Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

Asger Olsen
(Henrik Olesen)

13. Februar 2022

Humankapital, forventet livsindkomst, CRRA nytte og ADAMs forbrugs-funktion

Resumé:

I dettte papir vises, at ADAMs simple langsigtede forbrugsfunktion med få justeringer kan fortolkes som en livsløbs-forbrugsfunktion udledt fra en CRRA intertemporal nyttefunktion. Der er naturligvis kun tale om én af mange mulige fortolkninger af ADAMs forbrugsfunktion.

Der opstilles et simpelt humankapitaludtryk for den enkelte forbruger ud fra forventet livsindkomst. Dette kan bl.a. inspirere til at behandle forbrugsvirkningen af dagpenge, folkepension og arbejdsløshed på en lidt anden måde end i dag. Desuden er demografiske variabler som fx forventet restlevetid og forventet tidspunkt for udtræden af arbejdsstyrken lette at indbygge, evt. via en formodel, da disse størrelser ændrer sig meget langsomt og kan behandles eksogent.

Humankapitaludtrykket for den enkelte forbruger aggregeres så til at omfatte alle forbrugere, og makro-forbugsfunktionen udledes.

Denne vinkel på forbrugsbestemmelsen tilbyder - med få og små tilpasninger - en mulig, fremadskuende og livsløbs-konsistent fortolkning af ADAMs nuværende forbrugsfunktion - med Euler-ligning, Keynes-Ramsey regel, tidspræferencerate og det hele, men IKKE med perfekt forudseenhed hos forbrugerne.

Forklaringen på forbrugets indkomstfølsomhed er her forventningsfejl på indkomst, rente og priser. Disse forventningsfejl medfører løbende revisioner af de fremtidige forbrugsplaner - på samme måde som virksomheder løbende reviderer deres budgetter, når ny information bliver tilgængelig.

Papiret giver derfor en supplerende forklaring på den empirisk sikre afhængighed af indkomsten, som forbruget har, se fx Campbell og Mankiw(1989), og som normalt forklares med en betydelig andel af likviditetsbegrænsede såkaldte "HTM-forbrugere".

Der er stadig plads til likviditetsbegrænsede (HTM) forbrugere i denne fortolkning af forbrugsfunktionen, men de kan udgøre en langt mindre andel af forbrugerne, end man empirisk set vil behøve, hvis forbrugerne generelt antages at have perfekt forudseenhed. Det kan videre arbejde evt. afklare.

JAO13222.wpd (revideret udgave af udkast hco052001.wp)

Nøgleord: forbrug, humankapital, livscyklus, demografi

I afsnit 1 opstilles et udtryk for humankapitalen for en enkelt agent ud fra den forventede livsindkomst, og en tilhørende CRRA forbrugsfunktion for agenten udledes. I afsnit 2 aggregeres disse udtryk til at gælde alle agenter i økonomien. I afsnit 3 diskuteres, hvilke komponenter af livsindkomsten, der bedst kan behandles som forventet fremtidig indkomst, og hvilke komponenter af livsindkomsten, der bedst kan opfattes som forventet forrentning af agentens opsparede formue. Der er en vis valgfrihed omkring dette, hvis man har velfungerende kapitalmarkeder. Papiret afrundes med mere praktiske overvejelser.

Papiret kompletterer og foreslår løsninger på nogle ubesvarede spørgsmål fra modelgruppepapiret "Et simpelt humankapitaludtryk med tilhørende forbrugsfunktion" af Henrik Christian Olesen og Asger Olsen, 16. Marts 2001, som forblev et udkast.

1. Individuel livsindkomst og forbrugsfunktion

Humankapitalen for et enkelt arbejdsmarkedsaktivt individ antages grundlæggende at være lig med nutidsværdien af de forventede fremtidige arbejdsindkomster, arbejdsløshedsdagpenge og folkepension:[1]

$$H = \sum_{\tau=0}^{T-1} \frac{(1-\beta_{+\tau})\cdot yw_{+\tau} + \beta_{+\tau}\cdot yd_{+\tau}}{\rho_{+\tau}} + \sum_{\tau=T}^{L-1} \frac{yp_{+\tau}}{\rho_{+\tau}} \tag{1}$$

$yw_{+\tau}$ forventet arbejdsindkomst i fremtidig periode $t+\tau$
$yp_{+\tau}$ forventet folkepension i fremtidig periode $t+\tau$
$yd_{+\tau}$ forventede arbejdsløshedsdagpenge i fremtidig periode $t+\tau$
$\beta_{+\tau}$ forventet sandsynlighed for at være ledig i fremtidig periode $t+\tau$
T forventet tidspunkt for tilbagetrækning fra arbejdsmarked
L forventet dødstidspunkt
$\rho_{+\tau}$ forventet diskonteringsfaktor for periode $t+\tau$; $\rho_{+0}=1$ og $\rho_\tau=(1+r_{+\tau})\rho_{\tau-1}$ for $\tau>0$
$r_{+\tau}$ forventet diskonteringsrente i fremtidig periode $t+\tau$

Der anvendes her - undtagelsesvist for ADAM - primodatering af stokstørrelser. Den "forventede" værdi i indeværende periode antages at være lig med den realiserede, så fx $yw_{+0}=yw$.

Udtrykket er svært at behandle og skal forenkles. Først og fremmest antages, at dagpenge og folkepension forventes at udvikle sig som arbejdsindkomsten, dvs. at de forventes at have kompensationsgrader lig med den aktuelle:

$$btyd = \frac{yd_{+\tau}}{yw_{+\tau}} \tag{2}$$

$$btyp = \frac{yp_{+\tau}}{yw_{+\tau}} \tag{3}$$

Dette giver

[1] Opstillingen her bygger på Modigliani og Brumberg 1986 (The Collected Papers of Franco Modigliani s.128-133).

$$H = \left(\sum_{\tau=0}^{T-1} \frac{[1-\beta_{+\tau}(1-btyd)]\cdot yw_{+\tau}}{\rho_{+\tau}} + \sum_{\tau=T}^{L-1} \frac{btyp\cdot yw_{+\tau}}{\rho_{+\tau}} \right) \tag{4}$$

En afgørende forenkling kan nås, hvis det antages, at renten $r_{+\tau}$ forventes at være lig med den forventede nominelle indkomstvækst $g_{+\tau}$, som det også gøres i DØRS' livsindkomst-beregninger[2], altså at

$$r_{+\tau} = \frac{yw_{+\tau}}{yw_{+(\tau-1)}} - 1 = g_{+\tau} \tag{5}$$

hvorved forventet indkomstvækstrate og diskonteringsfaktor i (4) ophæver hinanden, så (4) klapper sammen til

$$H = yw \left(T\,[1-\ (1-btyd)\cdot\bar{\beta}] + \ (L-T)\cdot btyp \ \right) \tag{6}$$

idet vi definerer den gennemsnitlige forventede ledigheds-risiko over resten af livet som

$$\bar{\beta} = \frac{1}{T}\sum_{\tau=0}^{T-1} \beta_{+\tau}$$

Bemærk, at dette hverken er den aktuelle ledighedsrisiko eller den naturlige, men noget helt tredie. Man kan tænke i leddet i de firkantede parenteser som den aktuarmæssige forsikringspræmie, der ville være nødvendig for at forsikre individet mod indkomsttab ved ledighed i resten af livet, givet de gældende regler for ledighedsunderstøttelse (*btyd*). I konjunkturudsatte brancher er denne "livstids-ledigheds-risiko" højere end i mere stabile brancher.

