Danmarks Statistik
Modelgruppen

Henrik Hansen

Arbejdspapir*

12. december 2000

Noget om formuleringen og fortolkningen af makroforbrugsfunktionen

Resumé:

I dette papir gennemgås forskellige fejlkorrektionsmodeller for samlet forbrug i ADAM. Med udgangspunkt i den enklest mulige version af en stokastisk livsløbsteori argumenteres imod en fortolkning af fejlkorrektionsleddet i forbrugsfunktionen som en strukturel langsigtsammenhæng. Herefter ses nærmere på en specifikation, der indeholder et formueudtryk via opsparingen. I denne model advokeres for en opspaltning af formuen, og for at visse formuekomponenter udelades af modellen for i stedet at blive erstattet af beregnede afkast. Inddragelsen af andre forklarende variable end indkomst og opsparing diskuteres kort i et efterfølgende afsnit. Det understreges at der er behov for en nærmere analyse af sammenhængen mellem forbrug, opsparing og demografiske forandringer, hvorefter det vises, at der ikke teoretisk kan påvises en entydig sammenhæng mellem arbejdsløshed og forbrug.

Ofte benyttes en logaritmisk formulering af forbrugsfunktionen som alternativ til en lineær formulering. I de igangværende analyser af formuesammensætningens betydning for forbruget er det problematisk, at det ikke er muligt umiddelbart at opspalte formuen i komponenter i "den sædvanlige"logaritmiske transformation. Muellbauer og Lattimore (1996) har vist, hvordan man kan formulere en logaritmisk forbrugsfunktion, som tillader opdeling af formuen. Denne model præsenteres sidst i papiret.

I det afsluttende afsnit skitseres en metode til en formulering af den lineære forbrugsfunktionen, der muliggør politikeksperimenter med rationelle forbrugere. Det understreges at der ikke er egentlige estimationsproblemer i denne forbindelse.

Filnavn: hhn12d00.tex

Nøgleord: Forbrug, opsparing, formue

1. Indledning

Forbrugsfunktionen i ADAM har livsløbsteorien af Modigliani og Brumberg (1954, 1979) som eneste direkte referenceramme. Et problem i denne forbindelse er, at livsløbsteorien ikke har meget at sige om det dynamiske forløb i forbruget, og dette betyder at fejlkorrektionsrelationerne for forbruget, som de er formuleret i både ADAM, SMEC og Mona, præges af en lidt usikker formulering og fortolkning.

Et andet problem med livsløbsteorien, som den formuleres af Modigliani og Brumberg, er at den er deterministisk. Det kan således virke vanskeligt at relatere forbrugsfunktionen i ADAM til de mange eulerligningsformuleringer, som har været populære siden Robert E. Hall i 1978 viste, at ændringer i forbruget (af ikke-varige goder) ikke bør kunne forudsiges på baggrund af fortidig information.

Formålet med denne note er at give et bud på, hvordan man kan opdatere det teoretiske fundament for forbrugsfunktionen. Det vil (forhåbentlig) give en bedre baggrund for at fortolke relationens parametre. Udgangspunktet er stadig den enkle tese om, at forbrugere ønsker at udjævne forbruget over tid. Den eneste nyskabelse er at der her arbejdes direkte med en stokastisk formulering af forbruget.

Idéen i noten er at arbejde fra det specifikke til det generelle. Den første modelformulering i afsnit 2 er derfor en meget enkel version af den permanente indkomsthypotese (PIH). Herefter følger en analyse af modellen med opsparing og formue i afsnit 3. En kort diskussion af inddragelse af andre variabler i forbrugsfunktionerne, så som demografiske variabler, arbejdsløshed og lignende gives i afsnit 4. I afsnit 5 vises det, at kreditrationering, som det oftest formuleres i empiriske analyser, ikke giver anledning til problemer i estimationen af forbrugsfunktionen. I afsnit 6 ses ganske kort på nogle estimationstekniske overvejelser, og det anbefales at man ser på resultater fra GLS-estimationer. Endelig præsenteres en log-lineær forbrugsfunktion i afsnit 7. Noten afsluttes i afsnit 8 med et par betragtninger om forbrugsfunktionens anvendelighed i politikeksperimenter.

Langt de fleste idéer og udledninger kan findes i Deaton (1992), Muellbauer og Lattimore (1995) og til dels i Browning og Lusardi (1996). Overvejelser omkring definitioner af disponibel indkomst og formue i ADAM-sammenhæng findes i en lang række modelgruppepapirer. Diskussioner om formue- og indkomstdefinitioner gives i arbejdsnotat nr. 24, og disse kommenteres i JS14191 og JS05391. De seneste overvejelser findes i HCO071199, NAD09500 og MAR19600. Det skal understreges, at de betragtninger, der gives i nærværende note, bygger på rent teoretiske overvejelser.

2. En eulerligning og dens løsning

Det antages i hele noten, at forbrugernes nyttefunktioner er additivt separable over tid, og at markedsrenten (r) er fast og lig forbrugernes tidspræferencerate. Forbrugerens ønske om forbrugsudjævning kan formuleres ved

$$\mathrm{E}_t(c_{t+i}) = g_c \cdot i + c_t, \qquad i = 1, 2, \ldots, \tag{1}$$

hvor $\mathrm{E}_t(c_{t+i})$ er det forventede, eller planlagte, forbrug i periode $t+i$, givet information om bl.a. indkomsten frem til periode t.[1]

Væksten i forbruget, $g_c i$, kan fremkomme af flere årsager. Hvis der er produktivitetsvækst i økonomien, vil dette give vækst i makroforbruget, fordi unge generationer får en højere livsindkomst end ældre generationer. Dette betyder at makroforbruget kan have en deterministisk trend, samtidig med at hver enkelt forbruger planlægger at have konstant forbrug i hver periode i livet. I dette tilfælde vil forbrugstrenden, g_c, være en funktion af produktivitetsudviklingen og befolkningsvæksten.

En anden mulighed er, at forbrugerne er risikoaverse. Hvis elementarnyttefunktionen er eksponentiel frem for kvadratisk, vil forbrugerne opspare i hver periode ud fra et forsigtighedsmotiv.[2] Det vises i Caballero (1990), at den eksponentielle nyttefunktion givet visse antagelser om indkomstudviklingen netop resulterer i en eulerligning af formen (1). I dette tilfælde er g_c en funktion af den betingede varians i innovationerne i indkomsten.

2.1. Fra eulerligningen til PIH

En forbrugsfunktion kan opfattes som en beskrivelse af forbruget i periode t som funktion af formue og fremtidig arbejdsindkomst. En sådan forbrugsfunktion kan findes ved at kombinere eulerligningen (1) med en livstidsbudgetrestriktion, som angiver at nutidsværdien af det samlede forbrug er lig nutidsværdien af livsindkomsten plus eventuel initialformue:

$$\textstyle\sum_{i=0}^{\infty}(1+r)^{-i}c_{t+i} = \sum_{i=0}^{\infty}(1+r)^{-i}y_{t+i} + A_t. \tag{2}$$

Da den fremtidige indkomst ikke kan bestemmes med sikkerhed, betragter vi i stedet budgetplanen:

$$\textstyle\sum_{i=0}^{\infty}(1+r)^{-i}\,\mathrm{E}_t(c_{t+i}) = \sum_{i=0}^{\infty}(1+r)^{-i}\,\mathrm{E}_t(y_{t+i}) + A_t. \tag{3}$$

Når ønsket om forbrugsudjævning, som det er formuleret i (1), indsættes i budgetplanen (3) kan denne løses for forbruget i periode t:

$$c_t = \tfrac{r}{1+r}\textstyle\sum_{i=0}^{\infty}(1+r)^{-i}\,\mathrm{E}_t(y_{t+i}) + \tfrac{r}{1+r}A_t - \tfrac{1}{r}g_c. \tag{4}$$

[1] Sættes $g_c = 0$ kan (1) udledes af et intertemporalt maksimeringsproblem, hvor forbrugerens elementarnyttefunktion er kvadratisk.

