetsundergrænse for kapitalapparatet, og for det andet har de estimerede ligninger for kapital vist tegn på fejlspecifikation. I dette papir præciseres det, hvad der egentlig menes med en "3.generationsmodel", og hvilken proces for kapitalapparatet denne model forudsiger.

I papiret vises det, at den fejlkorrektionsmodel, som hidtil er anvendt til beskrivelse af udviklingen i kapitalapparatet, overser en vigtig ikke-linearitet i CES-kortsigtsomkostningsfunktionen, hvis 3.generationsmodellen er en korrekt beskrivelse af virkeligheden. Medtagelse af denne ikke-linearitet sikrer, at kapitalapparatet ikke ryger ned under kapacitetsgrænsen, og implicerer en variabel tilpasningshastighed i fejlkorrektionsmodellen. Denne ikke-linearitet kan derfor i princippet redde begge problemer med ligningen for kapitalapparatet.

En uformel konfrontation med data, hvor der tages højde for ikke-linearitets-effekter, falder ikke heldigt ud, og overvejelserne i papiret bør primært opfattes som idekatalog til senere anvendelse.

c:\wp51\docs

Nøgleord: Faktorefterspørgsel CES omkostningsfunktion kapital dynamik

Den grundlæggende antagelse i 3.generationsmodellen er, at virksomhederne omkostningsminimerer på *kort sigt* for givne faktorpriser og produktion. Når man siger "3.generation" må man derfor nøje præcisere, hvorledes dette omkostningsminimeringsproblem ser ud, og hvilke restriktioner dette problem skal underkastes. Uden yderligere antagelser betyder dette, at virksomheden i hver periode vælger kapital og arbejdskraft, så omkostningerne til den given produktion minimeres. Tilpasningen af den forrige periodes beholdning af kapital og arbejdskraft til den nuværende periodes optimale beholdning, K^* og L^*, foregår altså inden for en periode.

Hvis ovenstående model var den rigtige beskrivelse af virkeligheden, ville man observere meget kraftige kortsigtssving i tidsserierne for kapital og arbejdskraft. Det gør man imidlertid ikke, specielt ikke for kapital. Tidsserierne har mere form af "bløde" autoregressive processer med lang hukommmelse. Hvis man mener, at kortsigts-optimalitet er en realistisk beskrivelse af virkeligheden, er der med andre ord noget 3.generationsmodellen mangler.

Dette "noget" kunne være en antagelse om, at der er omkostninger ved at ændre produktions-faktorerne fra forrige periodes niveau. Hvis disse *tilpasningsomkostninger* primært hidrører fra ændringer i kapitalapparatet, vil man eksplicit få indført en træghed i kapitalapparatet, mens arbejdskraften stadig tilpasses fuldt ud inden for 1 periode. Vi tvinges nu til at skelne mellem det kapitalapparat, som virksomhederne faktisk vælger kaldet K^+, og det de ville vælge i fravær af tilpasningsomkostninger, K^*.

Den hidtil anvendte model til beskrivelse af udviklingen i $k^+ \equiv \ln K^+$ er

$$k_t^+ = k_{t-1}^+ + \gamma_0 (k_{t-1}^* - k_{t-1}^+) + \gamma_1 \Delta k_t^* \qquad \textbf{(1)}$$

For givet K^+ kan man da udregne, hvor stor arbejdskraften skal være, for at den givne produktion kan opretholdes. Under estimationsarbejdet har der imidlertid været visse problemer med (1). For det første har de statistiske egenskaber været ringe, specielt har der været tegn på fejlspecifikation. Endvidere har estimaterne af de strukturelle parametre (her tænkes primært på substitutionselasticiteten σ) betydet, at den kapacitetsundergrænse, som CES-funktionen implicerer, har været tæt på det faktisk observerede kapitalapparat. Dette har gjort det nødvendigt, at lave forskellige modifikationer af 3.generationsmodellen, som har til formål at undgå at kapitalapparatet ryger ned under kapacitetsundergrænsen. Fx er det blevet forsøgt at transformere K^+ *inden* man udregner arbejdskraften, hvilket skulle afspejle effektivitetseffekter fra kapitalapparatet eller ledig kapacitet.[1]

Man kunne drage den yderste konskevens af ovenstående problemer og *droppe* 3.generations-modellen og istedet lave to fejlkorrektionsmodeller for kapital og arbejdskraft, som blot havde pæne langsigtsegenskaber. Her må man dog lige klappe hesten et øjeblik. Vi har indtil nu haft et lidt agnostisk forhold til ligning (1). Der er blevet afprøvet forskellige modifikationer af (1), men sålænge produktionsfunktionen har været overholdt, er den resulterende model blevet kaldt en 3.generationsmodel. Vi har imidlertid intet sagt om, hvorledes (1) er fremkommet.

