Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

Edith Madsen

4. februar 1997

Det nye DLU:
Forslag til nye modelligninger i forbrugssystemet

Resumé:

Papiret er en opfølgning af modelgruppepapir EDM 20. november 1996. Papiret præsenterer et forslag til nye modelligninger i det dynamiske lineære udgiftssystem. I forhold til det gamle DLU er dynamikken ændret, og som følge heraf er også estimationsmetoden ændret. Desuden er antallet af ekstra forklarende variabler reduceret.

EDM04297.WP

Nøgleord: DLU, ny dynamik, systemestimation, nye modelligninger, varige varer

Indledning

En reestimation af DLU med tallene for perioden 1955-92 viste sig at give problemer med hensyn til langsigtsligevægten. Konkret var problemet en enhedsrod i relationen for forbrug af nydelsesmidler. Dette papir indeholder først en præsentation af det nye DLU samt metoden til estimation heraf. Derefter gennemgås egenskaberne i dette system, og til sidst findes et afsnit om modellering af varige varer i et sådant efterspørgselssystem.

1. Det nye DLU

Det lineære udgiftssystem giver anledning til følgende efterspørgselssystem:

$$x_{it} = \mu_{it} + \gamma_i \frac{y_t - \sum_j p_{jt} \cdot \mu_{jt}}{p_{it}} \qquad \text{hvor } \sum_j \gamma_j = 1 \tag{1.1}$$

x_{it} forbrug af vare i
μ_{it} minimumsforbrug af vare i
p_{it} prisen på vare i

Minimumsforbrugene dækkes først, og derefter deles det overskydende budget ud på de enkelte varegrupper ved de faste vægte γ_i'erne.
Der er, som forklaret i et tidligere papir, indført dynamik i systemet ved at lade en beholdningsvariabel, defineret som det historisk akkumulerede forbrug, indgå i minimumsforbrugene. Da disse beholdningsvariabler ikke er observerbare, fører dette til et ret indviklet system, hvis det skal på estimerbar form. Man får da, via variablen L_t, som kan fortolkes som budgettets grænsenytte, alle lag af forbruget med, foruden det laggede som direkte indgår. Det gør, at det ikke er helt let at estimere systemet. Man kunne jo prøve at se på, hvad der sker, hvis man antager en særlig simpel form for dynamik, i stedet for den noget indviklede. Lad os antage at minimumsforbrugene er defineret som:

$$\mu_{it} = \theta_i + \varepsilon_i \cdot f_{it} + \alpha_i \cdot x_{it-1} \tag{1.2}$$

Dette giver mulighed for umiddelbart at estimere systemet, da alle størrelser i (1.1) nu er observerbare, og desuden kan det estimeres som et budgetandelssystem med de velkendte pæne egenskaber. Det vil sige, man behøver ikke længere iterere sig frem til værdier af parametrene, der gør, at budgetbetingelsen er opfyldt, den er simpelthen indbygget i systemet.

Budgetandelen af den i'te vare ser ud på følgende måde:

$$\begin{aligned} w_{it} &= \frac{p_{it} \cdot x_{it}}{y_t} \\ &= \frac{p_{it} \cdot \mu_{it}}{y_t} + \gamma_i \cdot \frac{y_t - \sum_j p_{jt} \cdot \mu_{jt}}{y_t} \\ &= \gamma_i + (1-\gamma_i) \cdot \frac{p_{it} \cdot \mu_{it}}{y_t} - \gamma_i \cdot \sum_{j \neq i} \frac{p_{jt} \cdot \mu_{jt}}{y_t} \\ &= \gamma_i + (1-\gamma_i) \left(\theta_i \cdot \frac{p_{it}}{y_t} + \varepsilon_i \cdot \frac{p_{it} \cdot f_{it}}{y_t} + \alpha_i \cdot \frac{p_{it} \cdot x_{it-1}}{y_t} \right) \\ &\quad - \gamma_i \cdot \sum_{j \neq i} \left(\theta_j \cdot \frac{p_{jt}}{y_t} + \varepsilon_j \cdot \frac{p_{jt} \cdot f_{jt}}{y_t} + \alpha_j \cdot \frac{p_{jt} \cdot x_{jt-1}}{y_t} \right) \end{aligned} \tag{1.3}$$

Budgetandelene kan nu opskrives som et system af ligninger. På matrixform bliver systemet:

$$W_t = \Gamma + S\Theta P_t + S\mathrm{E}F_t + S\mathrm{A}L_t \tag{1.4}$$

med følgende definitioner af matricerne:

$$W_t = \begin{bmatrix} w_{1t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ w_{nt} \end{bmatrix} \quad \Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma_n \end{bmatrix} \quad \mathrm{n} \times 1 - \text{matricer}$$

$$S = \begin{bmatrix} (1-\gamma_1) & -\gamma_1 & -\gamma_1 & \cdot & \cdot & \cdot & -\gamma_1 \\ -\gamma_2 & (1-\gamma_2) & -\gamma_2 & \cdot & \cdot & \cdot & -\gamma_2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\gamma_{n-1} & -\gamma_{n-1} & \cdot & \cdot & \cdot & (1-\gamma_{n-1}) & -\gamma_{n-1} \\ -\gamma_n & -\gamma_n & \cdot & \cdot & \cdot & -\gamma_n & (1-\gamma_n) \end{bmatrix} \quad \mathrm{n} \times \mathrm{n} - \text{matrix}$$

$$\Theta = \Delta(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n) \quad \mathrm{E} = \Delta(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n) \quad \mathrm{A} = \Delta(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$$

$\mathrm{n} \times \mathrm{n}$ −matricer

$$\boldsymbol{P}_t = \begin{bmatrix} \frac{p_{1t}}{y_t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{p_{nt}}{y_t} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{F}_t = \begin{bmatrix} \frac{f_{1t} \cdot p_{1t}}{y_t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{f_{nt} \cdot p_{nt}}{y_t} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{L}_t = \begin{bmatrix} \frac{x_{1t-1} \cdot p_{1t}}{y_t} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \frac{x_{nt-1} \cdot p_{nt}}{y_t} \end{bmatrix} \quad \mathrm{n} \times 1-\text{matricer}$$

Bemærk at rækkerne i (1.4) pr. definition summer til 1.

2. Estimation af DLU

Budgetandelene kan i det nye DLU estimeres i et system. Hvis der er n varegrupper, er en vilkårlig budgetandel bestemt udfra de resterende. n–1 varegrupper udvælges derfor til estimationen. Det er ligegyldigt, hvilke der udvælges. Lad det være de n–1 første budgetandele, som bruges i estimationen. Den statistiske model er:

$$\tilde{W}_t = \tilde{\Gamma} + \tilde{S}\Theta P_t + \tilde{S}\mathrm{E} F_t + \tilde{S}\mathrm{A} L_t + u_t \quad \text{hvor } u_t \sim \text{iid } \mathrm{N}(0,\Omega) \qquad \textbf{(2.1)}$$

hvor $\tilde{W}_t$, $\tilde{\Gamma}$ og $\tilde{S}$ er de første n-1 rækker i henholdsvis W_t, Γ og S. Systemet estimeres så ved ML.
Det bemærkes, at γ_n i den udeladte relation er den eneste parameter, som ikke bestemmes direkte i estimationen. Den er bestemt ved, at γ_i'erne summer til 1.

2.1 Estimationen

Variablerne er de samme som tidligere:

x_{it}	forbrug af vare *i* pr. capita fratrukket udenlandske turisters forbrug i Danmark
p_{it}	prisen på vare *i*
y_t	totale udgift pr. capita
f_{it}	en ekstra forklarende variabel, som eventuelt kan indgå i minimumsforbruget af vare *i*

Som udgangspunkt anvendes de samme ekstra forklarende variabler, som i det nuværende DLU, og alle relationer estimeres med et konstantled i minimumsforbruget.
I relationerne for forbrug af nydelsesmidler, *fCn*-relationen, og forbrug af turistrejser, *fCt*-relationen, indgår *NPF* som ekstra forklarende variabel. Den er et udtryk for grænsehandlens størrelse givet ved det reale prisforhold mellem nydelsesmidler i Danmark og Tyskland, men man har så lagt en eksponentiel vækst i denne, så den fra og med 1972 vokser med 10% om året, hvilket må siges at være lidt voldsomt i længden.
Hvis der stadig skal være en form for trend i prisudtrykket, skal det nok have en mere dæmpet form, og hvorfor så ikke estimere denne trend. Dette svarer til at ε_i i (1.2) ikke er en konstant, men en funktion af tiden. Det er forsøgt at estimere en logistisk trend (se appendix A), hvor der estimeres 4 parametre i trenden, og det giver altså problemer. Da trenden ikke er særligt velbestemt, er det svært at få systemet til at konvergere, medmindre man er god (meget god!) til at gætte på startværdier af parametrene. I stedet estimeres et 3.gradspolynomium, som i estimationsperiodens begyndelses-og sluttidspunkt er bundet til at have vandret tangent. Dette gør, at man i stedet estimerer 2 parametre, hvad gør livet en hel del lettere for den, der skal estimere. Trenden bliver $\varepsilon_{0i}+\varepsilon_{2i}\cdot\tau^{2}-⅔\cdot\varepsilon_{2i}\cdot\tau^{3}$ for i=n,t, hvor τ=(*tid*–1955)/37.
I første omgang er trendene i de to relationer ikke bundet i forhold til hinanden. Hvis man insisterer på, at de to trends skal have præcis samme form i de to relationer, som det var tilfældet med den faste trend i det nuværende DLU, kan

man binde parametrene i de to relationer, så forholdet mellem de to trends er en konstant, dvs $\varepsilon_{0t}=\varepsilon_{0n}\cdot\kappa$ og $\varepsilon_{2t}=\varepsilon_{2n}\cdot\kappa$. Dette giver ikke anledning til et for stort fald i likelihoodværdien, så denne form kan vi godt have. (LR-teststørrelsen for hypotesen er lig 0.37 og giver en testsandsynlighed på ca. 54%). Estimationsresultaterne er vist i nedenstående tabel.

