Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

Edith Madsen

7. juli 1997

Eksogenisering i forbrugssystemet

Resumé:

Papiret giver en metode til eksogenisering af forbrugskomponenter i det nye DLU og indeholder desuden en smule teori om løsning til forbrugerens problem under rationering. Til sidst findes et bilag med de nye modelligninger i forbrugssystemet.

EDM07797.WP

Nøgleord: DLU, eksogenisering, rationering, modelligninger

Indledning

Papiret har først et teoretisk afsnit om forbrugssystemet, når en af forbrugskomponenterne er eksogen. Derefter følger et afsnit med et konkret eksempel på eksogenisering af forbrugskomponenter. Til sidst findes et appendix af teoretisk art, hvor en lidt anden tilgang til problemet med rationering anvendes.

1. Forbrugsbeslutningen under rationering

Vi husker, at det dynamiske lineære udgiftssystem med n varer tager udgangspunkt i følgende nyttefunktion:

$$v(x) = \sum_i \gamma_i \log(x_i - \mu_i) \quad \text{med} \quad \sum_i \gamma_i = 1,\ \gamma_i \geq 0,\ \mu_i < x_i \tag{1.1}$$

μ_i minimumsforbrug af vare i
x_i forbrug af vare i

Lad os antage at forbrugeren er rationeret i forbrug af vare 1 og forbruger mængden z af denne vare. Lad $\bar{p}$, $\bar{x}$ og $\bar{\mu}$ være vektorer af hhv. priser, forbrug og minimumsforbrug af de resterende n-1 varer. Efterspørgslen efter vare i bliver så (se Appendix A):

$$x_i = \mu_i + \frac{\gamma_i}{1-\gamma_1} \frac{(y - p_1 z - \bar{p} \cdot \bar{\mu})}{p_i} \quad \text{for } i = 2,\dots,n \tag{1.2}$$

Fortolkningen er som i systemet uden rationering. Minimumsforbrugene dækkes først, og derefter deles det overskydende budget ud på de enkelte forbrugskomponenter, (dem hvor forbrugeren ikke er rationeret), ved faste vægte, som klart nok er større end i systemet uden rationering. At forbrugerens problem under rationering bliver meget simpelt skyldes, at der er separabilitet, og den eneste effekt af rationeringen er da gennem det totale budget.

Dynamikken i systemet volder ikke problemer, da det laggede forbrug indgår via minimumsforbrugene, og det lineære udgiftssystem har netop denne meget pæne form af forbrugene, der gør, at budgetbetingelsen er opfyldt uden ekstra restriktioner på parametrene, når bare de laggede forbrug og ekstra forklarende variabler indgår via minimumsforbrugene.

Man ser, at løsningen til forbrugerens problem let kan udvides til situationen med rationering af flere varer. Der kan være rationering på op til n-1 varer.

Ovenstående er én måde at løse forbrugerens problem under rationering på. En anden måde er, via *skyggeprisen* på den rationerede vare (den pris ved hvilken forbrugeren frivilligt vil vælge at forbruge netop rationeringen af varen) at finde relationen mellem omkostningsfunktionerne for problemet med og uden rationering. Denne tilgang er i dette tilfælde med DLU mere besværlig, men man kan se en del interessante ting. I Appendix B findes en kort gennemgang af denne metode.

2. Eksempel på eksogenisering i forbrugssystemet

I bilag 1 findes de nye modelligninger i forbrugsystemet. Hvis man ønsker at eksogenisere forbrugene af fødevarer og brændsel, så de i 1997-2000 bliver 20.000 mio.1980-kr, kan man gøre det på to måder.

a) Direkte ved hjælp af eksogeniseringsdummierne *dfcf* og *dfce*, som i følgende eksempel:

```
READ GRUND
UPD DFCF 97 2000 = 1
UPD DFCE 97 2000 = 1
UPD ZFCF 97 2000 = 20000
UPD ZFCE 97 2000 = 20000
SIM 97 2002
```

b) Man kan også eksogenisere ved at justere i *JfCf* og *Jfce* på passende vis. Bemærk at hvis man regner baglæns (med formler) og først finder udtrykket for *JfCf* og *Jfce*, som så indsættes i de andre ligninger fremkommer udtryk på formen (1.2). Problemet er, at grundet dynamikken er det ikke umiddelbart til at løse "i hånden", i stedet kan man lave en mål-middel-analyse i PCIM. Dette er illustreret i følgende eksempel:

```
READ GRUND
TIME 97 2002
MIDDEL
MAL FCF FCE
MIDDEL JFCF
MIDDEL JFCE
KRIT FCF 1
KRIT FCE 1
UPD FCF 97 2000 = 20000
UPD FCE 97 2000 = 20000
SOLVE
SIM 97 2002
```

Ved at bruge den direkte metode vist i a) sparer man nogle udregninger, da man ikke først skal finde passende J-led og så derefter lave kørslen. Resultatet af eksperimentet er vist i tabellen på næste side.