[2] Elementarnyttefunktionen er $u(c_t) = -\frac{1}{\theta}\exp(-\theta u_t)$ frem for $u(c_t) = -\frac{1}{2}(\theta - c_t)^2$.

Forbrugsplanen (4) angiver, at forbruget i hver periode er annuitetsværdien, og det vil her sige afkastet, af den samlede kapital (humankapital og øvrig formue) eventuelt med et fradrag som følge af aggregering eller risikoaversion.

I denne simple model kan man vælge at betone enten livsløbsteorien eller den permanente indkomsthypotese. I Muellbauer og Lattimore (1996) defineres den forventede livstidsformue ved

$$\mathrm{E}_t(W_t) = \textstyle\sum_{i=0}^{\infty}(1+r)^{-i}\,\mathrm{E}_t(y_{t+i}) + A_t,$$

og ligningen

$$c_t = \tfrac{r}{1+r}\,\mathrm{E}_t(W_t) - \tfrac{1}{r}g_c$$

kaldes forbrugsfunktionen, der ses som et alternativ til eulerligningen.

Hvis man i stedet ønsker at understrege den permanente indkomsthypotese, kan man, som Caballero (1990), definere den permanente indkomst

$$y_t^p = \tfrac{r}{1+r}\big(\textstyle\sum_{i=0}^{\infty}(1+r)^{-i}\,\mathrm{E}_t(y_{t+i}) + A_t\big),$$

og herefter angive forbrugsfunktionen ved

$$c_t = y_t^p - \tfrac{1}{r}g_c.$$

Modellen kan specificeres med endelig levetid og eventuelt med en konstant dødssandsynlighed i hver periode som i Blanchard (1985). Dette vil medføre, at den andel af den samlede forventede formue, der forbruges hver periode (her $\frac{r}{1+r}$), bliver en mere indviklet størrelse, men den grundlæggende idé er uforandret.

Uanset hvad man gør, er forbruget en funktion af den forventede (rest)-livsindkomst. Det er derfor modelleringen af den forventede fremtidige indkomst, der skal i fokus i beskrivelsen af forbruget.

2.2. Fra PIH til eulerligningen

Man kan få et klarere billede af dynamikken i forbruget ved at udlede en eulerligning fra forbrugsplanen (4). Dette er ganske enkelt.

Udviklingen i formuen er givet ved

$$A_t = (1+r)(A_{t-1} + y_{t-1} - c_{t-1}), \tag{5}$$

og dette kan indsættes i (4):

$$c_t = \tfrac{r}{1+r}\textstyle\sum_{i=0}^{\infty}(1+r)^{-i}\,\mathrm{E}_t(y_{t+i}) + r(A_{t-1} - y_{t-1} - c_{t-1}) - \tfrac{1}{r}g_c. \tag{6}$$

Samtidig skal forbrugsplanen gælde til ethvert tidspunkt, og når tid $t-1$ planen multipliceres med $1+r$ fås:

$$c_{t-1} = \tfrac{r}{1+r} \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} \, \mathrm{E}_{t-1}(y_{t+i}) + r(A_{t-1} + y_{t-1} - c_{t-1}) - \tfrac{1+r}{r} g_c. \quad (7)$$

Når (7) trækkes fra (6), fås en ligning for ændringen i forbruget:

$$\mathrm{D}\, c_t = g_c + \tfrac{r}{1+r} \sum_{i=0}^{\infty} \{\mathrm{E}_t(y_{t+i}) - \mathrm{E}_{t-1}(y_{t+i})\}. \quad (8)$$

Man kan forstå udtrykket $\mathrm{E}_t(y_{t+i}) - \mathrm{E}_{t-1}(y_{t+i})$ ved at antage, at indkomsten kan beskrives som en stationær AR(1)-proces med middelværdi g_y:

$$y_t - g_y = \alpha(y_{t-1} - g_y) + \varepsilon_t, \qquad \varepsilon_t \sim iidN(0, \sigma^2), \quad |\alpha| < 1.$$

Med denne antagelse er forudsigelserne givet ved

$$\begin{aligned} \mathrm{E}_t(y_{t+i} - g_y) &= \alpha^i (y_t - g_y), \\ \mathrm{E}_{t-1}(y_{t+i} - g_y) &= \alpha^{i+1} (y_{t-1} - g_y), \end{aligned}$$

og differensen bliver

$$\mathrm{E}_t(y_{t+i}) - \mathrm{E}_{t-1}(y_{t+i}) = \alpha^i \varepsilon_t.$$

Når dette indsættes i (8) genfindes et eulerligningsudtryk, som er ækvivalent med (1):

$$c_t = g_c + c_{t-1} + \tfrac{r}{1+r-\alpha} \varepsilon_t,$$

eller

$$\mathrm{D}\, c_t = g_c + \tfrac{r}{1+r-\alpha} \varepsilon_t.$$

Indkomstprocessen $\{y_t\}$ vil næsten altid kunne approksimeres med en ARIMA(p, d, q) model, der kan formuleres som

$$\alpha(L)(y_t - g_y t^d) = \lambda(L)\varepsilon_t, \qquad \alpha_0 \equiv \lambda_0 \equiv 1, \quad (9)$$

hvor, $\alpha(L)$ er et $(p+d)$'te ordens lagpolynomium med netop d enhedsrødder, $\lambda(L)$ er et q'te ordens lagpolynomium uden enhedsrødder, og g_y er middelværdien af $\mathrm{D}^d\, y_t$, hvor D er differensoperatoren.

Når indkomsten predikteres af modellen i (9) bliver eulerligningen for forbruget

$$\mathrm{D}\, c_t = g_c + \psi \varepsilon_t, \quad (10)$$

med

$$\psi = \frac{r}{1+r} \frac{\sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} \lambda_i}{\sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} \alpha_i}. \quad (11)$$

Eulerligningen (10) kan kummuleres, hvorved den stokastiske trend i forbruget bliver tydelig:

$$c_t = g_c t + \psi \sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j} + c_0. \tag{12}$$

Informationen i (10) i forhold til (1) er at ændringerne i forbruget er proportionale med de uforudsete ændringer i indkomsten (innovationerne), og at proportionalitetsfaktoren er en funktion af renten og parametrene i indkomstprocessen. Dvs. forbrugerne opdaterer deres forventninger til livsindkomsten i hver periode, og den affødte ændring i forbruget er annuitetsværdien af denne opdatering (ud over væksten g_c).

2.3. Fra eulerligning til fejlkorrektion

Eulerligningen (10) kan udnyttes til at konstruere en fejlkorrektionsmodel for forbruget. Den vigtige forskel i forhold til forbrugsplanen (4) er, at vi indsætter en model for nyhederne, ε_t, frem for den forventede fremtidige livsindkomst. Da man i ADAM alligevel benytter information frem til tidspunkt t kan man konstruere en model for nyhederne. Det er denne model der giver fejlkorrektionen i forbruget.

Først analyseres modellen når indkomsten antages at kunne beskrives ved en random-walk med drift:

$$\mathrm{D}\, y_t = g_y + \varepsilon_t.$$

For denne model kan indkomstniveauet skrives som

$$y_t = g_y t + \sum_{j=0}^{t-1} \varepsilon_{t-j} + y_0,$$

og samtidig følger det fra (11) at $\psi = 1$ når y_t er en random walk, da $\alpha_1 = -1$, og de øvrige parametre i $\alpha(L), \lambda(L)$ er nul.