Tabel 2.1.1. Estimationsresultater, udgangsmodellen

Forbrugskomponent	γ_i	θ_i	α_i	ε_i	R^2
Fødevarer	0.0896	1.7467	0.6910	-	0.99
	(0.0226)	(0.5903)	(0.1021)		
Nydelsesmidler	0.0616	0.1554	0.8666	*	0.97
	(0.0163)	(0.1712)	(0.0746)		
Øvrige ikke-varige varer	0.2112	0.7027	0.7292	-	0.92
	(0.0191)	(0.2565)	(0.0655)		
Brændsel	0.0789	0.1353	0.7837	0.0012	0.98
	(0.0141)	(0.1730)	(0.0562)	(0.0008)	
Transport	0.1890	0.3845	0.7922	-	0.94
	(0.0188)	(0.2010)	(0.0460)		
Varige varer	0.1929	0.5882	0.7369	-2.1094	0.90
	(0.0252)	(0.2726)	(0.0737)	(1.1097)	
Tjenester	0.1057	0.5312	0.8632	0.3099	0.99
	(0.0184)	(0.2723)	(0.0363)	(0.0601)	
Turistrejser	0.0691	0.1913	0.8251	*	0.95
	(0.0183)	(0.1520)	(0.0762)		

Anm. Estimationsperioden er 1955-92
* ε_{0n}=0.1156 (0.0811), ε_{2n}=–0.2826 (0.2552), κ=–1.6635 (1.5280)

Det ses, at parameteren ε_{2n} ikke er signifikant, og af graferne i bilag 1 kan man da også se, at der ikke er meget "trend" i dem. Da trendene ikke bidrager signifikant til forklaring af forbruget i de to relationer, undlader vi dem. (LR-teststørrelsen for denne hypotese er lig 1,66 og giver en testsandsynlighed på 20%). Der er så bare et prisforhold uden trend som ekstra forklarende variabel. Det viser sig så, at denne ikke indgår signifikant i nogen af de to relationer, og man får let godkendt hypotesen om at undlade variablen i begge relationer, $\varepsilon_n=\varepsilon_t=0$. LR-teststørrelsen bliver 3.06 og giver en testsandsynlighed på 22%. Man kan jo også sige, vi har begge priser inde, i *pct* må der være noget, som afspejler udlandets prisniveau, så det eneste, der er ekstra i dette prisforhold, er valutakursen overfor D-Marken, og denne forklarer altså ikke noget i relationerne. Så ud med dette prisforhold.
Renteudtrykket i relationen for forbrug af varige varer, indgår heller ikke signifikant i systemet. LR-teststørrelsen, for test hypotesen om at denne ikke bør indgå, bliver 2,48 og giver en testsandsynlighed på ca. 12%. Det besluttes også at undlade denne variabel. Faktisk bør forbruget af varige varer ikke formuleres som det i dag er gjort i DLU, jvf. afsnit 5. Tabellen på næste side viser estimationsresultaterne i den endelige model.

Tabel 2.1.2. Estimationsresultater, den endelige model

Forbrugskomponent	γ_i	θ_i	α_i	ε_i	R^2
Fødevarer	0.0893 (0.0224)	1.6394 (0.5309)	0.7103 (0.0934)	-	0.99
Nydelsesmidler	0.0586 (0.0166)	0.2704 (0.0927)	0.8550 (0.0466)	-	0.96
Øvrige ikke-varige varer	0.2077 (0.0190)	0.6393 (0.2016)	0.7537 (0.0563)	-	0.92
Brændsel	0.0788 (0.0135)	0.0896 (0.1535)	0.8010 (0.0447)	0.0023 (0.0008)	0.98
Transport	0.1892 (0.0184)	0.3614 (0.1658)	0.8061 (0.0379)	-	0.94
Varige varer	0.2017 (0.0244)	0.5388 (0.2266)	0.6758 (0.0646)	-	0.91
Tjenester	0.1086 (0.0164)	0.4889 (0.2323)	0.8736 (0.0318)	0.2962 (0.0593)	0.99
Turistrejser	0.0660 (0.0161)	0.0129 (0.0550)	0.8988 (0.0424)	_	0.95

Anm. Estimationsperioden er 1955-92

2.2 Misspecifikations tests

Det er altid vigtigt at kontrollere, at den statistiske model er korrekt (eller i det mindste ikke alt for forkert!). Det er ikke helt oplagt, hvordan man tester for de sædvanlige ting (autokorrelation i restleddene, ARCH-effekt og normalfordelte restled) i de enkelte relationer, når modellen er et system.

For at teste en hypotese har man brug for en teststørrelse. Denne skal løst sagt være sådan, at man godkender hypotesen, hvis den observerede værdi af teststørrelsen er lille. Hvis man har fundet en teststørrelse, som man mener har denne egenskab, er det næste problem at finde ud af, hvordan man vurderer, om denne teststørrelse er "lille". Der findes forskellige evalueringsprincipper, hvor *asymtotisk evaluering* er det, der sædvanligvis benyttes.
Når man ønsker at lave de sædvanlige misspecifikations tests i de enkelte relationer i et system, kan man måske godt argumentere for, at man kan benytte de samme teststørrelser, som hvis der var tale om en enkelt relation, men man må nøje overveje, hvornår den asymtotiske fordeling af den pågældende teststørrelse er den samme, som hvis der var tale om en enkelt relation. Med andre ord må man gøre sig klart, under hvilke antagelser dette er tilfældet, og om man mener, disse er rimelige. Følgende eksempel skal illustrere dette.
Hvis man vil teste, om der er førsteordens autokorrelation i restleddene i en bestemt relation, kunne et test være, bare at gøre som man plejer og lave et LM-test for førsteordens autokorrelation i denne ene relation. Hvad man så i virkeligheden tester, er, om der er autokorrelation i restleddene i den pågældende relation under antagelse om, at der *ikke* er autokorrelation i

restleddene i de andre relationer, hvad jo netop er det, man ønsker at teste. Her er de antagelser, som skal til, for at den sædvanlige asymtotiske fordeling er rigtig, nok ikke rimelige. Altså må man finde på noget andet.

En måde at teste for autokorrelation i restleddene i de enkelte relationer kunne være at teste modellen i (2.1) mod modellen:

$$\begin{aligned} \tilde{W}_t &= \tilde{\Gamma} + \tilde{S}\Theta P_t + \tilde{S}\mathrm{E}F_t + \tilde{S}\mathrm{A}L_t + u_t \\ u_t &= Qu_{t-1} + v_t \quad \text{hvor } v_t \sim \text{iid } \mathrm{N}(0,\Phi) \end{aligned} \tag{2.2}$$

som kan skrives:

$$\begin{aligned} \tilde{W}_t &= \tilde{\Gamma} + \tilde{S}\Theta P_t + \tilde{S}\mathrm{E}F_t + \tilde{S}\mathrm{A}L_t \\ &\quad + Q\left(\tilde{W}_{t-1} - \tilde{\Gamma} - \tilde{S}\Theta P_{t-1} - \tilde{S}EF_{t-1} - \tilde{S}AL_{t-1}\right) + v_t \\ &\text{hvor } v_t \sim \text{iid } \mathrm{N}(0,\Phi) \end{aligned} \tag{2.3}$$

Restriktionerne på matricen Q er, at egenværdierne har modulus mindre end 1 (stationaritet). Alternativmodellen til (2.1) er så, at u_t er en VAR-proces af orden 1. Modellen for den n'te budgetandel bliver igen residualt bestemt som (med k=n-1):

$$\begin{aligned} w_{nt} &= 1 - (1...1)\,\tilde{W}_t \\ &= \gamma_n + S_n\Theta P_t + S_nEF_t + S_nAL_t \\ &\quad - (q_{11}\cdots q_{1k})u_{1t-1} \\ &\quad - \ldots \\ &\quad - (q_{k1}\cdots q_{kk})u_{kt-1} + v_{nt} \end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\text{hvor } v_{nt} \sim N(0,\sigma^2) \text{ med } \sigma^2 = (1...1)\,\Phi\,(1...1)^t$$

med
q_{ij} elementet i i'te række j'te søjle i matricen Q
S_n n'te række i matricen S

Desværre har det ikke været muligt, at estimere modellen (2.2). Man kan vælge at restriktere Q til at være en diagonalmatrix, dvs. alternativmodellen er, at der er autokorrelation af første orden mellem residualerne i den enkelte ligning. Restriktionerne på diagonalelementerne i Q bliver, at de skal have modulus mindre end 1. Hvis man også vil have denne model for den residualt bestemte relation, bliver den ekstra restriktion, at diagonalelementerne skal være ens. Den eneste hypotese, det så er muligt at teste mht. autokorrelation af første orden, er, om der er autokorrelation af første orden i hele systemet eller ej.