Tabel 2.1. Eksogenisering af forbrug af fødevarer og brændsel i 1997-2000

År	Uden eksogenisering			Med eksogenisering		
	fCf	*fCe*	*fCn*	*fCf*	*fCe*	*fCn*
1997	43.813	18.098	19.074	20.000	20.000	20.517
1998	44.105	18.875	20.261	20.000	20.000	21.959
1999	44.459	19.602	21.369	20.000	20.000	23.200
2000	44.783	20.226	22.359	20.000	20.000	24.289
2001	45.111	20.795	23.266	27.259	20.406	24.756
2002	45.384	21.271	24.061	32.465	20.756	25.184

Det ses, at da det laggede forbrug, via minimumsforbruget, indgår i alle ligninger i forbrugssystemet, vil en eksogenisering af en forbrugskomponent i en begrænset periode have en effekt på *alle* forbrugskomponenter i de efterfølgende perioder.

Man kan, som nævnt i afsnit 1, lave tilsvarende eksperimenter med eksogenisering af op til 7 forbrugskomponenter.

Appendix A

Forbrugerens problem bliver at maksimere nyttefunktionen i (1.1) med hensyn til $\bar{x}$ under bibetingelserne:

$$\bar{p} \cdot \bar{x} = y - p_1 x_1 \quad \text{og} \quad x_1 = z \tag{A1}$$

som giver følgende 1. ordensbetingelser for det tilhørende Lagrangeproblem:

$$\gamma_i = \lambda p_i (x_i - \mu_i) \quad \text{for i} = 2,...,\text{n} \tag{A2}$$

Betingelserne er tilstrækkelige for en løsning til problemet, da den tilhørende Lagrangefunktion er konkav i $\bar{x}$. Dermed fås følgende udtryk for x_i:

$$x_i = \mu_i + \gamma_i \frac{1}{\lambda p_i} \quad \text{for i} = 2,...,\text{n} \tag{A3}$$

Ved at summere over *i* i (A2) og indsætte betingelserne i (A1) fås:

$$\begin{aligned} \textstyle\sum_{i \neq 1} \gamma_i &= \lambda \textstyle\sum_{i \neq 1} p_i (x_i - \mu_i) = \lambda (y - p_1 z - \textstyle\sum_{i \neq 1} p_i \mu_i) \\ &= \lambda (y - p_1 z - \bar{p} \cdot \bar{\mu}) \end{aligned} \tag{A4}$$

λ elimineres i ovenstående og indsættes i (A3), og man får:

$$x_i = \mu_i + \frac{\gamma_i}{\sum_{i \neq 1} \gamma_i} \frac{(y - p_1 z - \bar{p} \cdot \bar{\mu})}{p_i} = \mu_i + \frac{\gamma_i}{1 - \gamma_1} \frac{(y - p_1 z - \bar{p} \cdot \bar{\mu})}{p_i} \tag{A5}$$

Dette er efterspørslen efter den i'te forbrugskomponent, når forbrugeren er rationeret i forbrug af vare 1.

Appendix B

Lad $c(u,p)$ være omkostningsfunktionen for forbrugerens problem uden rationering. Omkostningsfunktionen i systemet med rationering bliver:

$$\tilde{c}(u,p,z) = p_1 z + \gamma(u,\bar{p},z) \tag{B1}$$

hvor $\gamma(u,\bar{p},z)$ er værdifunktionen for problemet:

$$\min \bar{p}\cdot\bar{x} \quad \text{u.b } v(z,\bar{x}) = u \tag{B2}$$

Skyggeprisen på den rationerede vare, $\tilde{p}_1$, defineres som den pris, der er løsning til ligningen:

$$\frac{\partial c}{\partial p_1} = z \tag{B3}$$

dvs. den pris på den rationerede vare, som gør, at forbrugeren frivilligt vil vælge netop z som forbrug af vare 1. Ved denne pris må der så gælde:

$$c(u,\tilde{p}_1,\bar{p}) = \tilde{p}_1 z + \gamma(u,\bar{p},z) \tag{B4}$$

Sammen med (B1) giver ovenstående følgende sammenhæng mellem de to omkostningsfunktioner:

$$\tilde{c}(u,p,z) = (p_1 - \tilde{p}_1)z + c(u,\tilde{p}_1,\bar{p}) \tag{B5}$$

Den kompenserede efterspørgselsfunktion under rationering kan nu fås af dette udtryk ved at differentiere med hensyn til p_i :

$$\tilde{h}_i(u,\bar{p},z) = \frac{\partial \tilde{c}}{\partial p_i} = -\frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial p_i} z + \frac{\partial c(u,\tilde{p}_1,\bar{p})}{\partial p_i} \quad \text{for i} = 2,\ldots,n \tag{B6}$$

På denne måde kan man altså også finde efterspørgslen under rationering. Skulle man have lyst, kan man jo prøve med DLU og checke, at man får det samme som i (1.2)!