Niveau og ændringsligningerne kan nu kombineres på et utal af måder. Tre af de mere interessante kombinationer er følgende:

$$\mathrm{D}\, c_t = (g_c - g_y) + \mathrm{D}\, y_t, \tag{13a}$$

$$c_t = (c_0 - y_0) + (g_c - g_y)t + y_t, \tag{13b}$$

$$\mathrm{D}\, c_t = (c_0 - y_0) + \mathrm{D}\, y_t - \{c_{t-1} - y_{t-1} - (g_c - g_y)t\}. \tag{13c}$$

Selv om dynamikken er for simpel i dette eksempel, kan man bemærke et par ting vedrørende niveauformen (13b) og fejlkorrektionsformen (13c). Først og fremmest kan man se, at der er et konstantled i relationerne. Dette har intet med langsigtsegenskaberne at gøre, men giver alene et estimat af den initiale uligevægt. Dernæst fremgår det, at hvis den gennemsnitlige vækst, g_c og g_y er forskellig i de to serier, skal der medtages en trend i de to specifikationer. Trenden forsvinder, hvis væksten i forbruget alene skyldes produktivitetsvæksten — med en passende befolkningsudvikling. Hvis g_c

også dækker et forsigtighedsmotiv, er $g_c > g_y$, og dermed vil formuen være voksende over tid, da der er positiv opsparing i hver periode.

Højere ordens autoregressive processer for indkomsten medfører forskel på kort- og langsigtseffekter i forbruget. Dette kan vises for en ARIMA(1,1,0) proces:

$$\begin{aligned} \mathrm{D}\, y_t - g_y &= \alpha(\mathrm{D}\, y_{t-1} - g_y) + \varepsilon_t, \quad \Rightarrow \\ y_t &= y_0 + g_y t + (1-\alpha)^{-1} \textstyle\sum_{j=1}^{t-1} \varepsilon_{t-1} - \frac{\alpha}{1-\alpha} \sum_{j=1}^{t-1} \alpha^i \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t. \end{aligned}$$

Når den kumulerede forbrugsproces (12) indsættes, fremkommer fejlkorrektionen:

$$\begin{aligned} \mathrm{D}\, y_t = (1-\alpha) g_y + (y_0 - \beta^{-1} c_0) + \tfrac{\alpha}{1-\alpha} \mathrm{D}\, y_{t-1} \\ + (c_{t-1} - \beta y_{t-1} + (g_c - \beta g_y)(t-1)) + \varepsilon_t, \end{aligned}$$

og dette kan omskrives til en model for innovationerne, som indsættes i eulerligningen (10):

$$\begin{aligned} \mathrm{D}\, c_t = \tfrac{c_0 - \beta y_0}{1-\alpha} + g_c - \beta g_y + \psi \,\mathrm{D}\, y_t + \psi \tfrac{\alpha}{1-\alpha} \mathrm{D}\, y_{t-1} \\ - \tfrac{1}{1-\alpha}(c_{t-1} - \beta y_{t-1} + (g_c - \beta g_y)(t-1)), \end{aligned} \tag{14}$$

hvor

$$\beta = (1-\alpha)\psi = (1-\alpha)\tfrac{r}{1+r}(1 - \tfrac{\alpha}{1+r})^{-1} = \tfrac{(1+\alpha)r}{1+r-\alpha} > 0.$$

Det fremgår af fejlkorrektionsformen (14), at den dybe parameter (r) er blandet sammen med parametre fra den reducerede form for indkomstprocessen (her er der kun α), og at 'langsigtssammenhængen' mellem forbrug og indkomst (β) kan være både mindre end og større end 1. Afgørende for denne parameter er, hvorvidt indkomstprocessen 'overshooter' ($\alpha > 0$) eller 'nærmer sig gradvist' til det nye niveau ($\alpha < 0$).

Det vigtigste resultat af denne analyse af den simple model er, at den viser, at fejlkorrektionsleddet ikke giver en dyb langsigtssammenhæng. Den dybe sammenhæng er, at forbrugeren ønsker at udjævne sit forbrug over tid, og derfor planlægger han/hun at forbruge en fast andel af sin *forventede* livsindkomst, eventuelt med en stigende trend grundet i et forsigtighedsmotiv. Specielt kan man ikke slutte, at den marginale forbrugskvote på langt sigt er β, hvis man dermed mener, at når indkomsten holdes konstant eller vokser deterministisk ($\varepsilon_{t+i} = 0$ for $i > 0$), så bruges andelen β af indkomsten. Vi ved fra dette afsnit, at hvis indkomsten er konstant, er den marginale forbrugskvote 1.

3. Opsparing og formue

Når opsparingen og dermed også kapitalindkomst inddrages i modellen, fremkommer en anden fejlkorrektionsform, idet opsparingen bør være stationær, hvis forbrugsteorierne er (nogenlunde) korrekte.

3.1. Opsparing i den simple model

Når opsparingen defineres som disponibel indkomst minus forbrug;

$$s_t = \tfrac{r}{1+r} A_t + y_t - c_t, \tag{15}$$

kan dette indsættes i (4) og planen kan løses for s_t, hvorved man finder en negativ sammenhæng mellem opsparing og forventede fremtidige indkomstændringer:

$$s_t = \tfrac{1}{r}(g_c - g_y) - \textstyle\sum_{i=1}^{\infty}(1+r)^{-i} E_t(\mathrm{D}\, y_{t+i} - g_y). \tag{16}$$

Det fremgår, at opsparingen er stationær, uanset om indkomsten er trend- eller differensstationær, og at dette resultat ikke afhænger af sammenhængen mellem de deterministiske vækstkomponenter, g_c og g_y. Samtidig ses det, at opsparingen bør kunne forudsige ændringer i indkomsten. Det er denne sidste engenskab der gør opsparingen og dermed formuen interessant i denne simple teoriramme.

Den univariate prediktionsmodel (reducerede form) for indkomsten kan udvides til også at inddrage den laggede opsparing. Der kan naturligvis stadig ikke angives en 'sand' teoretisk model, men et enkelt eksempel er givet ved denne udvidelse af ARIMA(1,1,0) modellen:

$$\mathrm{D}\, y_t - g_y = \alpha(\mathrm{D}\, y_{t-1} - g_y) - \gamma_s(\tfrac{r}{1+r} A_{t-1} + y_{t-1} - c_{t-1}) + \varepsilon_t. \tag{17}$$

Ligning (17) angiver, at indkomst, forbrug og formue kointegrerer, og at kointegrationsvektoren netop giver opsparingen. Samtidig antages på baggrund af de teoretiske argumenter, at opsparingen kan forbedre prediktionen af indkomsten.

Modellen for indkomsten kan igen vendes til en model for innovationerne, ε_t, og dette indsættes i eulerligningen (10):

$$\begin{aligned}\mathrm{D}\, c_t = (g_c - \psi(1-\alpha)g_y) + \psi\, \mathrm{D}\, y_t - \psi\alpha\, \mathrm{D}\, y_{t-1} \\ + \psi\gamma_s(\tfrac{r}{1+r} A_{t-1} + y_{t-1} - c_{t-1}).\end{aligned} \tag{18}$$

Da indkomstprocessen i (17) stadig er en ARIMA-model med $\{\varepsilon_t\}$ som den eneste drivende stokastiske proces, kan parametrene ψ, γ og α findes af samme formler som tidligere.

Fordelen ved at inkludere opsparingen i modellen er, at parametrene i fejlkorrektionsleddet ikke længere afhænger af indkomstprocessens reducerede form. Men det er vigtigt at bemærke, at opsparing og formue alene optræder som middel til at frigøre forbrug og indkomst fra en tidsmæssig sammenhæng. Fejlkorrektionsmodellen (18) er teoretisk set identisk med fejlkorrektionsmodellen (14), da den eneste kilde til usikkerhed i modellen er den stokastiske indkomst. Der tages således ikke højde for forskelle i afkast mellem forskellige formueplaceringer eller for likviditetsforskelle i formuekomponenterne.