Hvis kompensationsgraderne for arbejdsløshedsdagpenge og pensioner var 100%, ville humankapitalen være lig med restlevetiden ganget med indkomsten, dvs $L \cdot Yw$, men da begge kompensationsgrader typisk er mindre end 100 %, vil humankapitalen være mindre end det (men stadig 20-25 gange større end den årlige indkomst for en 40-årig).

For pensionister er bidraget til den samlede humankapital svarende til (6) kun $L\cdot Yw\cdot btyp$, idet de ikke længere har aktiv tid tilbage på arbejdsmarkedet.

Hvis renten i stedet forventes større end den nominelle vækstrate*,* dvs.at r>g, bliver (6) ændret til en nutidsværdi af de forventede fremtidige indtægter over restlevetiden med *(r-g)* som diskonteringsfaktor, men vi fortsætter indtil videre med den simplere (6).

Det ses umiddelbart at

- formueafkast ikke indgår her; det indgår i stedet i forbrugsbestemmelsen via forrentning af den finansielle primoformue, se næste afsnit,
- det ikke er de aktuelle arbejdsløshedsdagpenge, der indgår, men et forventet gennemsnit af arbejdsløshedsdagpenge over hele det resterende arbejdsliv,
- folkepensionen indgår, selv om udtrykket er opstillet for en arbejdsaktiv, nemlig som en forventet fremtidig ydelse,

---

[2]Fx DØRS, efterår 1996, s. 96 og Arbejdspapir 2001:6 (Se også DØRS, efterår 1991, efterår 2001, forår 2004, efterår 2011, forår 2014 forår)

- indkomst og pension skal vægtes med hhv. forventet resterende tid på arbejdsmarkedet og pensionstid.

Vi skal analysere disse ting nærmere ved at aggregere (6) til et makrobegreb. Først skal vi dog udlede forbruget for den enkelte, givet humankapitaludtrykket (6).

Forbrugsfunktionen

Livstids-budgetrestriktionen er værdien af den samlede formue (inkl. humankapital), og i ligevægt skal nutidsværdien af de planlagte forbrugsstrømme være lig med denne (der tillades dog en ønsket formue på det forventede dødstidspunkt, hvad enten den opfattes som planlagt arv eller en forsigtighedsreserve)

$$H+W-W_L = \sum_{\tau=0}^{L-1} \frac{c_{+\tau}}{\rho_{+\tau}} \tag{7}$$

W Formue primo perioden
W_L Nutidsværdi af forventet nettoarv, dvs. ønsket formue på forventet dødstidspunkt minus forventet modtaget arv.

Den forventede tidsprofil af forbruget i fremtidig periode $t+\tau$, $c_{+\tau}$, kan findes ved intertemporal nyttemaksimering under bibetingelse af denne intertemporale budgetrestriktion, som i bilag 1.

En simpel antagelse om, at den forventede realrente $(r-\dot{p})$ er konstant og lig med tidspræferenceraten, θ, vil give at der ønskes et konstant realt forbrug over hele restlevetiden, uanset specifikationen af "elementarnyttefunktionen", jf. (A.1) i bilaget, dvs. at "Euler ligningen" i dette tilfælde giver et konstant forventet realt forbrug

$$c_{+\tau} = c\frac{p_{+\tau}}{p} \tag{8}$$

og derfor, ved udnyttelse af (7),

$$c = (H+W-W_L)\frac{(r-\dot{p})}{1-(1+(r-\dot{p}))^{-L}} \qquad \text{for } (r-\dot{p})\neq 0 \tag{9.a}$$

Udtrykket (9.a) udtrykker en annuitet med nutidsværdi $W+H-W_L$, levetid L og forrentning lig med realrenten; brøken er "kapitalindvindingsfaktoren" i en sådan. Det ses, at hvis den forventede restlevetid, L, var uendelig, ville nævneren forsvinde og forbruget være lig med realforrentningen af den samlede disponible formue; men da L er endelig, bliver forbruget større end som så, fordi der også over livet nedspares af formuen til det ønskede slutniveau - derfor nævneren. Ved en realrente på 2.5% og en restlevetid på 20 år vil nedsparingen eksempelvis øge forbruget med ca. 2.6 gange i forhold til den rene forrentning, kan man regne ud.

Det er dog ikke rart at gøre en så bastant forhåndsantagelse om tidspræferenceraten, som at $\theta=(r-\dot{p})$. Hvis fx. $\theta>(r-\dot{p})$, vil forbruget i stedet planlægges geometrisk aftagende over tid med raten σ, og det aktuelle forbrug c vil derfor være større - og omvendt, hvis $\theta<(r-\dot{p})$.

Resultatet kan udvikles, hvis der antages en intertemporal nyttefunktion af CRRA-typen. Dette giver, hvis den forventede realrente antages konstant, jf. (A.4) i bilag 1,

$$c \approx (H+W-W_L)\ \frac{\eta}{1-(1+\eta)^{-L}} \tag{9.b}$$

hvor $\eta = (1\text{-}\sigma)\cdot(r-\dot{p}) + \sigma\cdot\theta$

som afspejler at det planlagte forbrug følger "Keynes-Ramsey-reglen"; mindre prætentiøst kan det konstateres, at der åbenlyst er tale om en generalisering af (9.a), og at egenskaberne ikke skræmmer: Annuitetsfaktoren er her bestemt af en konveks kombination af realrenten og tidspræferenceraten; vægten er tids-substitutionselasticiteten, σ.