[1]Se modelgruppepapirene John Smidt, Karsten Theil Hansen, Thomas Thomsen, *Mere om faktorefterspørgslen*, 28. juli 1994, og John Smidt, *Om udnyttelseskorrigeret kapitalapparat i faktorefterspørgslen*, 27. september 1994.

Er (1) overhovedet den korrekte 3.generations-specifikation, dvs. beskriver (1) udviklingen i kapitalapparatet, givet virksomheden omkostningsminimerer på kort sigt under tilpasningsomkostninger i K ? Vi kan godt røbe med det samme, at svaret er nej.

En lille beretning om to virksomheder

Antag at der findes to virksomheder, A og B. Virksomhed A er en rigtig 3.generationsvirksomhed, så den kigger nøje på udseendet af sin omkostningsfunktion, før den bestemmer sig for valget af kapitalapparat. Virksomhed B er lidt af et charlatan-foretagende, så istedet for at bruge tiden på omkostningsminimering tager denne virksomhed blot et kig på (1), som den bruger som beslutningsregel. Begge virksomheder har en CES-produktionsfunktion som teknologi, og der er omkostninger ved at ændre kapitalapparatet.

Virksomhed A og B bliver nu spurgt om, hvad deres optimale valg af kapitalapparat er i to forskellige situationer. I begge situationer er der givet et kapitalapparat fra fortiden, kaldet hhv. K1 og K2, og faktorpriser samt produktion er konstante, således at K^* er konstant. K1 er mindre end K2, og er desuden uhyre tæt på kapacitetsundergrænsen K_. K2 er derimod langt større, og rent faktisk større end det kapitalapparat, der er optimalt i fravær af tilpasningsomkostninger (K^*). Det antages, at den relative afstand til K^* er den samme i de to situationer, dvs. $\ln K^* - \ln K1 = -(\ln K^* - \ln K2)$, hvilket approksimativt betyder, at $(K^*-K1)/K1 = (K2-K^*)/K^*$.

Lad os først kigge virksomhed B over skulderen. Ved et kig på (1) ses det, at B i situation 1 beslutter sig til at øge kapitalapparatet med $\Delta K1 = \gamma_1(\ln K^* - \ln K1)$, mens kapitalapparatet i situation 2 øges med $\Delta K2 = \gamma_1(\ln K^* - \ln K2) = -\gamma_1(\ln K^* - K1) = -\Delta K1$. Den numeriske ændring er identisk i de to situationer. B er altså ligeglad med udgangsniveauet for K.

Virksomhed A har følgende to figurer hængende på væggen i bestyrelseslokalet.