På markeder med rationering reduceres substitutionsmulighederne (Le Chatelier princippet), hvilket kan ses af følgende:
Lad $h_i(u,p)$ være den kompenserede efterspørgselsfunktion i systemet uden rationering. Hvis z er, hvad forbrugeren ville vælge uden rationering, dvs. $z{=}h_1(u,p)$, må der gælde:

$$\tilde{h}_i(u,\bar{p},h_1(u,p)) = h_i(u,p) \tag{B7}$$

Ved at differentiere udtrykket i (B7) m.h.t. p_1 fås:

$$\frac{\partial \tilde{h}_i}{\partial p_1} = \frac{\partial \tilde{h}_i}{\partial z}\frac{\partial h_1}{\partial p_1} = \frac{\partial h_i}{\partial p_1} \qquad \textbf{(B8)}$$

hvis $\frac{\partial h_1}{\partial p_1} \neq 0$ fås $\frac{\partial \tilde{h}_i}{\partial z} = \frac{\partial h_i / \partial p_1}{\partial h_1 / \partial p_1}$

For varer, der er substitutter til vare 1, vil en stigning i forbruget af den rationerede vare bevirke et fald i forbruget af disse varer, (tælleren i sidste udtryk positiv), og det modsatte gælder for varer, der er komplementer til den rationerede vare.
I DLU, hvor alle varer er substitutter, vil en stigning i forbruget af den rationerede vare bevirke et fald i forbruget af alle andre varer, uanset hvilken varer der rationeres.

Differentieres udtrykket i (B7) i stedet m.h.t. p_i fås:

$$\frac{\partial \tilde{h}_i}{\partial p_i} = \frac{\partial h_i}{\partial p_i} - \frac{\partial \tilde{h}_i}{\partial z}\frac{\partial h_1}{\partial p_i} = \frac{\partial h_i}{\partial p_i} - \frac{(\partial h_i / \partial p_i)^2}{\partial h_1 / \partial p_1} > \frac{\partial h_i}{\partial p_i} \qquad \textbf{(B9)}$$

Altså er substitutionseffekterne numerisk set mindre under rationering.

Litteratur:

A. Deaton og J. Muellbauer: *Economics and consumer behavior*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 1980. (Specielt pp. 109-114).