Da humankapitalen (6) og formuen indgår på lige fod krone for (forventet) krone i forbrugsfunktionen (9.b), vil forbrugstilbøjeligheden af indkomst her overstige forbrugstilbøjeligheden af formue med en faktor givet ved restlevetiden og kompensationsgraderne - den kan formentlig regnes ud til at være en faktor i størrelsesordenen 20 med gældende antagelser og regler.

Fortegnet på rentens bidrag er bestemt af substitutionselasticiteten σ: Hvis $\sigma>1$ dominerer substitutionseffekten over indkomsteffekten, og derfor bidrager realrenten samlet set negativt til det aktuelle forbrug; omvendt, hvis $\sigma<1$. Tidspræferenceratens effekt er nul, hvis $\sigma=0$ og stiger i øvrigt proportionalt med σ.

Det fremtidige reale forbrug vil planlægges konstant, hvis *mer*-tidspræferencen $\theta\text{-}(r\text{-}\dot{p})$ er 0, men planlægges faldende hvis mer-tidspræferencen er positiv og vice versa, se (A.6.A) i bilaget.

Bemærk, at en hævet pensionsalder for fastholdt forventet restlevetid vil give et højere planlagt årligt forbrug, hvis pensionens kompensationsgrad er mindre end 1, for livsindkomsten *H* og dermed den samlede formue vil stige, mens den fordeles på forbrug over en uændret restlevetid.

Ligning (9.a) kan i princippet direkte danne grundlag for en estimation, men den er jo temmelig ikke-lineær.

En forenkling til mulig estimationsbrug (kan overspringes)

Tag fx udgangspunkt i et særlig simpelt specialtilfælde, hvor η går mod 0 i (9.b). Dette giver

$$c = (H+W-W_L)\frac{1}{L} \tag{9.c}$$

således at det fremtidige forbrug udelukkende planlægges finansieret ved en jævn nedsparing af formuen over restlevetiden. Tilfældet fås eksempelvis, hvis elementarnyttefunktionen er logaritmisk (således at indkomst- og substitutionseffekter ophæver hinanden), og tidspræferenceraten er 0, jf. bilag i tilfældet hvor $\sigma=1$, men det er jo ikke rare antagelser.

Det er nu alligevel frugtbart at dvæle lidt ved (9.c), som jo sætter focus på "jævn nedsparing" af formuen via størrelsen, jf. (6) og (7),

$$\frac{H+W-W_L}{L} = \frac{T}{L}\left[\,(1-\overline{\beta})yw + \overline{\beta}yd\,\right] + \frac{L-T}{L}\,yp + \frac{W-W_L}{L} \tag{10}$$

Det skyldes, at vi kan approksimere annuiteten (9.b) med den gennemsnitlige ydelse i et serie"lån" med samme restløbetid, således at (9.b) forenkles til

$$c \approx \frac{(H+W-W_L)}{L} \cdot \left(1 + \eta \cdot \frac{L+1}{2}\right) \tag{11}$$

altså dels et nedsparingsled (addenden 1 i parentesen), et renteled og et tidspræferenceled, alle ganget på den samlede disponible formue pr. restleveår.

Denne forbrugsligning kan lettere estimeres end (9.b), men det koster en approksimationsfejl, som dog nok ikke betyder så meget i forhold til alle de andre antagelser, der gøres. Eventuelt kan der vel findes en måde til at korrigere approksimationsfejlen efterfølgende - med givne restlevetider og værdier af η.

Forventningsfejl giver opdateringer af forventet humankapital og forbrug

Ligning (9b) og (11) bestemmer det planlagte forbrug i indeværende periode, men bag dette ligger jo en forbrugsplan for hele restlevetiden. I næste periode må denne plan revurderes, for både indkomst, formue, priser og rente vil efter al sandsynlighed have udviklet sig anderledes, end de var forventede året før. Forventningsfejlen er det realiserede forbrug i året minus det planlagte forbrug fra året før, jf (9.b).

Revurderingen vil generelt omfatte alle størrelser i (10) og (11), og i princippet er det også nødvendigt at inddrage forventningsfejlene på forbruget i foregående perioder.[3] Med de her anvendte forudsætninger er der dog ikke noget problem, idet (11) er robust over for en sådan omvurdering; det skyldes dels, at der er antaget intertemporal separabilitet, dels at virkningen af ændringer i forventet restlevetid er modelleret i ligningen.

Det er denne proces med løbende revurderinger af livsindkomst og forbrugsplaner, der her giver forbruget en følsomhed over for indkomsten. Den minder om den almindelige måde, som virksomheder løbende reviderer deres budgetter på, når ny information bliver tilgængelig.

2. Aggregeret humankapital og forbrugsfunktion

Det aggregerede formueudtryk findes ved at aggregere venstresiden i (7) over alle individer og udnytte definitionen af humankapitalen, (6).

I praksis er det hensigtsmæssigt at de individuelle forbrugere først aggregeres til aldersgrupper $j=1..k$, og det samtidig forenklende antages, at alle forbrugere i samme aldersgruppe j har samme forventede restlevetid L_j, forventede resterende tid på arbejdsmarkedet T_j og ledighedsrisiko. Pensionister indgår kun med yp-leddet fra (10).

Det samlede formueudtryk kan derfor skrives (idet overstregning af en indkomst yw_j eller yp_j angiver gennemsnitsindkomsten hhv. yw_j/n_j og yp_j/n_j i alderstrin j):

[3] Se A. Deaton og J. Muellbauer(1980): *Economics and consumer behavior*. Cambridge U. P. (reprint 1994), kap. 12.

$$\sum_i H_i+W_i-W_{Li} \approx \sum_{j\in aktive\ alderstrin} n_j\cdot\left(T_j\cdot[\ (1-\bar{\beta})\cdot\overline{yw}_j+\ \bar{\beta}\cdot\overline{yd}_j\ ]\ +\ (L_j-T_j)\ \overline{yp}_j\right)$$
$$+\ \sum_{j\in pensionerede\ alderstrin} n_j\cdot L_j\cdot\overline{yp}_j$$
$$+\ \sum_i W_i-twi\cdot W_{Li} \tag{12}$$

n_j antal personer i alderstrin j
twi forventet skattesats for arv

Humankapitalen er jo nutidsværdien af den forventede indkomst i resten af levetiden, og i (12) vises bidragene til den fra forskellige grupper: Pensionister bidrager med pensionen ganget med deres forventede restlevetid, mens de arbejdsmarkedsaktive bidrager med lønnen ganget med deres forventede resterende tid på arbejdsmarkedet plus pensionen ganget med deres forventede tid på pension.