Figur 1. Omkostningsfunktionen for givet produktion og faktorpriser

(1a) Omkostningerne **(1b) Marginalomkostningerne ved en ændring i K**

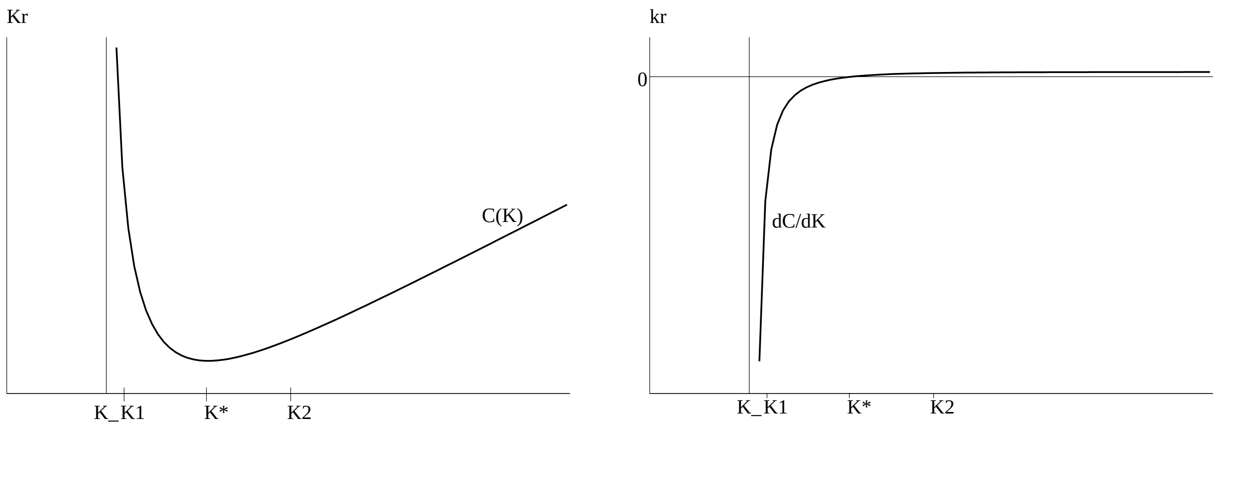


Fig.1a viser omkostningerne til kapital og arbejdskraft, som funktion af kapitalapparatet for givet produktion og faktorpriser. Fig.1b viser de tilsvarende marginalomkostninger, dvs.

hældningen på kurven i 1a. Omkostningsfunktionen C(K) har minimum for $K=K^*$, og det er dette punkt som virksomhederne tilpasser sig imod: Når $K < K^*$ ses det på fig.1b, at man kan sænke omkostningerne ved at øge K, mens man, når $K > K^*$, kan sænke omkostningerne ved at mindske K. Som før nævnt vil disse ændringer blive foretaget i små skridt, idet jo større en ændring i K, der foretages, jo større vil tilpasningsomkostningerne være. Tilpasnings-omkostningerne, som skal lægges til de "normale" omkostninger C(K), antages at være symmetriske omkring 0, så disse er altså lige store i situation 1 og 2.

Det centrale i det følgende er, at C(K) *ikke* er symmetrisk omkring K^*, og dette vil føre til forskellige reaktioner på uligevægte, alt efter om udgangsniveauet er større eller mindre end K^*. I figurerne ses det således, at når K nærmer sig K_ (fra oven), vil besparelsen ved at øge K med en enhed gå mod $+\infty$, mens det omvendt gælder, at når K går mod $+\infty$, vil besparelsen ved at sænke K gå mod en konstant, som er lig user-cost.

I situation 1 observerer virksomhed A, at det historiske kapitalapparat er K1. Ved at kigge på omkostningsstrukturen ser virksomheden, at besparelsen ved at øge K er ekstrem stor, og når K1 kommer tæt nok på K_, vil denne besparelse altid være større end de marginale tilpasningsomkostninger. I situation 1 er det stort set kun C(K), der har interesse for virksomheden, idet den partielt afledte af tilpasningsomkostningerne er negligibel i forhold til den partielt afledte af C(K). I denne situation vil A derfor tage et tiger-spring ind mod K^*.

I situation 2 er vi nu på den anden side af K^*, og selv om virksomheden kan opnå en besparelse ved at sænke K, er denne besparelse langt mindre, end den man opnåede i den samme afstand "på den anden side" af K^*. Tilpasningsomkostningerne betyder nu relativt mere, selv om de er ligeså store, som de var i situation 1. Virksomheden vil derfor lukke gabet mellem K2 og K^* langsommere end i situation 1, idet man da kan spare på tilpasningsomkostningerne.

Af ovenstående fremgår det, at virksomhed A's nøje hensyntagen til omkostningsstrukturen sikrer den mod, at ryge i K_-fælden. Virksomhed B er derimod ligeglad med, at den balancerer på kanten af kapacitetsundergrænsen. Dette får ikke B til at foretage hurtigere tilpasning mod ligevægt. Den variable tilpasningshastigheds funktion er i princippet den samme som det udnyttelseskorrigerede kapitalapparats, $\hat{K}$: Når K kommer tæt på undergrænsen, vil K stige mere kraftigt, end når K er langt fra undergrænsen. Man kan dog argumentere for, at den variable tilpasningshastighed teoretisk set er pænere end det lidt luftige begreb *udnyttelseskorrigeret kapital*.

Konklusionen på ovenstående er sådant set klar nok. Hvis man virkelig tager 3.generationsmodellen alvorlig og omhyggeligt holder sig til det teoretiske oplæg, så undgås problemet med kapitalapparatets undergrænse. Desuden kan dette også være en forklaring på, hvorfor (1) med sine konstante parametre ser ud til at være fejlspecificeret.