3.2. Opdeling af formuen i komponenter

Det er vigtigt at være opmærksom på at formuen, defineret som summen af formuekomponenterne, ikke nødvendigvis er sammenfaldende med det teoretiske formuebegreb. I den teoretiske model er den marginale nytte af formuen lig den marginale nytte af forbrug indenfor en periode, som igen er lig den marginale værdi af formuen i den efterfølgende periode. Med disse betragtninger er det klart, at den teoretiske formue er meget likvid. Det skal være muligt umiddelbart at omsætte hele formuen til forbrug. Med fuldkomne kapital- og forsikringsmarkeder er dette ikke noget problem, men i praksis er det forbundet med omkostninger at omlægge formuen fra illikvide til likvide aktiver. Dette skyldes flere ting, bl.a. (som angivet i Muellbauer og Lattimore, 1995):

- *Usikkerhed* med hensyn til kursudviklingen på kort sigt. (Kurserne kan være lave netop når forbrugeren ønsker at nedbringe sin opsparing).
- *Transaktionsomkostninger*; både i form af egentlige omkostninger ved omlægning af formuen og beskatningen af kursgevinster, som først sker ved realiseringen.
- *Transaktionsrestriktioner*; hvor man kan tænke på, at der som regel skal stilles sikkerhed for lån, og at visse opsparingsordninger ikke kan bruges som sikkerhed.

Disse overvejelser lægger op til, at man danner et formuebegreb, som tager højde for de enkelte formuekomponenters likviditet. I samme omgang kan man også forsøge at tage højde for forskelle i komponenternes gennemsnitlige afkast.

Formueafkastet, som i den teoretiske model er $\frac{r}{1+r}A_t$, kan dekomponeres i afkastene fra (mindst) 5 komponenter:

$$\frac{r}{1+r}A_t = \rho_h H_t + \rho_a W_t^a + \rho_p W_t^p + \rho_b B_t + \rho_k K_t, \tag{19}$$

hvor symbolerne angiver; boligformue ($H = (phk/pcp) \cdot fKnbh$), finansielle aktiver ($W^a = Wpqkpc + Wzbkr$), finansielle passiver (Obligationsgæld $W^p = Wzbkr$), bilformue korrigeret for bilforbrug ($B = (pcb/pcp) \cdot Kcb2$), og erhvervskapital ($K = (pimp1/pcp) \cdot fKnmp + (pibp1/pcp) \cdot fKnbp$).

Parametrene $\rho_j, (j = h, a, p, b, k)$ er sammensatte størrelser, som måler det reale afkast af aktiverne efter skat korrigeret for likviditetsgrad. Det er svært at forestille sig, at disse parametre er konstante over tid, og specielt i modelkørsler som ændrer visse af de involverede skattesatser. Man bør derfor (igen) se på konstruktionen af formuevariablen.

Den egentlige begrundelse for at inddrage formuen og opsparingen i forbrugsfunktionen i denne model er som nævnt, at opsparingen kan forudsige fremtidige indkomstændringer, jvf. (16). Herved tilføjes parametrene

ρ_j, $(j = h, a, p, b, k)$ endnu en opgave (eller dimension), idet de udover at måle det likviditetskorrigerede reale afkast også måler de enkelte formuekomponenters værdi som prediktor for fremtidig indkomst.

Bilkøb og dermed udviklingen i bilbeholdningen anses ofte for at være en god indikator for konjunkturudviklingen. Hvis dette er tilfældet, er det muligt, at $\rho_b > \rho_a$ på trods af, at finansielle aktiver (indskud i banker) må regnes for at være lige så likvide som bilbeholdningen. En mulig løsning på dette fortolkningsproblem kan være, at forsøge at adskille likviditetsparameteren fra konjunkturprediktionsparameteren. Man kan f.eks., som det er gjort i NAD09500, antage, at likviditetsparametrene er ens for de to formuetyper og således binde parametrene til $\rho_b = \rho_a = \rho_p$. Men for at undersøge i hvilket omfang bilbeholdningen har en selvstændig prediktionsværdi, bør man nok samtidig inddrage $\mathrm{D}\, B_{t-1}$ som forklarende variabel i indkomstligningen og hermed også i forbrugsfunktionen.

Et andet specifikt problem i denne forbindelse er erhvervskapitalen. I den nuværende forbrugsfunktion medtages erhvervskapitalen i formueudtrykket, samtidig med at selskabernes disponible indkomst indgår i udtrykket for disponibel indkomst. Med den fortolkning af formueparametrene, der foreslås her, bør man tage erhvevskapitalen ud af formueudtrykket, og adskille restindkomst fra arbejdsindkomst. Restindkomsten efter skat bør i stedet medtages som afkast på realkapital, hvor parameteren (f.eks. $\tilde{\rho}_e$) giver et mål for likviditetsgraden af dette afkast og restindkomstens styrke som prediktor for arbejdsindkomsten.

4. Inddragelse af andre variable i forbrugsfunktionen

I dette afsnit gennemgås tre mulige udvidelser af den grundlæggende model bestående af forbrug, indkomst og opsparing. Først argumenteres for en analyse af betydningen af den demografiske udvikling, herefter inddrages arbejdsløshed, og det vises at den partielle effekt af arbejdsløshed på forbruget er ubestemt. Endelig udvides modellen til at indeholde varige forbrugsgoder, og det vises at dette kan føre til inkluderingen af den laggede ændring i forbruget direkte i forbrugsfunktionen.

Den valgte fortolkning af forbrugsfunktionen lægger op til en meget pragmatisk holdning til, hvilke variable der kan/bør inddrages i estimationsligningen. Man kan argumentere for, at hvis en variabel er signifikant i ligningen for indkomsten, så bør den indgå i forbrugsfunktionen. Et modargument er, at indkomstmodellen ikke bør indeholde mere information, end den der anvendes af forbrugerne. Specielt informationen i makrovariable er vel vanskelig at udnytte optimalt i prediktionen af indkomsten for de enkelte forbrugere. Ud fra dette argument bør man altså benytte en enkel, let forståelig reduceret form. Endelig er det klart, at forbrugsfunktionen ikke bør inkludere mange variabler fra periode t. I så fald er det vanskeligt at opretholde fortolkningen af fejlkorrektionsmodellen som en specifikation af innovationsprocessen.

4.1. Demografiske variabler

Antagelsen om konstante præferencer i enhver periode i livet er urealistisk og afvises empirisk. Heldigvis kan modellen relativt let udvides til at indeholde varierende behov som funktion af f.eks. alder eller husholdningernes sammensætning. Oftest inkluderes demografiske variabler direkte i elementarnyttefunktionen, som derved angiver nytten af demografikorrigeret forbrug. Dette svarer helt til effektivitetskorrigerede input i produktionsfunktioner.

Lad z_t være en vektor af demografiske variable.[3] Når elementarnyttefunktionen er kvadratisk, kan man korrigere for demografien med følgende specifikation:

$$u(c_t, z_t) = -\tfrac{1}{2}(\beta - \beta_z' z_t - c_t)^2.$$

Med denne funktion bliver eulerligningen svarende til (10) erstattet af

$$\mathrm{D}\, c_t = \beta_z' \,\mathrm{D}\, z_t + \psi \varepsilon_t,$$

hvor det antages, at z_t kan predikteres på baggrund af information i periode $t-1$.

Det fremgår, at man i denne formulering blot erstatter dele af konstanten g_c med demografiske variabler. Man kan bibeholde risikoaversion og effekten af produktivitetsvækst ved at lade første element i $\mathrm{D}\, z_t$ være en konstant. Dette giver ingen problemer i fejlkorrektionsmodellen, hvor man blot skal erstatte g_c med $\beta_z' \,\mathrm{D}\, z_t$ og $g_c t$ med $\beta_z'(z_t + z_0)$.