LR-teststørrelsen for hypotesen Q=0 bliver 0.03 og giver en testsandsynlighed på 87%. Konklusionen udfra dette test er, at der ikke er førsteordens autokorrelation i systemet, men da den alternativmodel, det er muligt at identificere, er meget restriktiv, giver denne test nok ikke svar på så meget, som man kunne ønske.

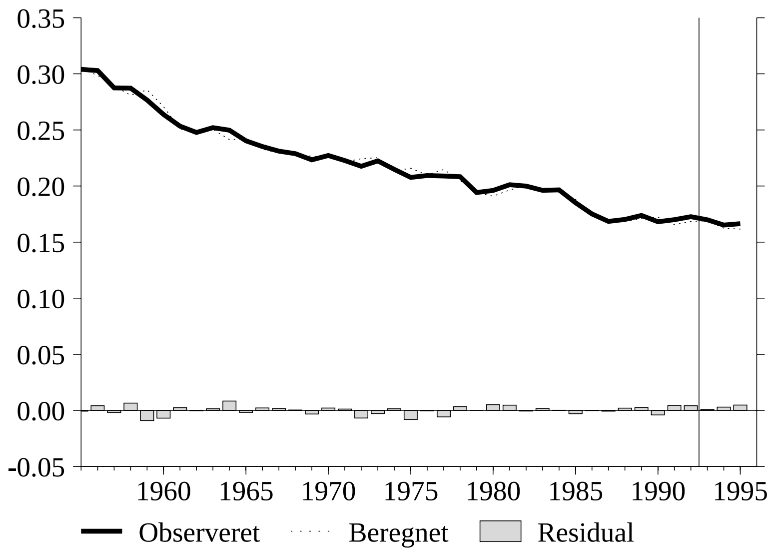
Det er selvfølgelig muligt at teste for autokorrelation i de enkelte relationer i systemet (2.3), men spørgsmålet er så, hvad man gør med den relation, der er residualt bestemt. Hvordan testes for autokorrelation i denne uden den restriktive form? Muligvis kan man parametrisere modellen sådan, at dette er muligt.

Man burde også teste for ARCH-effekt i restleddene og normalfordelte restled, men det er som sagt ikke helt oplagt, hvordan man kan gøre det.

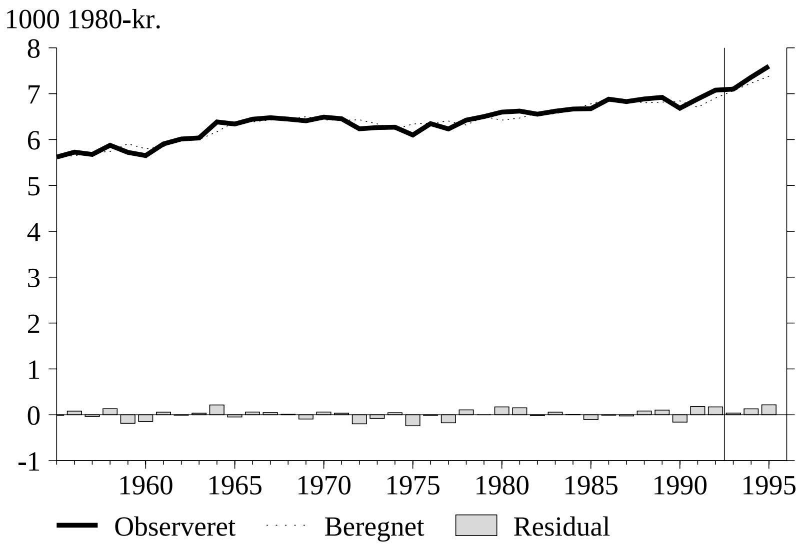
2.3 Forklaringsevnen

På de følgende sider er forklaringsevnen i de enkelte relationer illustreret.

Figur 2.3.1.a *fCf*-relationens forklaringsevne, budgetandelen

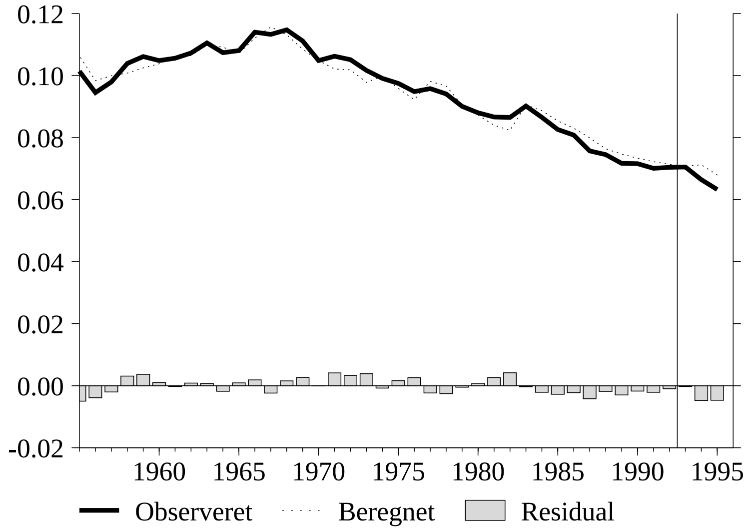


Figur 2.3.1.b *fCf*-relationens forklaringsevne, forbrug i faste priser

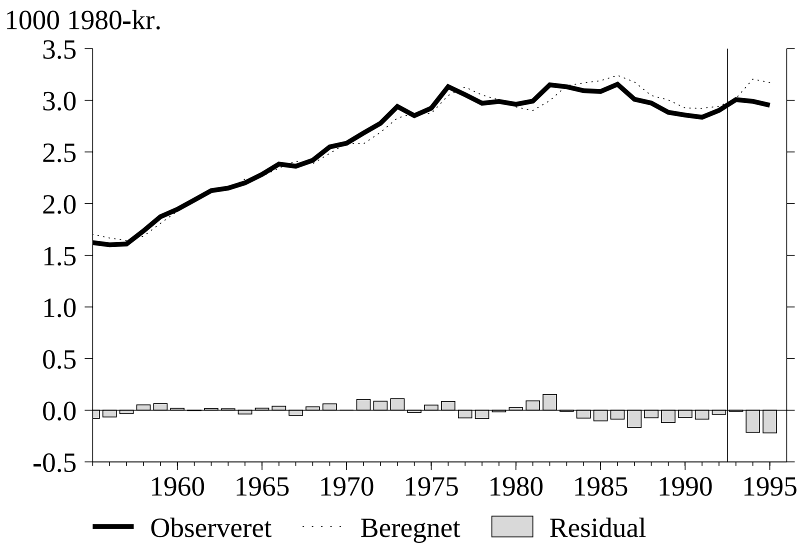


Relationens forlaringsevne må siges at være udmærket. Det ses tydeligt, at forbruget i denne relation er næsten konstant over tid, og en stor del af forbruget forklares da også ved konstanten i minimumsforbruget. (Den er væsentligt større end i de andre relationer).

Figur 2.3.2.a ***fCn*-relationens forklaringsevne, budgetandelen**

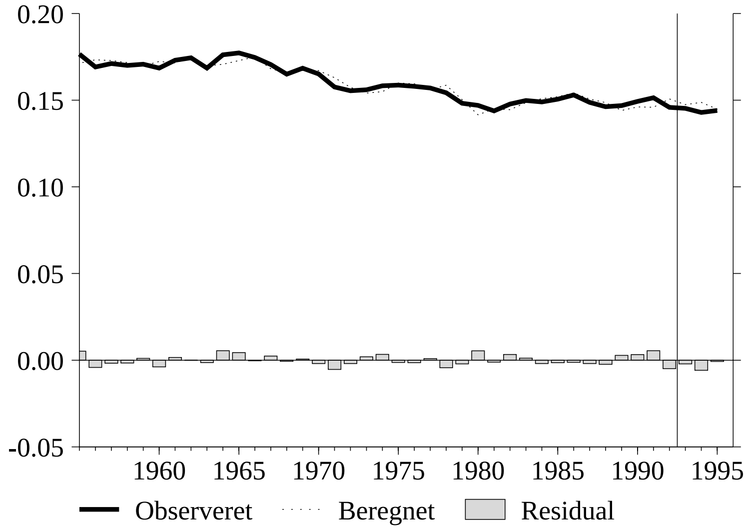


Figur 2.3.2.b ***fCn*-relationens forklaringsevne, forbrug i faste priser**

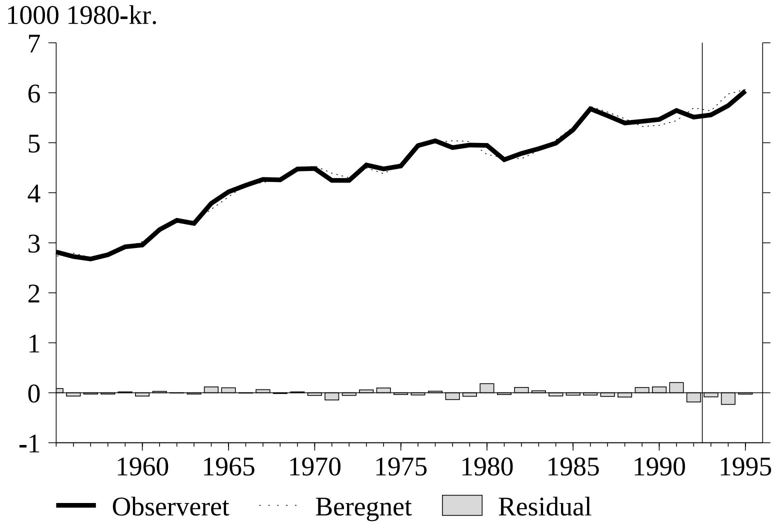


Det ser ud som om, der er en forfærdelig masse autokorrelation i dennne relation, og især i slutningen af estimationsperioden rammer relationen systematisk ved siden af.