Bilag 1: Nye modelligninger i forbrugssystemet

```
D      fCfm        = 1.63936 + 0.71028*(fCf(-1)-0.25*Et(-1)/pcf(-1))/U(-1) $
D      fCnm        = 0.27038 + 0.85504*(fCn(-1)-0.14*Et(-1)/pcn(-1))/U(-1) $
D      fCim        = 0.63925 + 0.75366*(fCi(-1)-0.05*Et(-1)/pci(-1))/U(-1) $
D      fCem        = 0.08961 + 0.80103*fCe(-1)/U(-1) + 0.00227*fros $
D      fCgbkm      = 0.36141
                     + 0.80615*(fCgbk(-1)-0.13*Et(-1)/pcgbk(-1))/U(-1) $
D      fCvm        = 0.53875 + 0.67584*(fCv(-1)-0.05*Et(-1)/pcv(-1))/U(-1) $
D      fCsm        = 0.48877 + 0.87358*(fCs(-1)-0.38*Et(-1)/pcs(-1))/U(-1)
                     + 0.29622*d82 $
D      fCtm        = 0.01286 + 0.89884*fCt(-1)/U(-1) $
D      Czm         = pcf*( (1-dfcf)*fCfm+(1-dfcf)*JfCf/U
                           +dfcf*(ZfCf/U-0.25*Et/(pcf*U)) )
                     + pcn*( (1-dfcn)*fCnm+(1-dfcn)*JfCn/U
                             +dfcn*(ZfCn/U-0.14*Et/(pcn*U)) )
                     + pci*( (1-dfci)*fCim+(1-dfci)*JfCi/U
                             +dfci*(ZfCi/U-0.05*Et/(pci*U)) )
                     + pce*( (1-dfce)*fCem+(1-dfce)*JfCe/U
                             +dfce*ZfCe/U )
                     + pcgbk*( (1-dfcgbk)*fCgbkm+(1-dfcgbk)*JfCgbk/U
                               +dfcgbk*(ZfCgbk/U-0.13*Et/(pcgbk*U)) )
                     + pcv*( (1-dfcv)*fCvm+(1-dfcv)*JfCv/U
                             +dfcv*(ZfCv/U-0.05*Et/(pcv*U)) )
                     + pcs*( (1-dfcs)*fCsm+(1-dfcs)*JfCs/U
                             +dfcs*(ZfCs/U-0.38*Et/(pcs*U)) )
                     + pct*( (1-dfct)*fCtm+(1-dfct)*JfCt/U
                             +dfct*ZfCt/U ) $
SJ_D   fCf         = ( fCfm
                       +( 0.08933
                          /( 1-dfcn*0.05862
                             -dfci*0.20773
                             -dfce*0.07884
                             -dfcgbk*0.18921
                             -dfcv*0.20166
                             -dfcs*0.10857
                             -dfct*0.06604 ) )
                       *(Cp4xh/U-Czm)/pcf )
                     *U + 0.25*Et/pcf $
SJ_D   fCn         = ( fCnm
                       +( 0.05862
                          /( 1-dfcf*0.08933
                             -dfci*0.20773
                             -dfce*0.07884
                             -dfcgbk*0.18921
                             -dfcv*0.20166
                             -dfcs*0.10857
                             -dfct*0.06604 ) )
                       *(Cp4xh/U-Czm)/pcn )
                     *U + 0.14*Et/pcn $
SJ_D   fCi         = ( fCim
                       +( 0.20773
                          /(1-dfcf*0.08933
                            -dfcn*0.05862
                            -dfce*0.07884
                            -dfcgbk*0.18921
                            -dfcv*0.20166
                            -dfcs*0.10857
                            -dfct*0.06604 ) )
                       *(Cp4xh/U-Czm)/pci )
                     *U + 0.05*Et/pci $
```

```
SJ_D   fCe        = ( fCem
                      +( 0.07884
                         /(1-dfcf*0.08933
                           -dfcn*0.05862
                           -dfci*0.20773
                           -dfcgbk*0.18921
                           -dfcv*0.20166
                           -dfcs*0.10857
                           -dfct*0.06604 ) )
                      *(Cp4xh/U-Czm)/pce )
                    *U $
SJ_D   fCgbk      = ( fCgbkm
                      +(0.18921
                        /(1-dfcf*0.08933
                          -dfcn*0.05862
                          -dfci*0.20773
                          -dfce*0.07884
                          -dfcv*0.20166
                          -dfcs*0.10857
                          -dfct*0.06604 ) )
                      *(Cp4xh/U-Czm)/pcgbk )
                    *U + 0.13*Et/pcgbk $
SJ_D   fCv        = ( fCvm
                      +(0.20166
                        /(1-dfcf*0.08933
                          -dfcn*0.05862
                          -dfci*0.20773
                          -dfce*0.07884
                          -dfcgbk*0.18921
                          -dfcs*0.10857
                          -dfct*0.06604 ) )
                      *(Cp4xh/U-Czm)/pcv )
                    *U + 0.05*Et/pcv $
SJ_D   fCs        = ( fCsm
                      +(0.10857
                        /(1-dfcf*0.08933
                          -dfcn*0.05862
                          -dfci*0.20773
                          -dfce*0.07884
                          -dfcgbk*0.18921
                          -dfcv*0.20166
                          -dfct*0.06604 ) )
                      *(Cp4xh/U-Czm)/pcs )
                    *U + 0.38*Et/pcs $
SJ_D   fCt        = ( fCtm
                      +(0.06604
                        /(1-dfcf*0.08933
                          -dfcn*0.05862
                          -dfci*0.20773
                          -dfce*0.07884
                          -dfcgbk*0.18921
                          -dfcv*0.20166
                          -dfcs*0.10857 ) )
                      *(Cp4xh/U-Czm)/pct )
                    *U $
```

De J-led, som automatisk genereres i disse ligninger, vil give de historiske forbrug af de enkelte forbrugskomponenter, når J-leddene i *alle* de 8 forbrugskomponenter i DLU er lavet på denne måde (er residualt bestemte).
Når J-leddene er residualt bestemte, er det altså ikke kun det til en bestemt relation hørende J-led, der sikrer, at man rammer det historiske forbrug. Dette skyldes, at der i systemet er en budgetbetingelse, der skal være opfyldt, så hvis man ændrer i et J-led, slår det igennem på alle forbrugskomponenterne via det

samlede budget. (Alle J-leddene indgår i *Czm*).
Når man lader alle J-leddene være residualt bestemte, bliver $\sum pc_i \cdot JfC_i = 0$, og dermed får man det historiske forbrug i alle komponenter.

Bemærk at uanset værdierne af J-leddene i dette system, vil budgetbetingelsen *altid* være opfyldt (eventuelt med negative forbrug af en eller flere komponenter, hvis værdien af *Czm* langt overstiger det samlede budget).