Desværre har det vist sig vanskeligt at modellere demografiske variabler på makrodata. Dette skyldes naturligvis først og fremmest, at det er vanskeligt at danne enkle aggregater af husholdningernes sammensætning. En anden vigtig forklaring er, at sammenhængen mellem befolkningsudvikling og forbrug/opsparing ikke er entydig; specielt ikke i sammenhæng med produktivitetsvækst. På trods af dette mener jeg, det kan være nyttigt at undersøge sammenhængen mellem forbrug/opsparing og befolkningsudviklingen på baggrund af summariske befolkningsstatistikker som f.eks. forsørgerbyrder eller den gennemsnitlige alder i befolkningen.

4.2. Arbejdsløshed

Forskellige mål for arbejdsløsheden inkluderes af og til i forbrugsfunktioner. Derfor er det værd at overveje, hvilken effekt man skal forvente i en

[3] F.eks. antallet af voksne i hustanden, antallet af små børn, antallet af store børn, osv.

regression. Sådanne overvejelser er bl.a. at finde i JS05391, hvor mange af de problemstillinger jeg analyserer, også er behandlet, men typisk under antagelse om at økonomien er i et steady state forløb.

Arbejdsløshed påvirker forbruget på flere forskellige måder. En potentielt vigtig effekt er substitutionseffekten, som fremkommer, hvis der er nytte af fritid. En anden direkte effekt kan være en komplementær effekt, hvis dele af forbruget eller forbrugssammensætningen er knyttet til arbejde eller fritid (f.eks. transport til og fra arbejde). Arbejdsløshedens indkomsteffekt er dels, at ledighed kan være en god prediktor for fremtidig indkomst på kort sigt, og på langt sigt er der en relation til fremtidig arbejdsmarkedsstatus (tilbagetrækning fra arbejdsmarkedet). Endelig kan der være en sammenhæng mellem arbejdsløshed og variationen i indkomstinnovationerne. Dette giver en direkte effekt på forbruget, hvis en del af opsparingen sker ud fra et forsigtighedsmotiv.

Når der er substitution mellem forbrug og fritid, er makroforbugsfunktionen misspecificeret, da livsindkomsten ikke kan betragtes som eksogen. Dette problem kan man omgå ved at lade husholdningerne være begrænsede i deres valg af arbejdstimer. Man kan eksempelvis antage, at en forbruger skal arbejde fuld tid, når han/hun er i arbejde, og at alle forbrugere ønsker at arbejde, hvilket ikke er urimeligt, med mindre de har en meget stor initialformue. Med denne restriktion bliver maksimeringsproblemet begrænset af den fritid, der er til rådighed, når man er i arbejde eller ikke i arbejde.

Når dette problem specificeres med den kvadratiske elementarnytte finder man

$$u(c_t) = -\tfrac{1}{2}(\beta - c - \beta_l l_t)^2,$$

hvor l_t er fritiden i periode t og β_l angiver marginalnytten af fritid.

Den afledte eulerligning får et nyt led med den forventede ændring i fritiden fra periode $t-1$ til t:

$$\mathrm{D}\, c_t = -\beta_l \,\mathrm{E}_{t-1}(\mathrm{D}\, l_t) + \psi\varepsilon_t.$$

På makroplan kan man forsøgsvis indsætte arbejdsløsheden som proxy for ændringen i fritid, hvorved den nye eulerligning kan skrives

$$\mathrm{D}\, c_t = -\beta_u \,\mathrm{E}_{t-1}(\mathrm{D}\, ul_t) + \psi\varepsilon_t, \qquad \beta_u > 0. \tag{20}$$

Det ses, at eulerligning giver en negativ sammenhæng mellem den forventede stigning i arbejdsløsheden og forbruget. Dette er substitutionseffekten.

Indkomsteffekten fremkommer, hvis man indsætter arbejdsløsheden i den reducerede form for indkomsten. F.eks. kan indkomstmodellen i (17) udvides til

$$\mathrm{D}\, y_t - g_y = \alpha(\mathrm{D}\, y_{t-1} - g_y) - \gamma_s s_{t-1} - \gamma_u \,\mathrm{E}_{t-1}\,\mathrm{D}\, ul_t + \varepsilon_t,$$

og den forventede ændring i ledigheden i periode t kan skrives som den faktiske minus innovationen

$$\mathrm{E}_{t-1}(\mathrm{D}\, ul_t) = \mathrm{D}\, ul_t - \varepsilon_t^u.$$

Endelig kan forsigtighedsmotivet (meget forenklet) modelleres ved at erstatte dele af konstanten g_c med (ændringen i) arbejdsløsheden, præcis som med modelleringen af demografiske variable. Dette giver forsigtighedsmotivet:

$$g_c = \tilde{g}_c - \varphi_u \,\mathrm{D}\, ul_t.$$

Indsættes disse modeller i eulerligningen (20), findes en ny fejlkorrektionsform:

$$\begin{aligned} \mathrm{D}\, c_t = (\tilde{g}_c - \psi(1-\alpha)g_y) + (\psi\gamma_u - \beta_u - \varphi_u)\,\mathrm{D}\, ul_t \\ + \psi\,\mathrm{D}\, y_t - \psi\alpha\,\mathrm{D}\, y_{t-1} + \psi\gamma_s s_{t-1} + (\beta_u - \psi\gamma_u)\varepsilon_t^u. \end{aligned} \tag{21}$$

Det fremgår at effekten af øget ledighed er ubestemt a priori selv i denne meget enkle model.

4.3. Varige forbrugsgoder og vaner

Den sidste udvidelse af den grundlæggende model er et arguement for at undersøge, hvorvidt det laggede forbrug bør indgå i forbrugsfunktionen. En teoretisk forklaring på at denne variabel bør indgå, gives af indholdet af varige forbrugsgoder i ADAMs forbrugsvariabel og af vanedannelse i forbruget.[4] Samtidig kan effekten af varige forbrugsgoder og vaner modelleres, uden at det ændrer den grudlæggende specifikation.

Varige goder og vaner inkluderes ved at redefinere det nyttegivende forbrug til $\beta_c c_t + \beta_s S_t$, hvor c_t stadig angiver en forbrugsydelse (en strømvariabel), mens S_t angiver en beholdning.[5] I den kvadratiske elementarnyttefunktion specficeres forbruget nu ved

$$\begin{aligned} u(c_t, S_t) &= -\tfrac{1}{2}(\beta - \beta_c c_t - \beta_s S_t), \\ S_t &= (1-\delta)S_{t-1} + c_t. \end{aligned}$$

To specialtilfælde giver yderpunkterne i denne model. Antag at $\beta_c = 0$ mens $\beta_s > 0$. I dette tilfælde kan S_t betragtes som en beholdning af varige goder, der genererer en proportional ydelse $\beta_s S_t$, og nedslides med en konstant rate δS_t. Det andet eksempel fremkommer med antagelsen $\beta_c > 0$ og $\beta_s < 0$. Hermed kan man betragte S_t som et tilvænnet forbrugsniveau, som aftager over tiden, mens køb af nye varer øger det tilvænnede forbrugsniveau.

[4] Man kan overbevise sig selv om at disse to betragtninger er væstentlige ved at tænke på sin opvaskemaskine: En gang opvaskemaskine — altid opvaskemaskine.

[5] Det er stort set på denne måde bolig og bilforbrug indgår i ADAMs model for samlet forbrug.

Eulerligningen for denne model er standard, når man betragter den udvidede forbrugsvariabel, hvilket giver at

$$\beta_c \,\mathrm{D}\, c_t = \beta_s \,\mathrm{D}\, S_t + \psi \varepsilon_t.$$

Når beholdningen substitueres ud fremkommer en ARIMA(1,1,1) proces for det målte forbrug:

$$\mathrm{D}\, c_t = \tfrac{\beta_c(1-\delta)}{\beta_c+\beta_s} \,\mathrm{D}\, c_{t-1} + \tilde{\psi}\varepsilon_t - \tilde{\psi}(1-\delta)\varepsilon_{t-1},$$

hvor $\tilde{\psi} = \psi/(\beta_c + \beta_s)$.