Figur 2.3.3.a *fCi*-relationens forklaringsevne, budgetandelen

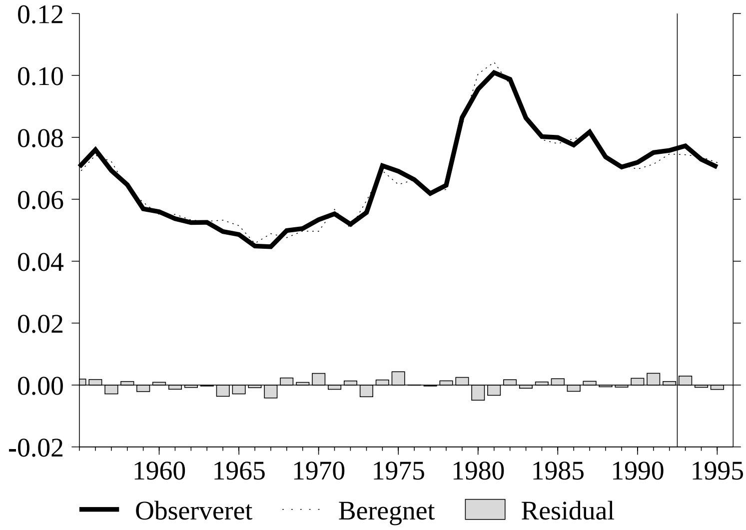


Figur 2.3.3.b *fCi*-relationens forklaringsevne, forbrug i faste priser

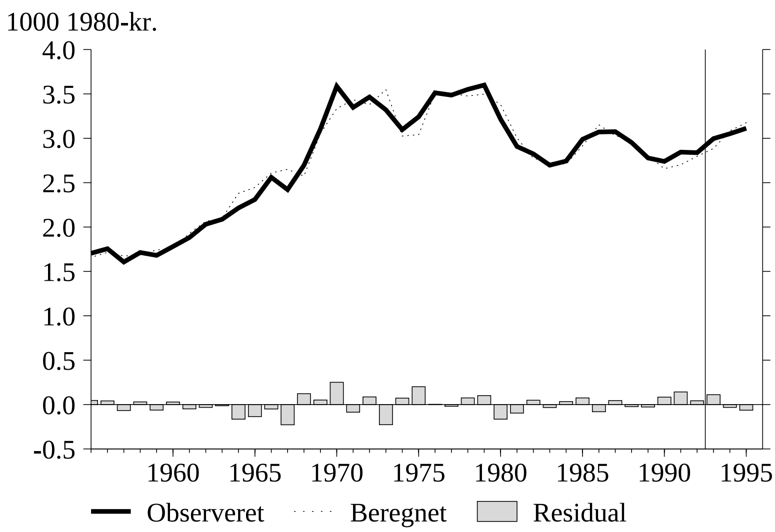


Relationen fitter utroligt godt!

Figur 2.3.4.a *fCe*-relationens forklaringsevne, budgetandelen

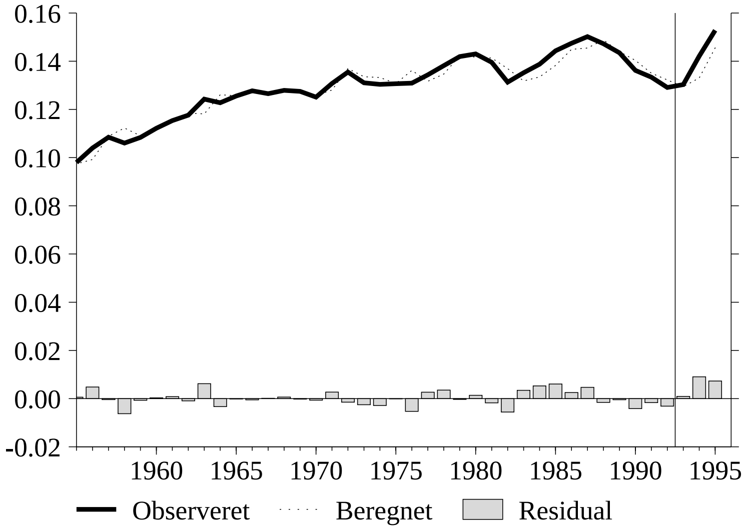


Figur 2.3.4.b *fCe*-relationens forklaringsevne, forbrug i faste priser

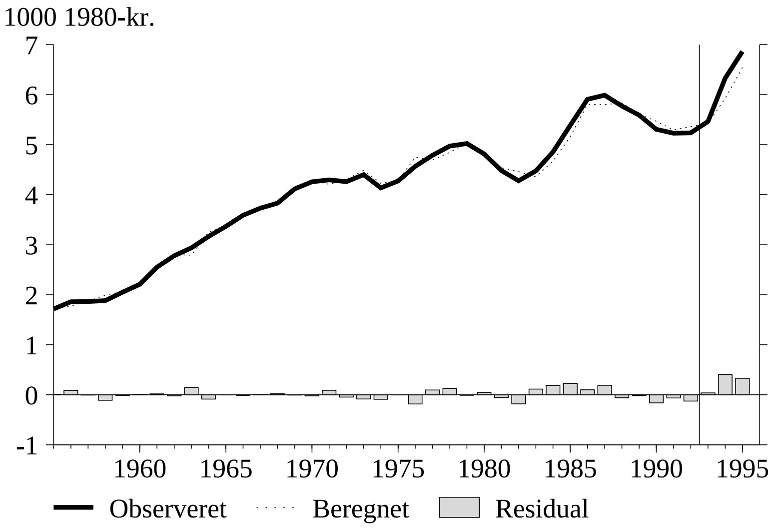


I forhold til den gamle estimation er der her inddraget et konstantled, som dog ikke indgår signifikant, men da det ikke ser ud til at ødelægge noget, lader vi det være. I denne relation indgår variablen frostdøgn, *fros*, men denne kan som nævnt i tidligere papir ikke fange de vilde udsving i forbruget af brændsel. Det har været under overvejelse at lade et udtryk for boligbeholdningen indgå som ekstra forklarende variabel, men da denne er stærkt korreleret med det samlede budget, vil det nok give en dårlig bestemmelse af de tilhørende parametre. Relationen ser vel egentlig også meget pæn ud her.

Figur 2.3.5.a ***fCgbk*-relationens forklaringsevne, budgetandelen**

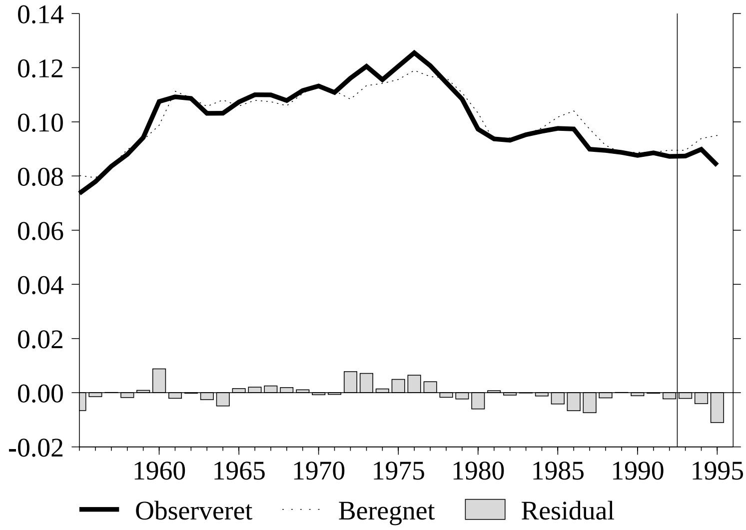


Figur 2.3.5.b ***fCgbk*-relationens forklaringsevne, forbrug i faste priser**

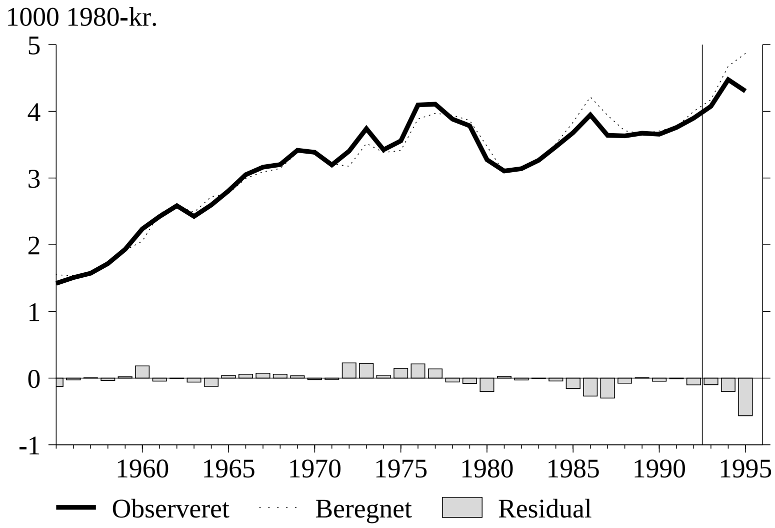


Relationen har de samme svagheder som i det nuværende system. Det ser ud som, at der er autokorrelation i restleddene, og der er nogle forholdvis store residualer efter estimationsperiodens sluttidspunkt.