Formueleddene i (12) er her defineret ud fra individoplysninger, men de kunne om ønsket også baseres på data for aldersgrupper i stedet.[4]

I aggregatet (12) fratrækkes kun arveskatten fra formuen, fordi resten af arven jo går videre til arvingerne (til gengæld må det noteres, at arvingernes forventede restlevetid er omkring 25 år mindre end forældrenes).

Hvis det nu forenklende antages, at forventet gennemsnitlig indkomst, dagpenge og pension er uafhængig af alderstrinnet, fås[5], idet vi for at sammenligne med ADAMs forbrugsfunktion nu genopskriver (12) for de samlede indkomster (ikke gennemsnitsindkomster):

$$\sum_i H_i+W_i-W_{li} \approx [\ (1-\bar{\beta})\cdot yw+\ \bar{\beta}\cdot yd\ ]\cdot\sum_{j\in aktive\ alderstrin}\frac{n_j}{n_a}\cdot T_j$$
$$+\ yp\ \cdot\sum_{j\in aktive\ alderstrin}\frac{n_j}{n_p}\cdot(L_j-T_j) \tag{13}$$
$$+\ yp\ \cdot\sum_{j\in pensionerede\ alderstrin}\frac{n_j}{n_p}\cdot L_j$$
$$+\ \sum_i W_i-twi\cdot W_{li}$$

n_a Antal arbejdsmarkedsaktive personer, $\Sigma_{j\in aktive}\, n_j$
n_p Antal personer på pension, $\Sigma_{j\in pensionister}\, n_j$

Udtrykkene i summationstegn i (13) udtrykker henholdsvis (fra oven):

- Bidraget fra de aktives gennemsnitlige forventede resttid på arbejdsmarkedet,
- bidraget fra de aktives gennemsnitlige forventede tid på fremtidig pension,
- bidraget fra de allerede pensioneredes gennemsnitlige restlevetid,

[4]Man kunne måske indlægge en "typisk" aldersprofil for formuen, så $W_i=\omega_i W$, og tillige antage, at alle individer ønsker samme "arv", så $W_{Li}=W_L$. Dette ville give det aggregerede formueled W-W_L. Denne antagelse kan således siges at ligge implicit i ADAMs formuekoefficient i dag.

[5]I denne udledning antages altså dels, at gennemsnitsindkomsten er ens for alle alderstrin, så $\overline{yw}_j=\overline{yw}$ etc. (så gennemsnitsindkomsterne kan flyttes udenfor sumtegnet), dels at $\overline{yw}=yw/Q=yw/((1-\beta)n_a)$ og $\overline{yd}=yd/Ul=yd/(\beta n_a)$. Hvis denne antagelse opblødes til $\overline{yw}_i=\alpha_i\overline{yw}$, dvs. at de aldersfordelte gennemsnitsindkomster afhænger af alderen, pga. fx anciennitetseffektivitet, skal vægtene i gennemsnittet i (12) blot modificeres, således at n_j erstattes af $\alpha_i n_j$. I praksis er antagelsen om samme gennemsnitsindkomst for alle årgange ikke særlig forkert for årgange over 30 år, se Statistikbanken, HISB9.

- bidraget fra primo-formuen.

Forbrugsfunktionen.

Den aggregerede forbrugsfunktion svarende til humankapitaludtrykket (13) kan udledes på samme måde som (12), men fra (9.b):

$$\begin{aligned} c &= \sum_i c_i \approx \eta \sum_i \frac{(H_i + W_i - W_{Li})}{1-(1+\eta)^{-L_i}} \\ &\approx [(1-\bar{\beta}) \cdot yw + \bar{\beta} \cdot yd\,] \cdot \eta \cdot \sum_{j \in aktive\ alderstrin} \frac{n_j}{n_a} \cdot \frac{1}{1-(1+\eta)^{-L_j}} \cdot T_j \qquad (14) \\ &+ yp \cdot \eta \cdot \sum_{j \in aktive\ alderstrin} \frac{n_j}{n_p} \cdot \frac{1}{1-(1+\eta)^{-L_j}} \cdot (L_j - T_j) \\ &+ yp \cdot \eta \cdot \sum_{j \in pensionerede\ alderstrin} \frac{n_j}{n_p} \cdot \frac{1}{1-(1+\eta)^{-L_j}} \cdot L_j \\ &+ \sum_i W_i - twi \cdot W_{li} \end{aligned}$$

I forhold til det samlede formueudtryk (13) ses, at koefficienterne til indkomster og pensioner nu ikke kun afhænger af forventede gennemsnitlige restperiode-længder på arbejdsmarkedet hhv. på pension, men at disse koefficienter nu også afspejler en annuitetsfaktor (afhængig af forventet restlevetid og realrente, tidspræference og tidssubstitution) for hver aldersgruppe.

Forbrugsfunktionen (14) kan umiddelbart jævnføres med det nuværende niveau-led i ADAMs forbrugsfunktion, som stiliseret kan skrives $c=\alpha \cdot (Yw+Yd+Yp) + \beta \cdot W$. Den giver således mulighed for en ganske rig fortolkning af koefficienterne α og β - set ud fra livsløbsteoriens rammer.

Desuden fremtræder i (14) vigtige forskelle mellem de forbrugsforklarende begreber i ADAM/nationalregnskabet og i livsløbsteorien. Nogle stykker skal nævnes:

- Ligningen er lineær gennem (0,0) - ikke logaritmisk. Dette sikrer, at formuedele, der flyttes fra det ene bidrag til det andet i (14), ikke vil påvirke den samlede formue og dermed i sidste ende forbruget. Husk i denne forbindelse, at (14) er tænkt som et langsigtet udtryk for forbruget, ikke som en forklaring af forbrugets kortsigtede dynamik.

- Koefficienterne til indkomster og formue er estimerede i ADAM, men det er de ikke i (14), hvor de er grundlæggende bestemt af demografiske forhold som aldersfordelinger, forventede restlevetider og aldersspecifikke diskonterings-faktorer.

- Forholdet mellem koefficienterne til indkomst og formue er i (14) bestemt på en kompleks måde ud fra tidspræferencen, den forventede merrealrente og befolkningens fordeling på restlevetider.

- Hvis der var lige mange personer i hvert aktivt alderstrin, ville n_j kunne sættes uden for sumtegnet i de aktives bidrag til humankapitalen i (14), med den konsekvens at leddet $n_j\ /n_a$ ville forsvinde. Indkomst-leddet i ADAMs nuværende forbrugsfunktion indeholder fra denne synsvinkel en implicit antagelse om, at den arbejdsaktive befolknings sammensætning på aldersgrupper er uniform (alle aktive aldersgrupper er lige store). Fraværet af en mer-realrente i ADAMs forbrugsfunkton svarer tilsvarende til en implicit antagelse om, at tidssubstitutions-parameteren σ er 1. Disse antagelser holder ikke 100% i praksis, men de giver på den anden side næppe større empiriske fejl end mange andre praktisk nødvendige tillempninger af teorien.