Når denne eulerligning omskrives til fejlkorrektionsformen, fremkommer følgende model, hvor de deterministiske led er udeladt:

$$\begin{aligned}\mathrm{D}\, c_t = \tfrac{\beta_c(1-\delta)}{\beta_c+\beta_s} \,\mathrm{D}\, c_{t-1} + \tilde{\psi} \,\mathrm{D}\, y_t - \tilde{\psi}(\alpha + \delta - 1) \,\mathrm{D}\, y_{t-1} + \tilde{\psi}\alpha(1-\delta) \,\mathrm{D}\, y_{t-2} \\ + \tilde{\psi}\gamma_s(1-\delta) \,\mathrm{D}\, s_{t-1} + \tilde{\psi}\gamma_s \delta s_{t-1}. \quad (22)\end{aligned}$$

Selv om modellen er blevet mere indviklet, og forbruget ikke længere er en random walk, vil det være svært at skelne parametrene i denne model fra den mere enkle (18). De afgørende punkter er den mere indviklede dynamik for såvel forbrug som indkomst og opsparing, men denne dynamik kan også fremkomme via indkomstmodellen. Bemærk f.eks. at når $\alpha = 0$, simplificeres modellen til kun at indeholde laggde ændringer en periode tilbage ud over den laggede opsparing.

En anden ting, der er værd at bemærke, er, at man desværre ikke ummidelbart kan slutte fra eventuel signifikans af den laggede ændring i forbruget og til varige goder og vaner, idet lagget forbrug også er en mulig prediktor for indkomsten. For at kunne slutte noget om forbruget i denne model, må man derfor også estimere indkomstligningen.

5. Kreditrationering

I dette afsnit vises, at forbrugsligningen bibeholder sin grundlæggende struktur i en økonomi med kreditrationering. Effekten af rationering er (under sædvanlige urealistiske antagelser), at modellens parametre ændres.

Kreditrationering i et generelt forbrugsmaksimeringsproblem med mange perioder er et vanskeligt problem, fordi blot muligheden for en fremtidig restriktion vil påvirke hele forbrugsforløbet. Oftest vil opsparingen øges ud fra et forsigtighedsmotiv, således at sandsynligheden for fremtidig rationering mindskes. Deaton (1992) viser, at kreditrationering i en model med uendelig levetid stort set svarer til en øget diskontering af fremtidig indkomst, men mange modeller med kreditrationering kan ikke løses analytisk.

I den empiriske litteratur forenkles problemet ved antagelser om, at kreditbegrænsede forbrugere blot forbruger deres løbende indkomst, $c_t^c = y_t^c$, mens ikke begrænsede forbrugere følger eulerligningsmodellen, f.eks. (18). Samtidig antages, at andelen af kreditbegrænsede forbrugere er en konstant eller på anden måde veldefineret andel af den samlede befolkning. Dette giver en enkel model for det gennemsnitlige forbrug per capita:

$$c_t = (1-\pi)c_t^u + \pi c_t^c, \tag{23}$$

hvor π angiver andelen af begrænsede forbugere.

Ændringen i det gennemsnitlige forbrug per capita findes ved at tage differenser af (23), og indsætte sammenhængen til indkomst:

$$\begin{aligned} \mathrm{D}\, c_t = (1-\pi)[(g_c - \psi(1-\alpha)g_y) + \psi\, \mathrm{D}\, y_t^u - \psi\alpha\, \mathrm{D}\, y_{t-1}^u + \psi\gamma_s s_t^u] \\ + \pi\, \mathrm{D}\, y_t^c. \end{aligned} \tag{24}$$

Den sidste nødvendige antagelse er, at de gennemsnitlige indkomstændringer er ens for begge grupper af forbrugere. Dette betyder, at $\mathrm{D}\, y_t^c = \mathrm{D}\, y_t^u$. Hermed findes en model for det gennemsnitlige forbrug, hvor forbrugseffekten af (samtidige) indkomstændringer er øget, mens effekten af opsparing er mindsket i forhold til modellen uden kreditrationering.

$$\begin{aligned} \mathrm{D}\, c_t = (1-\pi)(g_c - \psi(1-\alpha)g_y) + (\pi + \psi(1-\pi))\, \mathrm{D}\, y_t \\ - (1-\pi)\psi\alpha\, \mathrm{D}\, y_{t-1} + (1-\pi)\psi\gamma_s s_t. \end{aligned} \tag{25}$$

Det ses at kreditrationering ikke besværliggør estimation af en model for det gennemsnitlige forbrug per capita, når π antages konstant (eller blot deterministisk), og man ikke ønsker at identificere π eller andre af modellens dybe parametre.

6. Estimationstekniske overvejelser

Fejlkorrektionsmodellerne i de foregående afsnit er alle meget stiliserede modeller. Dette ses tydeligt af, at modellen med arbejdsløshed er den eneste, hvori der indgår et støjled i forbrugsfunktionen. For at man kan udtale sig om, hvordan modellens parametre skal estimeres, eller hvorvidt en bestemt estimator er konsistent, er det nødvendigt at angive, hvorfor der er støj i fejlkorrektionsmodellerne. Det er naturligvis nemmest blot at tilføje et additivt støjled, og herefter antage at dette led har “pæne egenskaber”. Problemet er at det ikke er lige til at finde en model hvor dette er tilfældet. Modellen med arbejdsløshed er dog et godt eksempel.

I dette afsnit behandles to mulige formuleringer af støjleddet i forbrugsfunktionerne. Først analyseres effekten af en art fejlspecifikation af indkomstligningen, hvor forbrugerne antages at have mere information end modelbyggeren. Herefter antages, at der er tilfældigt forbrug eller målefejl i hver periode. Efter indførelsen af støjled diskuteres estimation, når støjledsvariansen er en funktion af indkomst eller forbrugsniveauet.

6.1. Estimation med en fejlspecificeret indkomstmodel

Det er naturligt at antage at forbrugerne har privat information om deres egen fremtidige indkomstudvikling. Når dette er tilfældet vil der være forskel på mikro- og makroparametrene i modellen. Dette betyder at resultater fra individstudier ikke ummidelbart kan overføres til makroforbrugsfunktionen.

Antag at forbrugerne har information, som modelbyggerne ikke har, med hensyn til den fremtidige indkomst, og samtidig at modelbyggerne ikke har information, som ikke bruges af forbrugerne. I dette tilfælde vil indkomstmodellen, uanset hvordan den specificeres, overvurdere innovationerne. Men de estimerede innovationer kan med de givne antagelser opspaltes i to ukorrelerede processer; den egentlige nyhed og den private information. Dvs. indkomstmodellen kan kort specificeres som

$$\mathrm{D}\, y_t = \mathrm{E}(\mathrm{D}\, y_t | I_{t-1}) + \eta_t^y + \varepsilon_t,$$

hvor I_{t-1} angiver den information, som udnyttes af både modelbygger og forbruger mens η_t^y angiver den private information, som kun forbrugeren besidder.

Mens man ikke kan tale om en egentlig bias i paramtetrene i indkomstprocessen, idet de afspejler den anvendte information kan man sige mere om parameteren ψ. OLS estimatet af ψ vi typisk være mindre end mikroparameteren da estimatoren er

$$\hat{\psi} \simeq \frac{\mathrm{Cov}(\mathrm{D}\, c_t, \mathrm{D}\, y_t | I_{t-1})}{\mathrm{Var}(\mathrm{D}\, y_t | I_{t-1})} \simeq \frac{\psi \sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\varepsilon^2 + \sigma_{\eta^y}^2} < \psi.$$

Der er ikke noget at gøre ved denne bias, man kan blot konstatere at $\hat{\psi}$ afspejler makro-informationen i data. Hvis $\varepsilon_t + \eta_t^y$ er en innovationsproces mht. makroinformationen svarer dette blot til, at modelbyggeren er en (lidt) uinformeret forbruger. Man kan håbe, at variansen i η_t^y er lille, idet denne variabel er summen af de enkelte forbrugeres private information. Hvis de private indkomstnyheder er uafhængige mellem forbrugerne kan man på baggrund af store tals lov gætte på at variansen er lille.