Lad os derfor prøve at kigge nærmere på, hvorledes den repræsentative virksomheds kortsigtede omkostningsfunktion ser ud i en given periode t.[2] Virksomheden skal for given

---

[2]Se også modelgruppepapiret Per Bremer Rasmussen, *Dynamiske faktorefterspørgselsfunktioner: Teori og udledning af estimationsligninger på baggrund af TL-kortsigtsomkostningsfunktionen*, 8.april, 1993.

produktion og faktorpriser minimere udgiften til arbejdskraft og kapital, dvs. løse problemet

$$\min_{K_t, L_t} C_t^+ = w_t L_t + uc_t K_t + T(\Delta K_t) \quad s.t. \quad (i)\ Y_t = F(K_t, L_t) \qquad (ii)\ K_{t-1}\ givet \tag{2}$$

Her betegner T(·) tilpasningsomkostningerne ved at øge kapitalapparatet fra K_{t-1} til K_t. De samlede omkostninger udgøres altså af de "normale" produktionsomkostninger $C^N \equiv w \cdot L + uc \cdot K$ plus tilpasningsomkostningerne. Virksomhedens beslutningsvariabler er K_t og L_t, men da produktionen Y_t er givet, og produktionsfunktionen naturligvis skal respekteres, kan K_t og L_t ikke vælges uafhængigt af hinanden, så problemet kan transformeres til et ækvivalent problem, hvor K er den eneste beslutningsvariabel. Rent praktisk gøres dette ved at indsubstituere bibetingelsen (i) i objektfunktionen, hvilket giver problemet

$$\min_{K_t} C_t^+ = w_t L_t^+(K_t) + uc_t K_t + T(\Delta K_t) \quad s.t. \quad (i)\ K_{t-1}\ givet \tag{3}$$

Virksomhedens problem i periode t består i at vælge en værdi for K_t, hvor K_{t-1} er givet. At karakterisere løsningen til dette problem er jo egentlig simpelt nok, idet (3) er et ganske almindeligt minimeringsproblem. Den rationelle virksomhed vil imidlertid hurtigt indse, at denne myopiske adfærd *ikke* er særlig smart: Leddet $T(\Delta K_t)$ bevirker, at valget af K i periode t, har en indflydelse på omkostningerne C^+ i periode t+1. Denne ekstra effekt bør den rationelle virksomhed tage med, når K_t vælges. Problemstillingen bliver nu dynamisk, idet valget af K i periode t har indflydelse på omkostningerne i periode t+1, og derved på valget af K i periode t+1. Denne rekursivitet fortsætter i princippet ud i uendeligheden, eller sagt lidt mere spiseligt så langt som virksomhedens planlægningshorisont er. Disse overvejelser besværliggør desværre optimeringsproblemet på to måder, idet man dels bør anskue problemet dynamisk, og dels eksplicit må indføre usikkerhed, da virksomheden ikke kender den fremtidige produktion og relativpriser. Virksomheden har derfor visse forventninger om fremtidige faktorpriser og afsætningsmuligheder, og baseret på disse vælges den udvikling for kapitalapparatet (K_t,K_{t+1},K_{t+2},.....), som minimerer de forventede tilbagediskonterede omkostninger. Dette lyder som et kompliceret optimeringsproblem, men det er ikke så slemt endda. Her er det.

$$\min_{(K_{t+i})_{i=0}^{\infty}} C = E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i C_{t+i}^+ = E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \Big(w_{t+i} L_{t+i}^+(K_{t+i}) + uc_{t+i} K_{t+i} + T(\Delta K_{t+i}) \Big) \quad , \quad K_{t-1}\ givet \tag{4}$$

En nødvendig betingelse for en optimal løsning $\{K_t\}_0^{\infty}$ er[3]

$$C_K^N(K_{t+i}) + T'(\Delta K_{t+i}) - \beta E_t T'(\Delta K_{t+1+i}) = 0 \quad , \ i=0,1,2,..... \tag{5}$$

(Udover (5) er der også en førsteordensbetingelse for optimalitet "ude i uendelig", som vi ikke gider at skrive op). (5) er en 2.ordens ikke-lineær forventnings-differensligning i K - en

[3]Vi har bevidst sprunget en række technicalities over mht. optimeringsproblemet. Det drejer sig bla. om antagelser, som sikrer konvergens af den uendelige sum i (4).

ubehagelig sag. Det intuitive i (5) er derimod ikke svært at se: Det første led er faldet i de normale omkostninger C^N i periode t+i (eller stigningen alt efter om K_{t+i} er større eller mindre end K_{t+i}^*) ved en marginal stigning i K, mens det andet led er stigningen i tilpasningsomkostningerne ved en marginal stigning i K. De to første led er altså ændringen i de samlede omkostninger i periode t+i ved en marginal stigning i K. Det sidste led er det, man sparer ved at ændre K i periode t+i istedet for periode t+i+1. Det er de forventede tilbagediskonterede marginale tilpasningsomkostninger i periode t+1+i.