Figur 2.3.6.a ***fCv*-relationens forklaringsevne, budgetandelen**

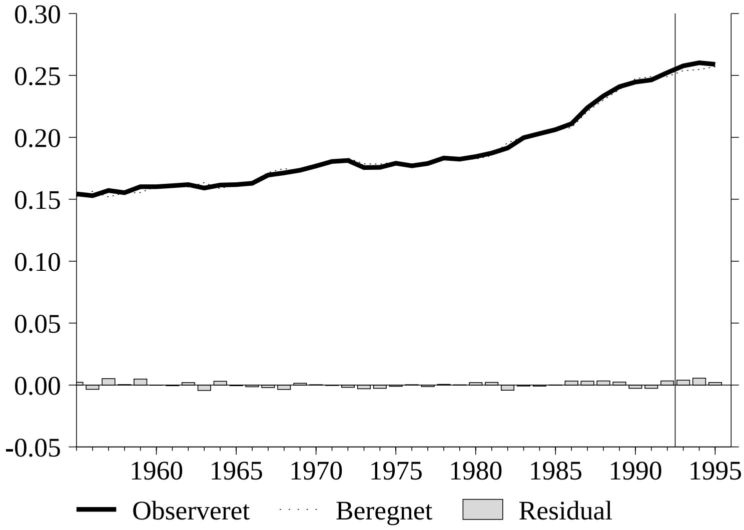


Figur 2.3.6.b ***fCv*-relationens forklaringsevne, forbrug i faste priser**

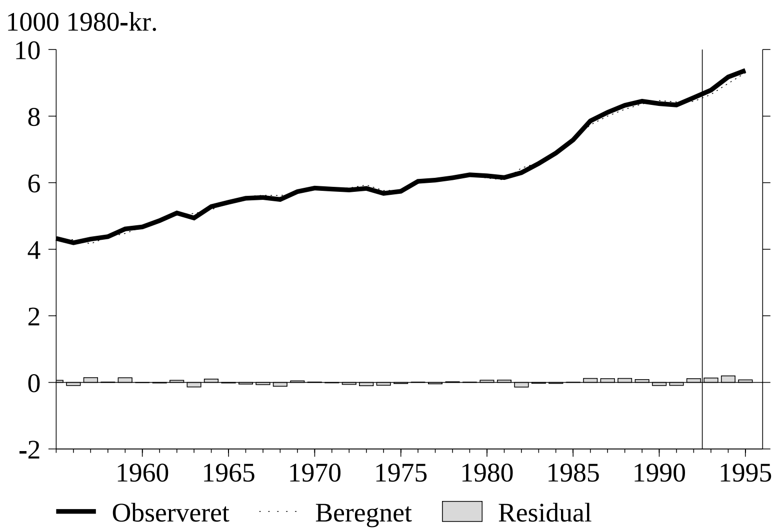


Denne relation ser faktisk forfærdelig ud; store residualer især i sidste halvdel af perioden, og noget der ligner autokorrelation. Dette kunne skyldes, at forbrug af varige varer er formuleret forkert i dette efterspøgselssystem, se afsnit 5. Generelt er det vist et problem med autokorrelation, når man formulerer forbrug af varige varer i et så simpelt system, man må have en model, der tager højde for dette.

Figur 2.3.7.a ***fCs*-relationens forklaringsevne, budgetandelen**

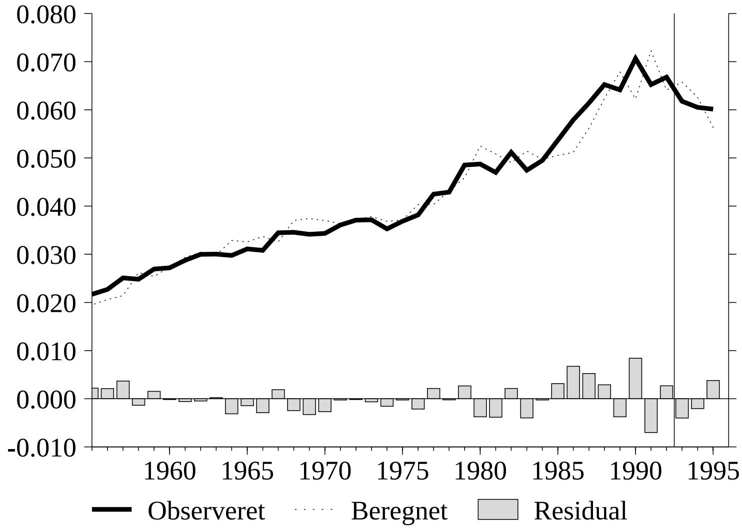


Figur 2.3.7.b ***fCs*-relationens forklaringsevne, forbrug i faste priser**

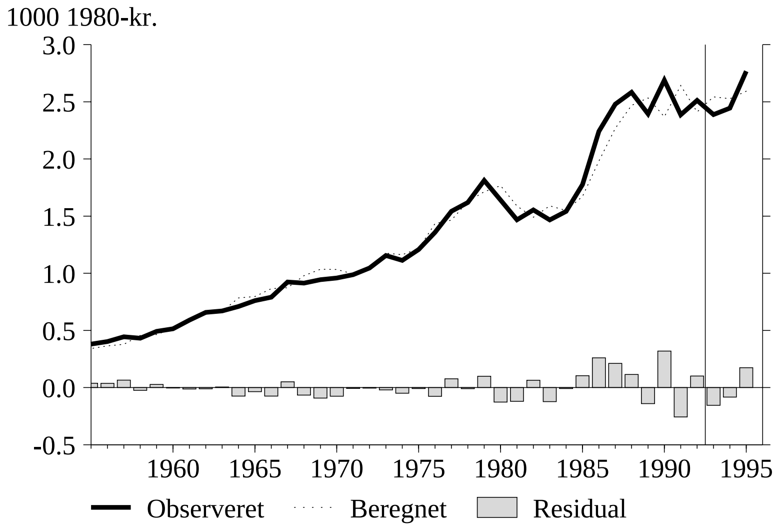


Som ekstra forklarende variabel indgår en dummy, for at fange skiftet i væksten fra begyndelsen af 1980'erne, og ellers er der ikke de store udsving i dette forbrug, hvad relationen let fanger.

Figur 2.3.8.a ***fCt*-relationens forklaringsevne, budgetandelen**



Figur 2.3.8.b ***fCt*-relationens forklaringsevne, forbrug i faste priser**



Relationen har som den nuværende problemer med at fange de vilde udsving i forbruget af turistrejser især de seneste 10-15 år. Koefficienten til den laggede endogene, α_t , er også lidt høj, hvad tydeligt ses i figurene. (Det beregnede forbrug ligner det faktiske med en tidsforskydning). I situationen med trendene vist i tabel 2.1 er denne koefficient noget lavere, men relationen ser sådan set ikke ud til at fitte bedre, se bilag 2.

3. Elasticiteter

Indkomstelasticiteten er givet ved følgende formel:

$$e_i = \frac{dx_i}{dy} \cdot \frac{y}{x_i} = \gamma_i \cdot \frac{y}{p_i \cdot x_i} = \gamma_i \cdot \frac{1}{w_i} \tag{3.1}$$

Budgettets grænsenytteelasticitet er givet ved:

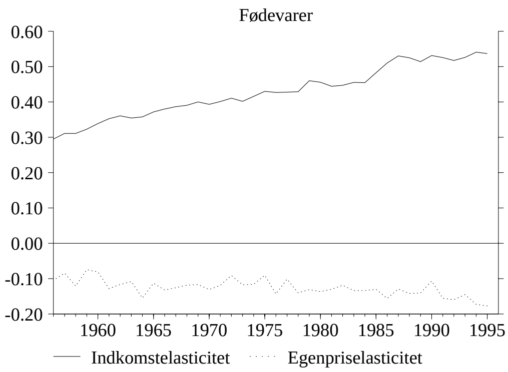
$$v = \frac{dL}{dy} \cdot \frac{y}{L} = \frac{-y}{y - \sum_j p_j \cdot \mu_j} \tag{3.2}$$

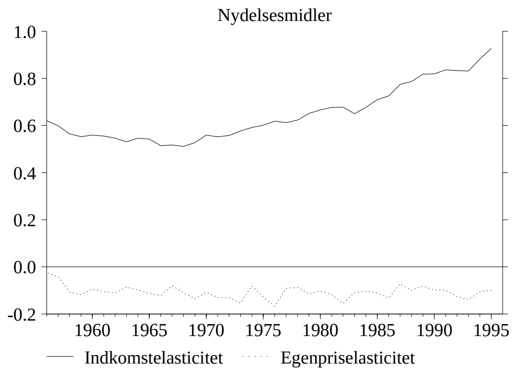
Alle priselasticiteterne kan nu vises at være givet udfra indkomstelasticiteterne, grænsenytteelasticiteten og budgetandelene. De ser ud på følgende måde:

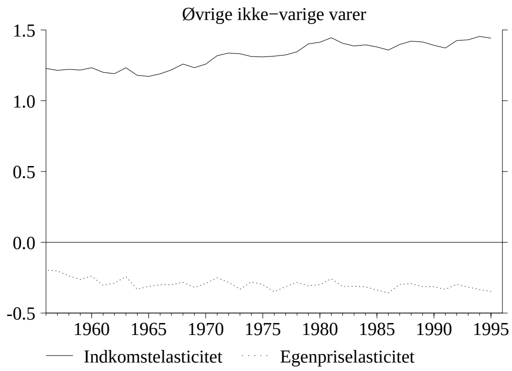
$$\begin{aligned} e_{ii} &= \frac{dx_i}{dp_i} \cdot \frac{p_i}{x_i} = -1 + (1-\gamma_i)\frac{\mu_i}{x_i} \\ &= -1 + (1-\gamma_i)\frac{1}{x_i}\left(x_i - \gamma_i \frac{(y - \sum_j p_j \mu_j)y}{p_i y}\right) \\ &= -1 + (1-\gamma_i)\left(1 - \gamma_i \frac{y}{p_i x_i} \frac{y - \sum_j p_j \mu_j}{y}\right) \\ &= -1 + (1-\gamma_i)(1 + \frac{e_i}{v}) = -1 + (1 - e_i w_i)(1 + \frac{e_i}{v}) \\ &= \frac{e_i}{v} - e_i w_i (1 + \frac{e_i}{v}) \in \,]-1,0[\end{aligned} \tag{3.3}$$

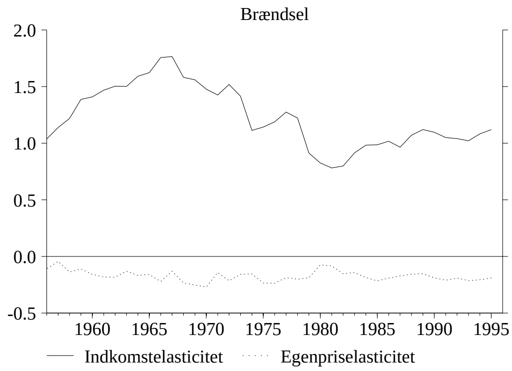
$$\begin{aligned} e_{ij} &= \frac{dx_i}{dp_j} \cdot \frac{p_j}{x_i} = -\gamma_i \frac{\mu_j p_j}{p_i x_i} \\ &= -\gamma_i \frac{1}{p_i x_i}\left(x_j p_j - \gamma_j \frac{(y - \sum_j p_j \mu_j) y p_j}{p_j y}\right) \\ &= -\gamma_i \frac{p_j x_j y}{p_i x_i y} + \gamma_j \gamma_i \frac{y}{p_i x_i} \frac{y - \sum_j p_j \mu_j}{y} \\ &= -e_i w_j - \gamma_j \frac{e_i}{v} = -e_i w_j (1 + \frac{e_j}{v}) < 0 \end{aligned} \tag{3.4}$$

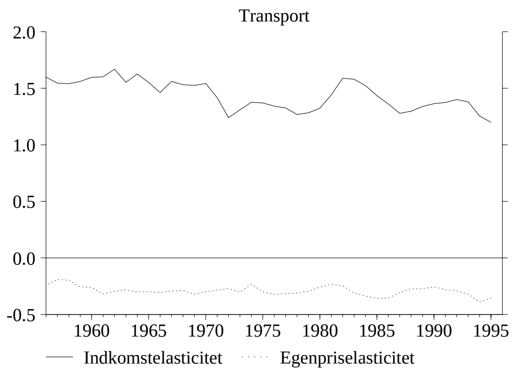
Som nævnt i tidligere papir giver nyttefunktionen, som DLU tager udgangspunkt i, additive præferencer. Det er klart, at denne form for separabilitet er meget restriktiv, og det bevirker blandt andet, at man får disse restriktioner på priselasticiteterne. Alle varer bliver pr. definition substitutter og egenpriselasticiteten numerisk mindre end 1. Man kan diskutere, om det er de "rigtige" priselasticiteter, man får ud, de er jo i en vis forstand ikke estimerede, da DLU ikke rummer dette. I hvert fald skal man nok ikke regne med, at DLU giver den store sandhed om priselasticiteter. På de næste sider er indkomst-og priselasticiteter for de 8 varegrupper vist.

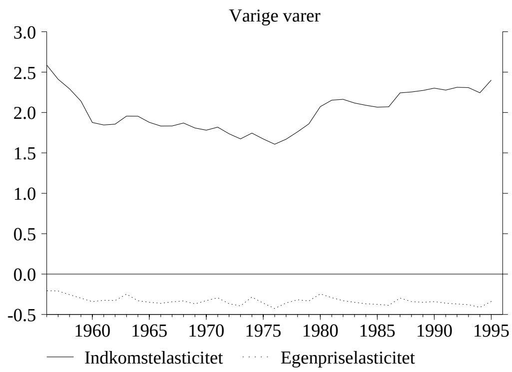

Fødevarer
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
0.00
-0.10
-0.20
1960 1965 1970 1975 1980 1985 1990 1995
Indkomstelasticitet
Egenpriselasticitet

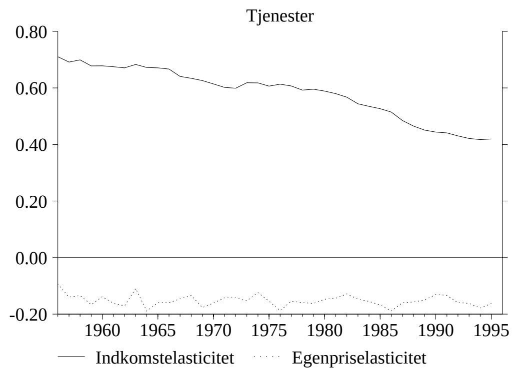

Nydelsesmidler
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
-0.2
1960 1965 1970 1975 1980 1985 1990 1995
Indkomstelasticitet
Egenpriselasticitet

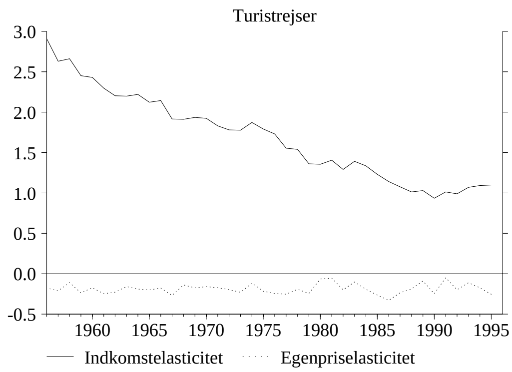

Øvrige ikke−varige varer
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
1960 1965 1970 1975 1980 1985 1990 1995
Indkomstelasticitet
Egenpriselasticitet


Brændsel
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
1960 1965 1970 1975 1980 1985 1990 1995
Indkomstelasticitet
Egenpriselasticitet


Transport
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
1960 1965 1970 1975 1980 1985 1990 1995
Indkomstelasticitet
Egenpriselasticitet


Varige varer
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
1960 1965 1970 1975 1980 1985 1990 1995
Indkomstelasticitet
Egenpriselasticitet


Tjenester
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
-0.20
1960 1965 1970 1975 1980 1985 1990 1995
Indkomstelasticitet
Egenpriselasticitet


Turistrejser
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
1960 1965 1970 1975 1980 1985 1990 1995
Indkomstelasticitet
Egenpriselasticitet

Tabel 3.1. Priselasticiteter

	fCf	*fCn*	*fCi*	*fCe*	*fCbgk*	*fCv*	*fCs*	*fCt*
pcf	-0.16	-0.13	-0.23	-0.17	-0.22	-0.37	-0.07	-0.16
pcn	-0.03	-0.13	-0.09	-0.07	-0.09	-0.25	-0.03	-0.06
pci	-0.07	-0.11	-0.30	-0.13	-0.18	-0.30	-0.06	-0.13
pce	-0.03	-0.06	-0.09	-0.19	-0.09	-0.15	-0.03	-0.07
pcbgk	-0.06	-0.10	-0.17	-0.12	-0.29	-0.27	-0.05	-0.12
pcv	-0.04	-0.06	-0.10	-0.07	-0.10	-0.37	-0.03	-0.07
pcs	-0.12	-0.20	-0.34	-0.25	-0.33	-0.55	-0.16	-0.24
pct	-0.03	-0.05	-0.08	-0.06	-0.08	-0.13	-0.02	-0.20

Anm. Tallene er for året 1992

Det bemærkes, at indkomstelasticiteten for varige varer er stor sammenlignet med de andre varegrupper. Indkomstelasticiteten for forbrug af turistrejser, som også er forholdsvis stor, ses at falde støt gennem hele perioden, hvilket afspejler, at budgetandelen i denne varegruppe er steget gennem hele perioden. Fødevarer og tjenester er nødvendige varer gennem hele perioden.
Af priselasticiteterne ses, at alle forbrug er relativt følsomme overfor prisændringer på fødevarer og tjenester, tallene i disse rækker er forholdvis store. Det kan forklares ved, at disse varegrupper har de største budgetandele, jvf. formel (3.4). For disse to varegrupper gælder så, at de er meget lidt følsomme overfor prisændringer på alle andre varegrupper, tallene i de pågældende søjler er forholdvis små. Dette kan så forklares ved, at deres indkomstelasticiteter er de mindste, jvf formel (3.4). Forbruget af varige varer ses at være meget følsomt overfor alle prisændringer, hvad virker meget fornuftigt. Det kan forklares ved den store indkomstelasticitet.