- I (14) tillægges et led for de arbejdsmarkedsaktives forventninger til folkepension senere i livet; et sådant findes ikke i dag i ADAM.

- Formueindkomster indgår ikke i (14), idet de i stedet dækkes af bidraget fra formueleddet. Der er dog tale om en ganske rudimentær beskrivelse, der fx ikke tager særligt hensyn til beskatningen af formueindkomster; dette problem tages op i næste afsnit.

- Løn og dagpenge for arbejdsmarkedsaktive korrigeres i (14) med et udtryk for resterende aktiv tid på arbejdsmarkedet. I ADAMs nuværende forbrugsfunktion kan der således siges at være en implicit antagelse om, at denne tid er konstant.

- Andre typer af sociale overførsler kan behandles parallelt med arbejdsløshedsdagpenge eller alderspension, afhængigt af, om ydelsen er hhv. midlertidig eller livsvarig.

En forenkling til mulig estimationsbrug

Hvis man er villig til at bruge den forenklede forbrugsbestemmelse i (11), kan (14) erstattes af

$$\begin{aligned} c &= \sum_i \left(1 + \eta \cdot \frac{L_i+1}{2} \right) \cdot \frac{H_i+W_i-W_{li}}{L_i} \\ &= \sum_i \left(\frac{H_i+W_i-W_{li}}{L_i} \right) + \frac{\eta}{2} \cdot \sum_i \left(\frac{H_i+W_i-W_{li}}{L_i} \cdot (L_i+1) \right) \end{aligned} \qquad (15)$$

$$\eta = (1-\sigma) \cdot (r - \dot{p}) + \sigma \cdot \theta,$$

hvor første sum i (15) kan reduceres til et udtryk som (14), men med nævneren i diskonteringsfaktoren erstattet af restlevetiden for gruppe j, L_j. Anden sum i (15) kan reduceres til at ligne formueudtrykket i (13) meget, idet $(L_j+1)/L_j$ i gennemsnit må være tæt på 1 (L er i gennemsnit omkring 35-40). Begge udtryk er intrikate at regne ud, men de afhænger kun af demografisk betingede størrelser og kan regnes ud i en formodel, der også ville kunne lave en rimelig eksogen lang fremskrivning. Derefter kunne parametrene i η estimeres lineært på en konstant og realrenten.

Bemærk, at det i (15) ikke er det samlede formueudtryk $H+W-W_L$, der aggregeres, men derimod formuen pr. forventet restleveår, $(H+W-W_L)/L$, som nærmere er et forenklet udtryk for permanent årlig indkomst.

Den forenklede forbrugsfunktion (15) siger først og fremmest, at

- koefficienten til formuen skal være $1/L$ plus et led, der kan fortolkes som et gennemsnit af en realrente og en tidspræferencerate (minus en evt. andel af

formuen, der går til “nettoarv"),
- tallet 1 i parentesen er et udtryk for løbende nedsparing af formuen, mens leddet til højre er forbrug finansieret af forventet formueafkast. Det samlede forbrug afhænger af formuen pr. forventet restleveår, realt formueafkast, tidssubstitutionen og tidspræferenceraten.
- forholdet mellem koefficienterne til indkomst og formue skal være omkring *2/L* (baseret på antagelserne, at gennemsnitlig $T/L=0.5$, $n_d/n_p=3$ og pensionens kompensationsgrad=0.5, jf. (14) og (15),

Der skal blot antages noget om netto-"arven" W_L, så kan (15) estimeres direkte, og den må være meget tæt på at have det nuværende niveauled i forbrugsfunktionen som specialtilfælde. I hvert fald angives i HCO20700, at niveauleddet i ADAMs forbrugsfunktion estimeres til $0.591Yd+0.058Wcp$, og dette er for formuekoefficientens vedkommende næppe i konflikt med (13)-(14). Derimod er forholdet mellem indkomst- og formuekoefficient godt 10 mod forventet ca. 20 i (14)-(15); denne sammenligning kompliceres dog af, at formueindkomster ikke indgår i humankapitalen i (13)-(15) og er problematisk behandlet i den nuværende ADAM (se næste afsnit)

Det må dog huskes, at approksimationen (15) giver en mere faldende /mindre stigende forventet forbrugsprofil end den oprindelige (14), og at (15) derfor vil give en mindre bias opdad i σ. Hvis man kender den forventede gennemsnitlige restlevetid, som må forventes at ligge ret stabilt i størrelsesordenen 25 år, kan denne bias formentlig let korrigeres efterfølgende ved sammenligning af ydelsesprofilerne på 25-årige annuitets- og serielån.

3. Hvad skal med som indkomst og hvad som initial formue?

Den samlede formue, $W+H+W_L$, har hele vejen igennem dette papir været opdelt i initialformuen, W, humankapitalen, H, og forventet nettoarv W_L,. Sondringen går på, at W er kendt i indeværende periode, mens H og W_L er en funktion af forventede størrelser (fremtidige arbejdsindkomster og arv i resten af levetiden).

Men initialformuen giver jo også anledning til begrundet forventning om fremtidige indkomster - nemlig formueindkomster: Beholdningen af erhvervskapital giver forventning om fremtidige overskud, mens beholdningen af finansiel kapital giver forventning om fremtidige renteindtægter, og beholdningen af boligkapital giver forventning om fremtidige boligydelser. Og disse beholdninger er kun værdisat rigtigt, hvis værdien af dem er lig med nutidsværdien af disse forventede afkast. Man kan derfor hævde, at med velfungerende kapitalmarkeder er også initialformuen en funktion af forventede fremtidige indkomster (måske lige undtagen kontantbeholdningen), og at der ikke er grund til at behandle den anderledes end indkomsterne (faktisk er visse finansielle aktivers værdi muligvis i praksis væsentlig mere usikker end humankapitalens). Med andre ord må der for et aktiv af type i, W_i, gælde en pendant til (1),

$$W_i = \sum_{t=0}^{V_i} \frac{yr_{i,t}+bw_{i,t}}{\rho_{+\tau}} \qquad (16.a)$$

V_i	Aktiv i' s levetid
$bw_{i,t}$	nedsparing af aktiv i i periode t (udtrækning, afskrivning etc.)