Der er to forhold, som gør (5) interessant i forhold til (1). Det ene er ikke-lineariteten, det andet er forventningerne. For bedre at se, hvad disse to udvidelser betyder hver for sig, vil vi nøjes med at betragte disse en ad gangen.

Betydningen af ikke-linearitet

Vi så i eksemplet med de to virksomheder, at den asymmetriske omkostningsfunktion betød, at tilpasningshastigheden mod ligevægt afhang af udgangssituationen. For at undersøge dette mere præcist, kan man prøve at løse (5) og finde den optimale udvikling for K. Problemet er bare, at (5) ikke kan løses analytisk, så her må vi ty til en PC. Da vi i første omgang kun er interesseret i betydningen af ikke-lineariteten, ser vi bort fra, at der faktisk indgår forventninger i (5). Det antages derfor, at virksomheden kender de fremtidige priser og den fremtidige produktion. Denne antagelse betyder, at man kan erstatte $E_t T'()$ med $T'()$ i (5). Herved får en 2.ordens ikke-lineær differensligning i K, som vi kan løse på en PC.

Hvis produktion og relative faktorpriser antages at være konstante, vil løsningen uden tilpasningsomkostninger, K^*, være konstant. Ved at vælge en initialværdi, K_{t-1}, som er forskellig fra K_*, kan vi undersøge, hvorledes tilpasningen mod ligevægt er for forskellige valg af K_{t-1}.

Tilpasningsomkostningerne antages at være kvadratiske, dvs.

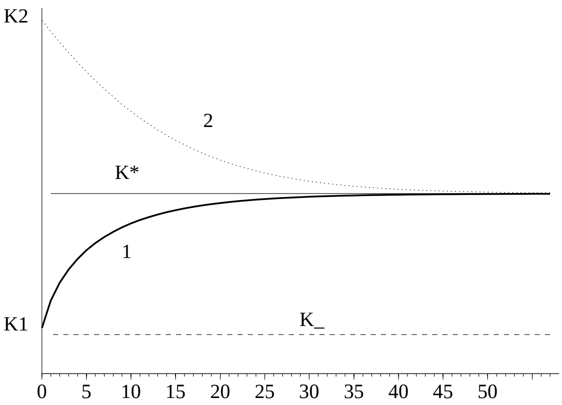
(5) $$T(\Delta K_t) = \frac{\gamma}{2}(\Delta K_t)^2$$

hvor γ er en positiv parameter, der bestemmer graden af konveksitet i tilpasningsomkostningerne. Hvis ligevægten implicerer et konstant kapitalapparat (stationær tilstand), er der i denne ingen tilpasningsomkostninger, mens man i et vækstforløb (steady-state) vil have (konstante) tilpasningsomkostninger i ligevægten (se nedenfor).

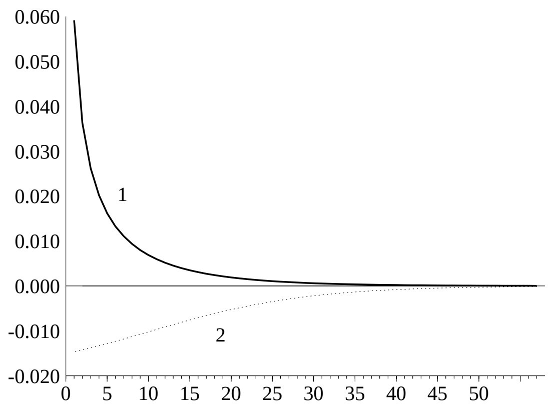
I fig.3 vises tilpasningen mod ligevægt i de to udgangssituationer nævnt foroven, K1 og K2, hvor K^* er konstant.[4]

[4] I simulationerne er følgende parameterværdier valgt: $\sigma = 0.2$, $\delta = 0.015$, $\kappa = 1$, alle trendparametre = 0, $\beta = 0.95$, hvilket implicerer en realrente på 5%, $\gamma = 0.005$. Produktionen Y er sat til 250000, og uc/w = 1.25. Dette giver $K^* = 114483$. Startværdierne sættes til K1 = 114483/1.29 = 88747 og K2 = 114483*1.29 = 147683.