4. Langsigtsegenskaber i det nye DLU

Ved indsættelse af udtrykket for minimumsforbruget givet i formel (1.2) i udtrykket for forbruget i formel (1.1) fås følgende udtryk for langsigtsforbruget af den i'te vare:

$$x_i^* = \frac{1}{1-\alpha_i}\left(\theta_i + \varepsilon_i f_{it} + \gamma_i \frac{y_t - \sum_j (\theta_j + \varepsilon_j f_{jt} + \alpha_j x_j^*) p_{jt}}{p_{it}}\right) \qquad \textbf{(4.1)}$$

x_i^* langsigtsforbrug af vare *i*

Ovenstående udtryk indsættes i budgetrestriktionen, og man får følgende:

$$y_t - \sum_j (\theta_j + \varepsilon_j f_{jt} + \alpha_j x_j^*) p_{jt} = \left(\sum_j \frac{\gamma_j}{1-\alpha_j}\right)^{-1} \left(y_t - \sum_j \frac{(\theta_j + \varepsilon_j f_{jt}) p_{jt}}{1-\alpha_j}\right)$$

Dette indsættes nu i formel (4.1), som så bliver:

$$\begin{aligned} x_i^* &= \frac{\theta_i + \varepsilon_i f_{it}}{1-\alpha_i} + \frac{\gamma_i}{1-\alpha_i}\left(\sum_j \frac{\gamma_j}{1-\alpha_j}\right)^{-1}\left(\frac{y_t}{p_{it}} - \sum_j\left(\frac{\theta_j + \varepsilon_j f_{jt}}{1-\alpha_j}\right)\frac{p_{jt}}{p_{it}}\right) \\ &= \mu_i^* + \gamma_i^* \frac{(y_t - \sum_j p_{jt}\mu_j^*)}{p_{it}} \end{aligned} \qquad \textbf{(4.2)}$$

hvor

$$\begin{aligned} \mu_i^* &= \frac{\theta_i + \varepsilon_i f_{it}}{1-\alpha_i} \\ \gamma_i^* &= \frac{\gamma_i}{1-\alpha_i}\left(\sum_j \frac{\gamma_j}{1-\alpha_j}\right)^{-1} \end{aligned} \qquad \textbf{(4.3)}$$

Langsigtefterspørgslen kan fortolkes på samme måde som efterspørgslen på kort sigt. μ_i^* er langsigtsminimumsforbruget som først dækkes, og derefter fordeles det overskydende budget ud på de enkelte grupper ved de faste vægte γ_i^*'erne, som pr. definition summer til 1. Bemærk at det kun er i relationer, der har ekstra forklarende variabler, at langsigtsminimumsforbruget *ikke* er konstant over tid. I tabellen på efterfølgende side er disse størrelser vist.

Tabel 4.1. Langsigtsforbrugene

Forbrugskomponent	Forbrug, x_i^*	Minimumsforbrug, μ_i^*	Fordelingsvægt, γ_i^*
Fødevarer	6.78	5.66	0.06
Nydelsesmidler	3.35	1.87	0.08
Øvrige ikke-varige varer	5.43	2.60	0.17
Brændsel	2.40	1.08	0.08
Transport	5.38	1.86	0.19
Varige varer	4.12	1.66	0.12
Tjenester	8.79	6.21	0.17
Turistrejser	2.31	0.13	0.13
Samlede værdi af minimumsforbrugene, $\Sigma p_i \cdot \mu_i^*$		37.05	
Samlede budget	67.29		

Anm. Tallene er for året 1992

Der er ikke som i reestimationen af det nuværende DLU problemer med, at værdien af minimumsforbrugene på lang sigt overstiger det samlede budget. Der er i forhold til tidligere sket det, at alle minimumsforbrugene på såvel lang som kort sigt er positive.

Da langsigtsforbrugene er på samme form som kortsigtsforbrugene, findes elasticiteterne på lang sigt ved i formel (3.1) og (3.3) at indsætte udtrykkene for langsigtsparametrene. Langsigtselasticiteterne er givet ved:

$$e_i^* = \gamma_i^* \cdot \frac{y}{p_i \cdot x_i^*} \tag{4.4}$$

$$e_{ii}^* = -1 + (1 - \gamma_i^*)\frac{\mu_i^*}{x_i^*} \tag{4.5}$$

Størrelserne er vist i tabellen på næste side.

Tabel 4.2 Indkomst- og egenpriselasticiteter i forbruget

	Indkomstelasticitet		Egenpriselasticitet	
Forbrugskomponent	Kort sigt	Lang sigt	Kort sigt	Lang sigt
Fødevarer	0.53	0.37	–0.16	–0.22
Nydelsesmidler	0.82	0.98	–0.13	–0.49
Øvrige ikke-varige varer	1.38	1.16	–0.30	–0.60
Brændsel	1.06	1.22	–0.19	–0.58
Transport	1.37	1.39	–0.29	–0.72
Varige varer	2.25	1.33	–0.37	–0.64
Tjenester	0.44	0.65	–0.16	–0.41
Turistrejser	1.03	2.10	–0.20	–0.95

Anm. Tallene er for året 1992

Med hensyn til langsigtspriselasticiteterne er der ikke meget at bemærke. De minder ret meget om dem fra det nuværende DLU, dog med den forskel at de nu numerisk set alle er mindre end 1, hvilket afspejler, at minimumsforbrugene i det nye DLU også på lang sigt er positive, hvilket ikke var tilfældet i det gamle. Som nævnt i afsnittet om elasticiteter skal man nok ikke tage priselasticiteterne alt for alvorligt.
Med hensyn til indkomstelasticiterne på lang sigt bemærkes det, at denne for forbrug af turistrejser er ret stor. Hvis indkomsten fordobles, vil det bevirke, at forbruget af turistrejser på lang sigt tredobles, og det lyder jo meget fornuftigt! Grunden til dette er, at budgetandelen for denne varegruppe er meget lille.

5. Varige varer

Som det i dag er formuleret i DLU, bliver varige varer behandlet på nøjagtig samme måde som ikke-varige varer. Man lader nyttebidraget fra den varige vare komme fra den købte mængde af varen i den pågældende periode, hvor det i stedet bør komme fra denne vares ydelse i de enkelte perioder. Hvis man f.eks. køber en vaskemaskine, bør nyttebidraget ikke kun afspejle det, at man har købt en vaskemaskine, men også ydelsen i de følgende 10 år. Sagt på en anden måde bør man ved varige varer skelne mellem køb og forbrug.
En anden ting, man bør tage hensyn til, er, at forbrugsbeslutningen for varige varer ikke er tidsseparabel. Man er derfor nødt til at formulere forbrugsbeslutningen i en intertemporal ramme.
Det viser sig, at man kan udvide et sædvanligt efterspørgselssystem, udledt fra maksimering af en nyttefunktion under en lineær budgetrestriktion, til også at omfatte varige varer.

Vi ser på et simpelt toperiode-system med to varer, hvor den ene er varig, og den anden er ikke-varig. Nyttefunktionen afhænger nu af den købte mængde af den ikke-varige vare samt ydelsen af den varige. Desuden antages, at ydelsen er proportional med beholdningen af varen, og at der er et perfekt marked for varige varer, hvor der handles i ydelsesenheder. Man kan altså altid skille sig af med det, der er tilbage af den brugte vare til den på markedet gældende pris q, som er den samme som på en ydelsesenhed af en ny varig vare. Det er muligt at overføre indkomst mellem de to perioder ved hjælp af et nominelt finansielt aktiv R med en afkastrate r. Der er dermed et perfekt lånemarked, hvor man til en given rente frit kan låne og udlåne indenfor grænserne for den intertemporale budgetbetingelse.