Da vi i mange tilfælde kun har data for formueindkomsterne, ikke for formuenedbringelsen, er det nok mest hensigtsmæssigt at omregne (16.a) til at gælde et evigt aktiv (svarende til at formuenedbringelsen løbende geninvesteres), dvs. til

$$W_i = \sum_{t=0}^{\infty} \frac{yr_{i,t}}{\rho_{+\tau}} \qquad (16.b)$$

Det er i princippet (i et perfekt kapitalmarked) ligegyldigt, om initialformuen opgøres som en observeret kursværdi eller som en diskonteret sum af forventede fremtidige indkomster. Men i praksis kan der være betydelige forskelle, hovedsageligt fordi de observerede kurser kan afspejle vilkårene for andre købere end husholdninger, fx pensionsfonde eller udlændinge; det er især beskatningen af formueindkomsten, der kan være forskellig for forskellige aktører på markedet. Det er således ikke rimeligt at antage, at de observerede obligationskurser i Danmark fuldt ud afspejler beskatningen af husholdningernes formueindkomster, fordi fonde og udlændinge ikke betaler dansk indkomstskat.

Nationalregnskabet benytter grundlæggende et andet indkomstbegreb end livscykelteoriens, idet en formueændring her regnes som indkomst, hvis den var (ædrueligt) forventelig ved periodens begyndelse. Renteindtægter og udbytter af initialformuen indgår derfor i nationalregnskabets disponible indkomst som formueindkomst, mens de mere usikre kursændringer ikke opfattes som indkomst og i stedet henføres som omvurderinger på kapitalkontoen.[6]

Beskatningen af formueindkomst modelleres til ADAM nok bedst - som i dag - ud fra "forventet indkomst" vinklen. ADAM har i dag en ganske detaljeret modellering af beskatningen af forskellige typer formueindkomst. Hvis skitsen fra de foregående afsnit skulle anvendes umiddelbart, ville vi i praksis i forbrugsbestemmelsen se bort fra en stor del af denne detaljering; initialformuen forrentes jo blot med r i denne skitse. Specielt omkring forbrugsvirkningen af ændringer i kapitalindkomstbeskatningen kunne vi risikere "spændende" multiplikatorforløb: Ganske vist skulle skatterne nok blive betalt, ved at blive trukket fra i fordringserhvervelsen, men der ville næppe være plads til førsteårseffekter, og overgangen mellem kort og langt sigt kunne nok også blive problematisk. Hertil kommer, at det ganske enkelt kan være svært at dele skatterne op på A- og formueindkomstskatter.

Det kan derfor komme på tale at behandle en del af initialformuen ud fra "forventet indkomst"-synsvinklen (16.b), selv om vi faktisk allerede har et udtryk for initialværdien af den. Grundreglen må imidlertid ufravigeligt være, at *hvis en del af initialformuen medregnes i humankapitalen ud fra dens forventede fremtidige bidrag til indkomsten, så skal den ikke samtidig være en del af den "opgjorte" initialformue i (14) og (15)* . Uanset hvilken vinkel, der vælges, skal man være opmærksom på, at en eventuelt tilknyttet skattebetaling skal være indregnet på en passende måde i opgørelsen. Hvis nationalregnskabsvinklen følges - og det gør vi i ADAM - skal formueindkomst regnes med i indkomsten, mens initialformuen kun skal indgå via kursgevinster og -tab.

Her skal blot nævnes nogle udvalgte problemstillinger, som der muligvis findes bedre svar på end nedenstående:

- Selvstændiges restindkomst; her synes det rimeligst at imputere en arbejdsaflønning som supplement til lønsummen i indkomstudtrykket. Det skattemæssige modstykke til denne strøm er skatten af overskud af egen virksomhed, som alligevel næppe kan udskilles fra øvrige personskatter. Egentlig profit, fx i form af konjunkturgevinster, kan måske være et problem (både indkomsten og skatten af den).

---

[6]Et grænsetilfælde er emissionskurstab, der jo er kendte på emissionstidspunktet og derfor i stedet imputeres som en forrentning.

- Anden restindkomst, dvs. profit og kapitalaflønning; denne komponent modelleres nok også bedst som en indkomst. Selskabsskatter er dog separat modelleret, så kapitalværdien af dem kunne evt. i stedet trækkes fra formuen. Måske kunne man behandle kapitalaflønningen som indkomst, men egentlig profit som en formuegevinst, svarende til at kun "friværdien" af erhvervenes formue indgår i formueudtrykket.

- Renteindtægter modelleres nok også bedst som en indkomst. Renteindtægter beskattes, og det er svært at skille skatten af dem ud fra skatten af A-indkomst (på grund af progressionen i skattesystemet). Opgørelsen af finansiel formue i dagens ADAM tager derimod kun hensyn til beskatningen af afkastet i det (mindre) omfang, den afspejles i de observerede obligationskurser mv.

- Boliger bør indgå via formuen, ikke via ydelsen, dels fordi forbruget af boliger er lig med afkastet (og det er vel nærmest snyd), dels pga. begrebsmæssige og datamæssige problemer med nationalregnskabets opgørelse af afkastet.

- For alle formueindkomster gælder, at hvis de indgår som indkomst i forbrugsfunktionen, skal kun kapitalgevinster og -tab medtages i den forbrugsbestemmende formue.

- Arbejdsmarkedspensioner påvirker i denne fortolkning af forbrugsfunktionen hovedsagelig forbruget i det omfang, der er en skattefordel forbundet med pensionsopsparingen, og hvis der er det, vil en indbetaling til arbejdsmarkedspension øge forbruget svarende til skattefordelen. Denne effekt kan så evt. suppleres med en virkning på forbruget via den likviditetsbegrænsning, indbetalingen kan medføre.

4. Afrunding

Der er naturligvis ingen der ved, om de ovenstående udledninger er "empirisk korrekte", eller om der findes bedre skitser. Men

- den må være ganske tæt på at indeholde niveau-delen *Cpuxhw* af den nuværende forbrugsfunktion som specialtilfælde (det vil en nærmere analyse af levetider, arv og signifikansgrænserne på de estimerede parametre vise),
- den er rimeligt generel
- den er let at fortolke
- den integrerer demografien på en simpel og alligevel nuanceret måde, som kan håndteres i en formodel
- den giver en ramme for besvarelse af mange spørgsmål, som den nuværende relation umiddelbart må give op over for.

Den mangler til gengæld at tage hensyn til befolkningsforhold som familier/enlige og børnetallet på en passende måde, men det kan vel udvikles - måske ved en trendvariabel bestemt i en formodel. Noget tilsvarende gælder befolkningens uddannelse. Disse forhold ændrer sig ikke hurtigt og vil kun på meget langt sigt være endogene - hvis de da overhovedet er endogene.