Figur 3. Tilpasning mod ligevægt, niveau



Figur 4. Tilpasning mod ligevægt, relative ændringer



Af fig.3 og 4 fremgår det tydeligt, at tilpasningshastigheden er afhængig af udgangssituationen. Startes der med K1, er tilpasningshastigheden betydeligt hurtigere, end hvis der startes med K2. Specielt ses vækstraten i K i situation 1 at være meget kraftig i forhold til situation 2. Dette skyldes som før nævnt, at K1 er meget tæt på K_, og som følge heraf dominerer effekten fra marginalomkostningerne totalt effekten fra tilpasningsomkostningerne. Dette betyder, at man ikke kan gøre sig håb om at lave nogen god ligning for kapitalapparat med konstant tilpasningshastighed.[5] Man kan dog bemærke, at situation 1 og 2 *hver for sig* kan beskrives med partiel tilpasning, men med forskellig tilpasningshastighed.[6]

Tilpasningshastigheden afhænger også af diskonteringsfaktoren (dvs. renten) og af parametrene i tilpasningsomkostningerne. En større diskonteringsfaktor (mindre rente) vil således forøge tilpasningshastigheden, mens mere konvekse tilpasningsomkostninger vil sænke tilpasningshastigheden (se fodnote 6).

Ovenstående tilfælde, hvor K^* er konstant, er kun af begrænset interesse, idet data for både produktion og faktorpriser vokser over tid. Der er imidlertid ikke den store forskel på dette tilfælde og det stationære tilfælde. Det vil stadig gælde, at vækstraten i det optimale kapital-apparat er større, når man er tæt på undergrænsen K_ i udgangssituationen. Den variable

[5]Man bør ikke lægge vægt på tilpasningsperiodelængden i figurerne, idet denne er afhængig af modellens parametre. Det interessante er *forholdet* mellem de to forskelige situationer i figurerne.

[6]Dette kan indses ved at lave en Taylor-approksimation af (5) i punktet $(K_{t+1},K_t,K_{t-1}) = K^*$. Det kan vises, at for K tæt på K^* er processen for K da givet ved $\Delta K_t = (1-\mu)(K^* - K_{t-1})$, hvor

$$\mu = \frac{1}{2}h - \frac{1}{2}[h^2 - \frac{4}{\beta}]^{\frac{1}{2}} \quad , \quad h = \frac{C^{N''}(K*)}{\beta\, T''(0)} + \frac{1+\beta}{\beta}$$

hvor $0 < \mu < 1$. Det kan yderligere vises, at når det bliver dyrere at tilpasse kapitalapparatet, dvs. T’’ stiger, vil μ stige, og i grænsen, hvor $T'' \to \infty$, er $\mu = 1$. Ligeledes gælder det, at for $T'' \to 0$, vil $\mu \to 0$, således at man får tilpasning indenfor en periode.

tilpasningshastighed eksisterer altså stadig.[7]

Betydningen af usikkerhed

Vi har indtil nu set bort fra, at der indgår forventede værdier i (5). Et interessant spørgsmål er derfor, hvorledes tilstedeværelsen af usikkerhed påvirker løsningen for K. Her løber vi desværre ind i et lidt teknisk problem: Da (5) ikke er lineær, er det ikke muligt at finde løsningen eksplicit, idet vi skal evaluere forventningen af en ikke-lineær funktion.[8] Den normale løsning på dette problem er at approksimere den sande løsning med løsningen til et problem, hvor objektfunktionen er kvadratisk. I forhold til før tager vi nu eksplicitet højde for usikkerhed - men gør det altså på bekostning af at se bort fra ikke-lineariteten. Det antages derfor, at objektfunktionen i (4) er kvadratisk:

$$C_t^{q+} = \frac{\theta_1}{2}(K_t - K_t^*)^2 + \frac{\theta_2}{2}(K_t - K_{t-1})^2 + C^* \qquad \textbf{(6)}$$