Beholdningen af den varige vare ultimo periode t, S_t, er givet ved:

$$S_t = v_t + (1-\delta)\cdot S_{t-1} \tag{5.1}$$

v_t køb af den varige vare i periode t
δ afgangsraten for beholdningen af den varige vare

De to budgetbetingelser bliver:

$$\begin{aligned} R_1 &= R_0(1+r_1) + y_1 - p_1 x_1 - q_1 v_1 \\ R_2 &= R_1(1+r_2) + y_2 - p_2 x_2 - q_2 v_2 \end{aligned} \tag{5.2}$$

y_i budget i periode i
x_i forbrug af den ikke-varige vare i periode i
p_i prisen på den ikke-varige vare i periode i
q_i prisen på den varige vare i periode i

Ved indsættelse af (5.1) i de to ligninger i (5.2), og eliminering af R_1 fås følgende budgetbetingelse:

$$p_1 x_1 + \frac{p_2}{1+r_2} x_2 + \left(q_1 - q_2 \frac{1-\delta}{1-r_2} \right) S_1 + \frac{R_2 + q_2 S_2}{1+r_2} = \qquad \textbf{(5.3)}$$

$$y_1 + \frac{y_2}{1+r_2} + R_0 (1+r_1) + q_1 (1-\delta) S_0$$

I modeller som denne har aktiver kun det formål at omfordele købekraft mellem de to perioder, og udfra denne betragtning sættes opsparingen i den sidste periode lig nul. Altså fås at sidste led på venstre side er lig nul.
De to budgetbetingelser i (5.2) kan nu udtrykkes i betingelsen:

$$p_1 x_1 + p_2^* x_2 + q_1^* S_1 = W_1 \qquad \textbf{(5.4)}$$

med

$$p_2^* = \frac{p_2}{1+r_2} \qquad \textbf{(5.5)}$$

$$q_1^* = q_1 - q_2 \frac{1-\delta}{1+r_2}$$

$$W_1 = y_1 + \frac{y_2}{1+r_2} + R_0 (1+r_1) + q_1 (1-\delta) S_0$$

Når nytten afhænger af forbruget af den ikke-varige vare samt ydelsen af den varige, som er proportional med beholdningen, kan nyttefunktionen skrives på formen:

$$U = v(x_1, x_2, S_1) \qquad \textbf{(5.6)}$$

Problemet reducerer til det sædvanlige; maksimering af en nyttefunktion under en lineær budgetbetingelse, men hvor "mængden" af den varige vare, S_1, skal måles i ydelsesenheder, og prisen, q_1^*, er usercost, dvs. prisen på at holde en ydelsesenhed af den varige vare i en periode.

Dette er nok den mest simple måde at formulere forbrug af varige varer i et sædvanligt efterspørgselssystem, lige bortset fra at ignorere, at der er tale om en varig vare, som man gør i dag.

6. Afsluttende bemærkninger

Der er nye tal for vægtene, der bruges til at fratrække de udenlandske turisters forbrug i Danmark. Disse tal er dog ikke endelige, da endagsturister (fulde svenskere m.m.) ikke er medregnet. Når de endelige tal forefindes, bør forbrugssystemet reestimeres med disse.

Appendix A

En logistisk trend har formen:

$$f(t) = \alpha + \frac{\beta_0}{1 + \exp(\beta_1 (t - \beta_2))} \qquad \textbf{(A.1)}$$

Parameteren β_1 giver hældningen på grafen for *f*. Parametrene α og β_0 beskriver den asymtotiske opførsel af *f*.

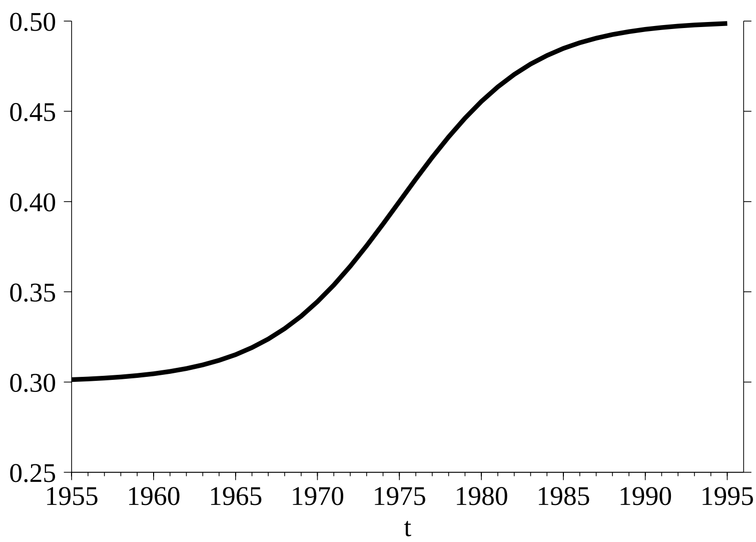
$$\begin{aligned} &\text{For } \beta_1 > 0: \\ &f(t) \to \alpha \quad \text{for } t \to \infty \\ &f(t) \to \alpha + \beta_0 \quad \text{for } t \to -\infty \end{aligned} \qquad \textbf{(A.2)}$$

Funktionen *f* har vendetangent i $t = \beta_2$, dvs:

$$\begin{aligned} &f''(\beta_2) = 0 \\ &f''(t) > 0 \quad \text{for } t < \beta_2 \\ &f''(t) < 0 \quad \text{for } t > \beta_2 \end{aligned} \qquad \textbf{(A.3)}$$

I nedenstående figur er grafen for *f* optegnet for følgende værdier af parametrene:
α=0.5, β_0=-0.2, β_1=0.25, β_2=1975.

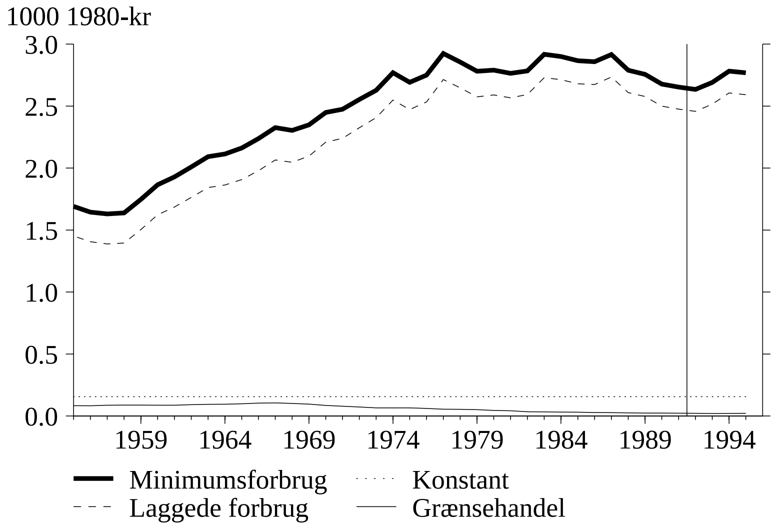
Figur 1. Grafen for *f*



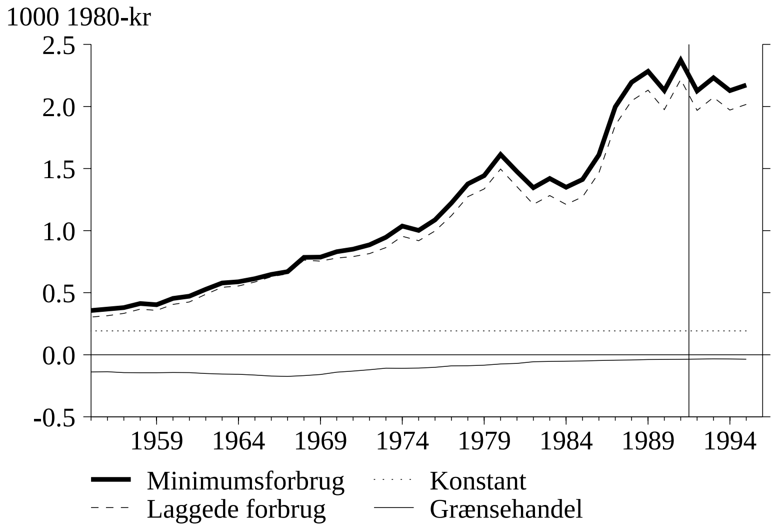
Fordelen ved denne funktionsform af trenden er, at man har "styr på" trenden i estimationsperiodens sluttidspunkt. Ved polynomier af højere orden får man problemer med, at de vokser/aftager "vildt" efter estimationsperiodens sluttidspunkt. Ulempen ved den logistiske trend er så, at det i en estimation kan være svært at bestemme 4 parametre.

Bilag 1

Figur 1. Minimumsforbruget i *fCn*-relationen

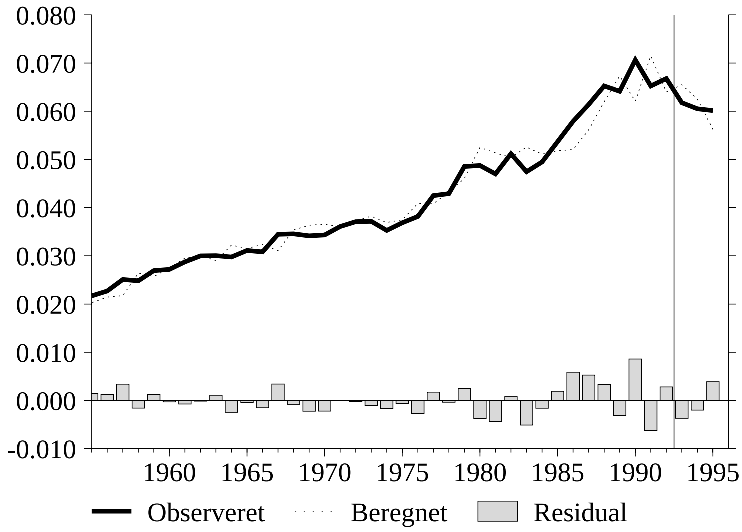


Figur 2. Minimumsforbruget i *fCt*-relationen



Bilag 2

Figur 1. *fCt*-relationens forklaringsevne, budgetandelen



Figur 2. *fCt*-relationens forklaringsevne, forbrug i faste priser