Husk i denne forbindelse, at livscykelteorien i en stringent form generelt er svær at forene med alle tilgængelige data. De her nævnte implicitte antagelser i ADAMs forbrugsfunktion er næppe i større modstrid med empirien end andre praktisk mulige antagelser, herunder fx. perfekt forudseenhed.

Hvad med likviditetsbegrænsninger på forbrugerne? Tja, man kan vel nøjes med at lade (14) gælde i niveau-delen af forbrugsfunktionen (*Cpuxhw*), mens kortsigts-dynamikken kan klares med en fejlkorrektionsmodel med indkomstændringer (og måske formueændringer), som i dag. Ændringer i lånemuligheder mv. kan så lægges ind som skift i tilpasningskoefficienten eller i 1. årseffekten. Man bør dog huske, at fattige mennesker ikke behøver at være likviditetsbegrænsede (på anden måde, end at initialformuen er nul). Det kan også bare være, at deres livsindkomst er lille.

Løbende revurderinger af den samlede formue/permanente indkomst ud fra den indtrufne udvikling forekommer overordnet set at være en mere troværdig forklaring på forbrugets empirisk klare indkomstfølsomhed end en fast og meget høj andel af "HandToMouth" forbrugere (dvs. som udelukkende forbruger af deres indkomst). Der er dog også plads til HTM forbrugere i den her valgte ramme - der er bare brug for færre af dem end ellers, og de kan indbygges ved et tillæg til koefficienten til indkomstudtrykket i (14). Ud fra de skøn for denne koefficient, der er nævnt tidligere, kan det dog ikke udelukkes, at et sådant tillæg for HTM forbrugere i (14) eller (15) i praksis vil estimeres negativt.

Har forbrugerne i (14) rationelle forventninger? Nej, det har de ikke. Men de er fremadskuende. De venter ikke, at arbejdsløsheden altid har den størrelse, den har i dag, og deres forventninger til fremtiden er næsten helt fastlagt ved forventningerne til forskellen på realrenten og realvæksten. Det mest "ikke-rationelle" er nok behandlingen af skatterne; der er *ikke* i forbrugernes forventninger indbygget noget om en tilpasning af skatter og offentlige ydelser i retning af balance på det offentlige budget.

Planlægningen af forbruget her minder meget om standard-proceduren, når man forhandler lån med sin bank.

Forudsætningen her om, at forventet rente og indkomstvækst er lige store, r=g, kan om ønsket erstattes af r=$g+\epsilon$, hvor ϵ er en konstant risikopræmie. De simple summer over restlevetiden skal så erstattes af nutidsværdier med ϵ som diskonteringsfaktor, men analysen vil i øvrigt være den samme - bare på en mere besværlig, ikke-lineær form. Vi vil ikke her gå ind i, hvordan renten idenne sammenhæng opgøres bedst mht. fx risiko.

Man kunne formentlig ret let opbløde antagelsen r=g til at renten forventes at ændre sig fra den aktuelle værdi mod en langsigtet, "naturlig"/"neutral" værdi relativt til indkomstvæksten i løbet af en (kortere) årrække, men det vil også gøre regnestykket betydeligt mere indviklet. Det er til gengæld muligt, at den økonomiske udvikling i det seneste tiår empirisk vil kunne forklares bedre med en sådan antagelse - givet de store og hastige udsving, der har været i renten og inflationen. For forbrugerne er forventninger til merrealrenten nok det i særklasse vanskeligste element at planlægge efter, mens forventninger til indkomstændringer normalt er mere stabile.

Vi vil muligvis prøve at konkretisere og belyse disse forhold i et efterfølgende modelgruppepapir, herunder om den demografisk betingede fortolkning af koefficienterne til indkomst og formue, der her er beskrevet, passer med de koefficienter der er estimeret i ADAM i dag.

Referencer

John Y. Campbell, N. Gregory Mankiw: Consumption, Income, and Interest Rates: Reinterpreting the Time Series Evidence. NBER Working Paper 2924, Cambridge, MA, 1989.

Bilag 1: Maksimering af nyttefunktion

Antag, at nyttefunktionen er givet ved

$$U = \sum_{\tau=0}^{L-1} u(\frac{c_{+\tau}}{p_{+\tau}})(1+\theta)^{-\tau} \tag{A.1}$$

θ tidspræferenceraten
$c_{+\tau}$ planlagt forbrug i fremtidig periode $t+\tau$.
$p_{+\tau}$ forventet forbrugerpris i fremtidig periode $t+\tau$.

Bemærk, at nytten ikke afhænger af forbruget i foregående perioder; man kan se bort fra fortiden, fordi funktionsformen i (A.1) indebærer "intertemporal separabilitet".

Maksimering af U under bibetingelse af livstidsbudgetrestriktionen (7) giver, ud over (7) selv, de L ligninger

$$\lambda = u'(\frac{c_{+\tau}}{p_{+\tau}})\frac{\rho_{+\tau}}{p_t(1+\theta)^t} \qquad \tau=0,1,...,L-1 \tag{A.2}$$

hvor λ er en (fælles) Lagrangemultiplikator (ρ er diskonteringsfaktoren fra (1)). Heraf fås "Euler-ligningen"

$$\begin{aligned} u'(\frac{c_{+\tau}}{p_{+\tau}}) &= u'(\frac{c_{+\tau-1}}{p_{+\tau-1}})\frac{p_{+\tau}}{p_{+\tau-1}}\frac{(1+\theta)}{(1+r_{+\tau})} \\ &\approx u'(\frac{c_{+\tau-1}}{p_{+\tau-1}})(\frac{1+\theta}{1+\tilde{r}_{+\tau}}) \end{aligned} \qquad \tau=1,...,L-1 \tag{A.3}$$

hvor den forventede realrente i periode $t+\tau$ defineres ved

$$(1+\tilde{r}_{+\tau}) = \frac{(1+r_{+\tau}) \cdot p_{+\tau-1}}{p_{+\tau}}$$

Det ses umiddelbart, at hvis tidspræferencen θ er lig med den forventede realrente, er det nyttemaksimerende at planlægge et konstant realt forbrug i hele restlevetiden, dvs. at $c_{+\tau}=cp_{+\tau}/p$, uanset den konkrete form på (den strengt voksende og derfor invertible funktion) u(.). Dette betyder, jf. (7), at c er givet ved (9.a).