Vi ved på forhånd, at dette er en temmelig dårlig approksimation, idet den lige præcis *ikke* har den asymmetriske egenskab, som den rigtige omkostningsfunktion C^+ har. C^{q+} er derimod symmetrisk omkring K^*, så for K tæt på undergrænsen K_, er (6) en yderst ringe approksimation. Fordelen ved (6) er imidlertid, at en analytisk løsning til (4) kan findes. Det kan vises, at denne er givet ved[9]

$$\Delta K_t = (1-\mu_1)[(1-\beta\mu_1)\sum_{i=0}^{\infty}(\beta\mu_1)^i E_t K_{t+i}^* - K_{t-1}] \qquad \textbf{(7)}$$

Her er $0 < \mu_1 < 1$ en parameter, som er en funktion af θ_1, θ_2 og β. Det fremgår af (7), at det optimale valg af K i periode t afhænger af de fremtidige forventede værdier af K^*_t med faldende vægt. Antager vi konstante forventninger $E_t K_{t+i}^* = K_t^*$, fås

$$\Delta K_t = (1-\mu_1)[K_t^* - K_{t-1}] \qquad \textbf{(8)}$$

(8) er intet andet end partiel tilpasning. Med mere indviklede forventningsmekanismer kan man også få ΔK^*_t-led til at indgå på højresiden og derved få en egentlig fejlkorrektionsmodel

---

[7]Der er faktisk en forskel på en stationær tilstand og en steady-state, hvis tilpasningsomkostningerne ser ud som i (5). Dette skyldes, at mens den stationære tilstand ingen tilpasningsomkostninger har, så vil der i en steady-stat også på langt sigt være tilpasningsomkostninger. Dette betyder, at man i en steady-state *ikke* tilpasser sig mod K_t^*, men derimod mod et kapitalapparat, som er mindre end K_t^*. Årsagen er, at sålænge fremtiden diskonteres, kan det ikke betale sig at lukke gabet mellem K og K^*. En simpel ændring af (5) kan dog råde bod på dette. Hvis $T(\Delta K_t) = (\gamma/2)*(\Delta K_t - g)^2$, hvor g er vækstraten i K^*, vil K være lig K^* på langt sigt.

[8]Problemet er , at E[f(x)] ikke er lig f(E[x]) for generelle funktioner f. For f lineær er det opfyldt.

[9]Se Stephen Nickell, "Error-correction, Partial adjustment, and all that: An expository note", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 47, 2 (1985).

frem.[10] Vi kan derfor fortolke (1), som en antagelse om en kvadratisk omkostningsfunktion med en eller anden form for forventningsmekansime. Dette stemmer overens med, at (1) ikke tager højde for ikke-lineariteten i CES-omkostningsfunktionen.

Opsummering - hvad gør vi nu ?

Vi kan nu stille os selv spørgsmålet, hvad vi gør med ovenstående overvejelser. Hvis man mener, at hypotesen om dynamisk omkostningsminimering på kort sigt er totalt urealistisk er det jo nemt nok: Vi gør ingenting. Problemerne med kapitalapparatets kapacitetsgrænse og (1)'s fejlspecifikation må da "reddes" på anden vis. Fejlspecifikationen kan fx tænkes afhjulpet med mere traditionelle indgreb, som fx at prøve med flere lags i K^* eller forsøge sig med den laggede endogene. Problemet med kapitalapparatets undergrænse kan løses ved fx at bruge $\hat{K}$-konstruktionen i modelgruppepapirerne fra fodnote 1.

Hvis man mener, at der er noget intuitivt tiltalende i, at virksomhederne ikke er ligeglade med asymmetrien i deres omkostningsfunktion, og at man eksplicit bør tage højde for dette, er det stadig ikke helt klart, hvad man da gør. Hvis vi ser bort fra usikkerhed og forventningsdannelse og kun koncentrerer os om ikke-lineariteten, er en mulighed at lade parametrene i (1) være afhængige af omkostningsfunktionen C(K). Man kunne fx tænke sig sammenhænge af formen