6.2. Estimation med tilfældigt forbrug

En anden mulighed for støj i fejlkorrektionsmodellen er, at der kan være tilfældigt forbrug eller målefejl i forbrugsvariablen. Generelt skal man være påpasselig med specifikationen af tilfældigt forbrug. Hvis man tilføjer uafhængigt, identisk fordelt støj i eulerligningerne vil dette kumulere til en stokastisk trend, hvorved opsparingen ikke længere kan antages at være stationær. Stokastik i forbruget bør derfor specificeres enten i forbrugsplanen, som derved bliver

$$c_t = \tfrac{r}{1+r} \textstyle\sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i}\, \mathrm{E}_t(y_{t+i}) + \tfrac{r}{1+r} A_t - \tfrac{1}{r} g_c + \eta_t^c, \tag{26}$$

eller som måle- og aggregeringsfejl, dvs.

$$c_t = c_t^* + \eta_t^c, \tag{27}$$

hvor c_t er det observerede forbrug, c_t^* er det sande forbrug, og η_t^c i denne formulering er målefejlen. I begge disse formuleringer vil fejlkorrektionsmodellen have et MA(1) støjled.

Hvis der er stokastik i forbrugsplanen bliver fejlkorrektionsmodellen:

$$\begin{aligned} \mathrm{D}\, c_t = (g_c - \psi(1-\alpha)g_y) + \psi \,\mathrm{D}\, y_t - \psi\alpha \,\mathrm{D}\, y_{t-1} \\ + \psi\gamma_s s_{t-1} + \eta_t^c - (1+r)\eta_{t-1}^c. \end{aligned} \tag{28}$$

Der er ikke korrelation mellem de forklarende variable og støjleddene, idet indkomstinnovationen estimeres på baggrund af den faktiske opsparing. Støjleddet er derimod meget tæt på at være en ikke invertibel MA(1)-proces. Dette er problematisk for den statistiske inferens.

Hvis stokastikken nærmere skyldes målefejl bliver fejlkorrektionsmodellen:

$$\begin{aligned} \mathrm{D}\, c_t = (g_c - \psi(1-\alpha)g_y) + \psi \,\mathrm{D}\, y_t - \psi\alpha \,\mathrm{D}\, y_{t-1} \\ + \psi\gamma_s s_{t-1} + \eta_t^c - (1-\psi\gamma_s)\eta_{t-1}^c. \end{aligned} \tag{29}$$

I dette tilfælde er problemet med MA(1) støjled væsentligt mindre, specielt når $\psi\gamma \simeq 1$. Til gengæld bør man benytte instrumenter for c_{t-1} i regressionen, da denne variabel er korreleret med det laggede støjled (per antagelse). Hvis målefejlene er uafhængige, er c_{t-2} et godt instrument. I dette sidste tilfælde bør det overvejes, hvorvidt forbruget er den eneste variabel med målefejlsproblemer. Hvis indkomsten også er behæftet med målefejl, bliver estimationsproblematikken ganske besværlig, idet man ikke kan bruge lagget information som instrument for indkomsten. Denne laggede information er jo allerede indeholdt i forbruget, og den kan derfor ikke benyttes til at modellere nyhederne i den forventede indkomst.

6.3. Heteroskedasticitet

Mange formuleringer af forbrugsfunktionen er log-lineære. Den log-linære formulering benyttes ofte som en variansstabiliserende transformation. I afsnit 7 vises, at man kan opskrive en log-lineær approksimation af forbrugsplanen (4), men det er ikke ligetil at gøre det samme med fejlkorrektonsmodellen. Da der er grund til at antage, at støjledsvariansen er proportional med enten forbruget eller indkomsten, bør man nok eksperimentere med GLS-estimation af modellen.

7. En log-lineær modelformulering

John Muellbauer og Ralph Lattimore (1996) mener, at eulerligningstilgangen er forfejlet.[6] De advokerer derfor for, at man tager udgangspunkt i forbrugsplanen (4), der kan omskrives til følgende udtryk

$$c_t = y_t + \tfrac{r}{1+r}A_t - \tfrac{1}{r}g_c + \tfrac{r}{1+r}\textstyle\sum_{i=1}^{\infty}\delta^i\,\mathrm{E}_t(\mathrm{D}\,y_{t+i}), \quad \delta^i = \textstyle\sum_{j=i}^{\infty}(1+r)^{-j}. \tag{30}$$

Muellbauer og Lattimore påpeger, at man kan forvente, at variansen i tilfældige afvigelser fra forbrugsplanen er voksende i forbrugsniveauet. Frem for at benytte en GLS-estimator mener de, man bør anvende en logaritmisk transformation af modellen for at stabilisere støjledsvariansen. Den specifikke transformation, de foreslår, er smart, idet den naturligt tillader en opdeling af formuen i komponenter, som diskuteret i afsnit 3.2.

Først skaleres forbrugsplanen (30) med indkomsten:

$$c_t = y_t[1 + \tfrac{r}{1+r}A_t/y_t - \tfrac{1}{r}g_c/y_t + \tfrac{r}{1+r}\textstyle\sum_{i=1}^{\infty}\delta^i\,\mathrm{E}_t(\mathrm{D}\,y_{t+i}/y_t)], \tag{31}$$

herefter approksimeres tre steder:

1. Det samlede led i parantesen kan forventes at være tæt på 1 hvorfor approksimationen $\log(1+x) \simeq x$ benyttes.
2. $\mathrm{E}_t(\mathrm{D}\,y_{t+i}/y_t) \simeq \mathrm{E}_t(\mathrm{D}\log y_{t+i})$, hvis indkomstvæksten ikke er for stor.
3. g_c kan forventes at være en voksende funktion af y_t, hvis leddet repræsenterer enten (eksponentiel) produktivitetsvækst eller et risikomotiv som følge af usikkerhed i indkomsten. Dette betyder, at g_c/y_t kan forventes at være konstant.

Dette leder til, at en logaritmisk transformation af forbrugsplanen kan gives som

$$\log c_t = \log y_t + \beta_a A_t/y_t - \beta_0 + \beta_a \textstyle\sum_{i=1}^{\infty}\tilde{\delta}^i\,\mathrm{E}_t(\mathrm{D}\log y_{t+i}). \tag{32}$$

Næste trin er at finde en dynamisk formulering. Her referer Muellbauer og Lattimore til vaner og tilpasningsomkostninger som i afsnit 4.3. Med en partiel tilpasning kan man formulere en fejlkorrektionsmodel, idet

$$\begin{aligned}\log c_t = {}& (1-\beta_c)c_{t-1} \\ & + \beta_c[\log y_t + \beta_a A_t/y_t - \beta_0 + \beta_a \textstyle\sum_{i=1}^{\infty}\tilde{\delta}^i\,\mathrm{E}_t(\mathrm{D}\log y_{t+i})]\end{aligned} \tag{33}$$

kan omskrives til

$$\begin{aligned}\mathrm{D}\log c_t = {}& \beta_c\beta_0 + \beta_c\,\mathrm{D}\log y_t \\ & - \beta_c\log(c_{t-1}/y_{t-1}) + \beta_c\beta_a A_t/y_t + \beta_c\beta_a \textstyle\sum_{i=1}^{\infty}\tilde{\delta}^i\,\mathrm{E}_t(\mathrm{D}\log y_{t+i}).\end{aligned} \tag{34}$$

[6] De har dog ikke set på løsningen, hvor innovationsprocessen indsættes, som det foreslås i dette papir.