Denne antagelse er temmelig speciel, men hvis den ikke ønskes gjort, er det i stedet nødvendigt at specificere funktionsformen for u(.); DREAM-gruppen specificerer en "intertemporal" CES-funktion

$$U = \left[\sum_{\tau=0}^{L} (1+\theta)^{-t}\left(\frac{c_{+\tau}}{p_{+\tau}}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{1-\sigma}} \tag{A.4}$$

Dette giver, idet $p_{+\tau}/\rho_{+\tau}$ i budgetrestriktionen (8) er "prisen" på $c_{+\tau}/p_{+\tau}$, den velkendte bevægelsesligning for det "optimale faktorforhold"

$$\frac{c_{+\tau}}{p_{+\tau}} = \frac{c_{+\tau-1}}{p_{+\tau-1}}\left(\frac{p_{+\tau-1}(1+r_{+\tau})}{p_{+\tau}(1+\theta)}\right)^{\sigma} = \frac{c_{+\tau-1}}{p_{+\tau-1}}\left(\frac{(1+\tilde{r}_{+\tau})}{(1+\theta)}\right)^{\sigma} \qquad \tau=1,...,L-1 \quad \text{(A.5)}$$

som er "Keynes-Ramsey reglen" for den optimale planlagte forbrugsudvikling. Parameteren σ er en *intertemporal substitutionselasticitet.*

Ved rekursion fra periode t (+0) fås den forventede tidsprofil for forbruget:

$$c_{+\tau} = c\,\frac{p_{+\tau}}{p}\left(\frac{\tilde{\rho}_{+\tau}}{(1+\theta)^{\tau}}\right)^{\sigma} \qquad \tau=1,...,L-1 \quad \text{(A.6)}$$

idet $\tilde{\rho}=\rho\cdot p/p_{+\tau}$ er den akkumulerede forventede realrente frem til periode $t+\tau$.

Hvis den *forventede realrente antages konstant*, fås det enklere udtryk

$$c_{+\tau} = c\,\frac{p_{+\tau}}{p}\left(\frac{(1+\tilde{r})}{(1+\theta)}\right)^{\sigma\tau} \qquad \tau=1,...,L-1 \quad \text{(A.6.a)}$$

Hvis "mer-tidspræferencen" (i.f.t. realrenten) er større end nul, vil det forventede reale forbrug altså falde med raten σ gange denne (og vice versa). I det logaritmiske specialtilfælde, hvor σ=1, forventes det reale forbrug simpelthen at falde med "mer-tidspræferencen".

Ovenstående forbrugsprofil kan indsættes i livstidsbudgetbetingelsen (7), hvorved fås (i tilfældet med konstant forventet realrente)

$$H+W-W_L = c\cdot\sum_{\tau=0}^{L-1}(1+\tilde{r})^{(\sigma-1)\tau}(1+\theta)^{-\sigma\tau} \quad \text{(A.7)}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$c = (H+W-W_L)\frac{1-q}{1-q^{L}} \quad \text{(A.8)}$$

idet vi sætter

$$q = (1+\tilde{r})^{(\sigma-1)}(1+\theta)^{-\sigma} \quad \text{(A.9)}$$

dvs. at c bestemmes som en annuitet ud fra den disponible totalformue med "rentesatsen" $1-q$. Det ses, at i det logaritmiske specialtilfælde, hvor σ=1, er $q=(1+\theta)^{-1}$ og "rentesatsen" derfor $-\theta/(1+\theta) \approx -\theta$.

Til mulig estimationsbrug kan vi måske linearisere "rentesatsen", idet

$$q \approx 1+\tilde{r}(\sigma-1)-\sigma\theta \quad \text{(A.10)}$$

og altså

$$c \approx (H+W-W_L)\,\frac{\eta}{1-(1+\eta)^{-L}}\ , \quad \text{hvor } \eta = (1-\sigma)(r-\dot{p}) + \sigma\theta \tag{A.11}$$

Det ses umiddelbart, at hvis "mer-tidspræferencen" er 0, er η lig med realrenten, og udtrykket for c bliver identisk med (9.a). Ovenstående er altså en generalisering i forhold til (9.a).

Et andet interessant specialtilfælde opstår, hvis η=0, således at brøken i (A.11) bliver lig med *1/L*, og dermed at hele forbruget finansieres ved nedsparing, jf. (9.c). Dette er tilfældet hvis

- tidspræferenceraten er nul, og elementar-nyttefunktionen er logaritmisk, dvs. at θ=0 og σ=1,
- realrenten er nul, og enten tidspræferenceraten eller σ er nul,
- $\tilde{r}/\theta=\sigma/(\sigma-1)$.

Generelt er ingen af disse antagelser dog rare; men de forenkler altså problemet væsentligt.

Det bedste må være at acceptere den generelle form (A.11), som siger, at forbrugets andel af den samlede disponible formue er bestemt af realrenten og tidspræferenceraten. Fortegnet på rentens bidrag er bestemt af substitutionselasticiteten σ: Hvis σ>1, dominerer substitutionseffekten over indkomsteffekten, og realrenten bidrager samlet set negativt; omvendt, hvis σ<1. Tidspræferenceratens effekt er nul, hvis σ=0 og stiger i øvrigt proportionalt med σ.

Heldigvis kan udtrykket (A.11) forenkles yderligere, hvis vi erstatter kapitalindvindingsfaktoren (brøken) med den "approximative kapitalindvindingsfaktor", som er gennemsnitligt afdrag og forrentning i et serie"lån" med samme restløbetid som annuiteten i (A.11):

$$\frac{\eta}{1-(1+\eta)^{-L}} \approx \frac{1}{L} + \frac{\eta}{2}\frac{L+1}{L} \tag{A.12}$$

Dette vil generelt undervurdere c noget (forskellen vokser med η og L).[7] Til gengæld er (A.12) væsentlig enklere, fx at estimere, og den giver øjeblikkelig et bud på fordelingen af forbrugsfinansieringen på afkast og nedsparing. Da vi alligevel i praksis vil estimere en koefficient "oven på" udtrykket, betyder en mindre undervurdering næppe noget alvorligt.

Vi får altså

$$c \approx \frac{(H+W-W_L)}{L}\left(1 + \frac{L+1}{2}\Big[(1-\sigma)\tilde{r} + \sigma\theta\Big]\right) \tag{A.13}$$

altså dels et nedsparingsled (addenden 1 i parentesen), et renteled og et tidspræferenceled, alle ganget på den samlede disponible formue.

[7]Fx giver η=0.05 og L=20 en ægte kapitalindvindingsfaktor på 0.080, mens den approksimative er 0.076.