$$\gamma_0 = \tilde{\gamma}_0 \frac{C''(K_t)}{C''(K_t^*)} \tag{9a}$$

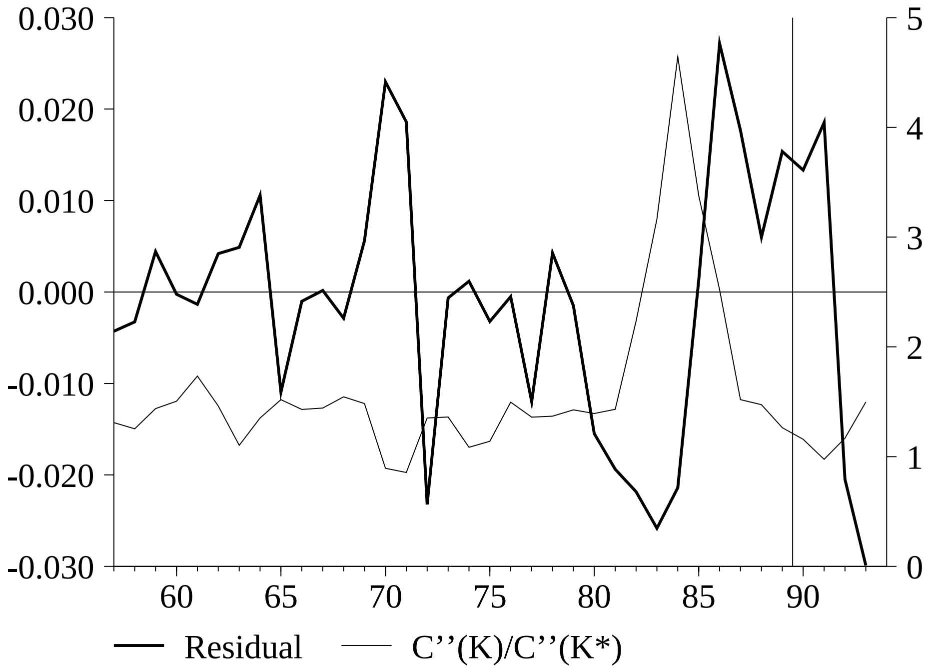
$$\gamma_0 = \tilde{\gamma}_0 \frac{C''(K_t) - C''(K_t^*)}{C''(K_t^*)} + \tilde{\gamma}_{01} \tag{9b}$$

og/eller tilsvarende for 1.årseffekten γ_1. Hvorvidt dette kan fange noget er forsøgt illustreret i nedenstående figur. Figuren viser residualer fra en estimation af (1) og den tilhørende ligning for arbejdskraft, hvor der i (1) dog er taget et ekstra lag med i ΔK^*. Modellen er estimeret for det aggregerede erhverv xx. På figuren er forholdet mellem den anden afledte af omkostningsfunktionen evalueret i K hhv. K^* også medtaget, hvilket er det forhold, som indgår i udtrykkene i (9). Dette forhold vil være større end 1, når $K < K^*$ og mindre end 1, når $K > K^*$ (se fig.1b, som viser den 1.ordens afledte). Forholdet indeholder desuden den førnævnte asymmetri, dvs at det stiger meget kraftigt, når K er tæt på K_.

Hvis den endogene tilpasningshastighed har noget på sig, skulle man på figuren observere, at positive residualer - dvs. en situation, hvor ligningen skyder for lavt - hang sammen med en stigning i forholdet $C''(K)/C''(K^*)$, idet dette ville få tilpasningshastighed/1.årseffekt til at stige og derved få den forudsagte værdi til at stige (bemærk at K < K* historisk, således at fejlkorrektionsleddet er positivt). Ligeledes skulle negative residualer hænge sammen med fald i forholdet.

[10]Se artiklen af Nickell fra fodnote 9.

Figur 5. Residual fra K-ligning og omkostningsfunktionens afledte



Af fig.5 fremgår det, at i visse år kan man med lidt god vilje godt se, at der kunne være en effekt af ovenfor nævnte type, dog med et vist lag. Fx ser man en meget stor positiv residual i 1986, mens forholdet C''(K)/C''(K^*) stiger kraftigt i 1984. I 1963/64 er der også store positive residualer, hvilket modsvares af en stigning i forholdet i 1961. En negativ residual i 1965 modsvares af et fald i forholdet i 1963, og det samme gør sig gældende for den negative residual i 1972, som stemmer overens med et fald i forholdet i 1970. Man må dog sige, at 3.generationsmodellen ikke siger noget om, hvorfor der skulle være et lag i effekten.

Den store positive residual i 1971 genfindes ikke i en stigning af forholdet. Ligeledes modsvares følgen af negative residualer i perioden 1980-84 ikke af noget fald i forholdet.

Det er med andre ord ikke klokke-klart, at en endogen tilpasningshastighed vil hjælpe generelt, men man kan naturligvis forestille sig andre måder at indføre en sådan på end ovenstående. Det kan tænkes, at effekten fra ikke-lineariteten er *for* kraftig, når den indbygges som ovenfor. Istedet kunne man fx tænke sig at lade differensen K-K_ indgå på en eller anden måde.