Denne forbrugsfunktion er stadig ikke helt anvendelig, da sidste led skal parametriseres, før man kan estimere funktionens parametre. Der er givet forskellige forslag til, hvordan fremtidig indkomst modelleres. Muellbauer og Lattimore foreslår, at forventingerne erstattes af et glidende gennemsnit af fremtidige indkomstvækstrater. Jeg tror dette er en dårlig idé, fordi man med denne operationalisering overser, at (nogle af) de bedste prediktorer for fremtidig indkomstvækst allerede indgår i forbrugsrelationen.

Antag derfor, som i den lineære model, at indkomsten kan forudsiges ud fra tidligere indkomst og et opsparingsudtryk:

$$\mathrm{D}\log y_{t+1} = \alpha\,\mathrm{D}\log y_t - \gamma_s[\gamma_a A_t/y_t - \gamma_c \log(c_t/y_t)] + \tilde{\varepsilon}_{t+1}. \tag{35}$$

Hvis denne forventningsdannelse indsættes i (34) kan man substituere forventningen til fremtidig indkomstvækst ud, og relationens parametre bliver igen en syndig blanding af strukturelle parametre og forventningsparametre. Når man (endelig) opgiver at regne på de præcise parameterudtryk, kan forbrugsrelationen gives som:

$$\mathrm{D}\log c_t = \beta_1 + \beta_2\,\mathrm{D}\log y_t - \beta_3 \log(c_{t-1}/y_{t-1}) + \beta_4 A_t/y_t + \eta_t. \tag{36}$$

Denne forbrugsrelation kan udvides med opdeling af formuekomponenterne, demografiske variable, arbejdsløshed, og kreditbegrænsning på samme måde som den lineære relation, og resultaterne vil være analoge til de tidligere.

Det er værd at bemærke, at den lineære og den log-lineære relation har samme teoretiske basis. Forskellen mellem modellerne bygger alene på forskellige approksimationer af stokatstikken i forbrug og indkomstdannelse. Det er derfor et rent empirisk problem at finde ud af, hvilken approksimation der passer bedst på de danske data.

8. Afslutning

Denne notes egentlige formål er at præsentere resultater fra moderne forbrugsteori (dvs. post Modigliani) i en ramme, der kan benyttes direkte i estimationsarbejdet i ADAM.

Det absolut vigtigste resultat i noten er, at man efter min mening *ikke* kan fortolke *nogen* af parametrene i forbrugsrelationen som langsigtsparametre, hvis man med langsigtsparametre mener noget i retning af et steady state foløb. Alle parametre i relationen er (uløseligt) knyttet til en prediktionsmodel (dvs. en reduceret form) for den fremtidige indkomst, eller dennes vækst/vækstrate. Dette betyder at modellen med stor sandsynlighed er god til konjunkturfremskrivninger og dårlig til politikeksperimenter. Man skal derfor være meget varsom med at anvende multiplikatoregenskaber som målestok for relationens gyldighed.

Hvis man skal diskutere rationalitet inden for forbrugsmodellens rammer, er det nødvendigt at adskille prediktionsmodellen for indkomsten fra de øvrige elementer i forbruget. Dette kan eventulet gøres ved at estimere forbrugsrelationen i 2 trin: Først estimeres innovationerne i indkomsten, og disse estimater indsættes herefter i forbrugsligningen. Dvs. man kan estimere innovationerne ved

$$\hat{\varepsilon}_t = \mathrm{D}\, y_t - \hat{g}_y - \hat{\alpha}(\mathrm{D}\, y_{t-1} - \hat{g}_y) + \hat{\gamma}_s s_{t-1} + \hat{\gamma}_u \mathrm{D}\, ul_t. \tag{37}$$

Herefter indsættes de beregnede residualer i forbrugsrelationen; f.eks. (25):

$$\mathrm{D}\, c_t = \beta_0 + \beta_1 \mathrm{D}\, y_t + \beta_2 \mathrm{D}\, y_{t-1} + \beta_3 s_{t-1} + \beta_4 \hat{\varepsilon}_t. \tag{38}$$

I dette udtryk kan β_1, β_2 og β_3 fortolkes som funktioner af trægheder i forbruget, der afholder agenterne fra at følge eulerligningsløsningen.

I politikeksperimenter skal de uforudsete ændringer i indkomsten specificeres, dvs. $\hat{\varepsilon}_t$ skal findes i modellen. Samtidig skal β_4 fastsættes i overensstemmelse med den nye indkomstdannelsesproces.

Ovenstående procedure er med garanti ikke let at udføre i praksis, men hvis ADAM skal beskrive agenter med rationelle agenter med fuld information i politikeksperimenter, er det nødvendigt at adskille forventningsdannelsen og træghedere. Afslutningsvis skal det bemærkes, at det ikke er noget problem at estimere (37) og (38).

Litteratur

Abel, A. (red.) (1980). *The collected papers of Franco Modigliani.* Cambridge Mass.: MIT Press.

Blanchard, O. J. (1985). Debts, deficits, and finite horizons. *Journal of Political Economy, 93*, 1045–1076.

Browning, M. og A. Lusardi (1996). Household Saving: Micro theories and micro facts. *Journal of Economic Literature, 34*, 1797–1855.

Caballero, R. J. (1990). Consumption puzzels and precautionary saving. *Journal of Monetary Economics, 25*, 113–136.

Deaton, A (1992). *Understanding Consumption.* Oxford: Clarendon Press.

Hall, R. E. (1978). Stochastic implications of the life cycle–Permanent income hypothesis: Theory and evidence *Journal of Political Economy, 96*, 971–987.

HCO071100: Olesen, H. C. og N. A. Dam (7.11.1999). Forbrug, indkomst og pension. Arbejdspapir, Modelgruppen, Danmarks Statistik.

Heinesen, E. (red.) (1988). Privat forbrug og boliginvesteringer i ADAM. Arbejdsnotat nr. 24, Danmarks Statistik.

JS14191: Smidt, J. (14.01.1991). Makroforbrug. Arbejdspapir, Modelgruppen, Danmarks Statistik.

JS05391: Smidt, J. (05.03.1991). Sammenhænge mellem forbrug, indkomst og formue. Arbejdspapir, Modelgruppen, Danmarks Statistik.

MAR19600: Rasmussen, M. (19.06.2000). Forbrug, dynamik og kapitalgevinster. Arbejdspapir, Modelgruppen, Danmarks Statistik.

Modigliani, F. (1975). The life cycle hypothesis of saving twenty years later. I M. Parkin (red.), *Contemporary Issues in Ecinomics*, 2–36. Manchester: Manchester University Press. Optrykt i A. Abel (red) (1980).

Modigliani, F. og R. Brumberg (1954). Utility analysis and the consumption function: an interpretation of cross-section data. I K. K. Kurihara (red.), *Post Keynesian economics*, 388–436. New Brunswick, N.J.: Rutgers University Press. Optrykt i A. Abel (red.) (1980).

Modigliani, F. og R. Brumberg (1979). Utility analysis and the consumption function: an attempt at integration. I A. Abel (red.), *The collected papers of Franco Modigliani*, Volume 2, 128–197. Cambridge Mass.: MIT Press.

Muellbauer, J. og R. Lattimore (1996). The Consumption Function: A Theoretical and Empirical Overview. I H. Pesaran og M. Wickens (red.), *Handbook of Applied Econometrics*, Kapitel 3, 221–311. Oxford: Blackwell.

NAD09500: Dam, N. A., M. Rasmussen og H. C. Olesen (09.05.2000). Lineære forbrugsrelationer med formuen opdelt efter likviditetsgrad. Arbejdspapir, Modelgruppen, Danmarks Statistik.