

Wfbz-relationen i absolutte ændringer

Resumé:

Der har været en del problemer med den nugældende, semilogaritmiske Wfbz-relation i forbindelse med såvel fremskrivninger som multiplikatoreksperimenter. På denne baggrund er det forsøgt at estimere en Wfbz-relation i absolutte ændringer, der inddrager alternative prisserier med et mindre afgiftsindhold i udtrykket for valutakursforventningerne.

Det viser sig imidlertid, at rentefølsomheden i den udenlandske obligationssefterspørgsel falder afgørende, når Wfbz-relationen specificeres lineært.

For at imødekomme dette er det valgt at skalere ændringen i den udenlandske obligationsbeholdning med et tidspolynomium af passende orden. Når den skalerede absolutte ændring i den udenlandske obligationsbeholdning benyttes som regressand, viser det sig, at det er muligt at estimere en model med timelønningerne i industri i udtrykket for valutakursforventningerne, som har nogle fornuftige statistiske egenskaber. Relationen er desuden kendetegnet af en rimelig høj rentefølsomhed, og det lykkes at inddrage et betalingsbalancemål som supplerende forklarende variabel.

c:abswfbz.jh

Nøgleord: Wfbz, absolutte ændring, lineær, FINDAN, rentefølsomhed, timeløn

1. Indledning

Der er 2 helt centrale problemer med den nugældende relation for udlandets efterspørgsel efter danske obligationer.

For det første er det uhensigtsmæssigt, at relationen er specificeret i *logaritmiske* ændringer. Den semilogaritmiske form indebærer, at rentefølsomheden i udlændingenes kroneobligationsefterspørgsel afhænger af *niveauet* for udlændingenes obligationsbeholdning og medfører en betydelig grad af asymmetri. I praksis er der således stor forskel på modellens multiplikatoregenskaber, afhængig af om der er tale om rentestigninger eller rentefald.

Denne asymmetri kommer specielt til udtryk i eksperimenter hvor den danske rente falder. I denne situation kan det forekomme, at udlændingene sælger hele obligationsbeholdningen, inden renten er vendt tilbage til sit langsigtede ligevægtsniveau. Når dette sker, vil den mekanisme, der normalt sikrer, at renten konvergerer mod sit ligevægtsniveau, ikke længere være til stede, og båndet mellem den danske og den udenlandske rente vil bryde. Ikke-lineariteten har i praksis vist sig at skabe betydelige problemer i forbindelse med multiplikatoreksperimenter og fremskrivninger.

På denne baggrund er det valgt at estimere en *Wfbz*-relationen i *absolutte* ændringer som en funktion af det valutakurskorrigerede dansk-tyske rentespænd. En lineær formulering vil fjerne den omtalte asymmetri og sikre, at båndet mellem det danske og udenlandske renteniveau ikke brister. I praksis vil renteniveauet konvergere mod sit langsigtede ligevægtsniveau i overensstemmelse med modellen for partiel tilpasning¹.

For det andet er det ganske uheldigt, at forbrugerpriserne indgår i det nugældende udtryk for valutakursforventningerne. Dette indebærer nemlig, at momseksperimenter i ADAM genererer utroværdigt store renteændringer.

For at imødekomme dette problem er det forsøgt at introducere alternative prisserier med et mindre afgiftsindhold i udtrykket for valutakursforventningerne. Et væsentligt resultat er, at der bliver plads til et betalingsbalancemål i *Wfbz*-relationen, når forbrugerpriserne erstattes af enten BFI-deflatorer eller timelønningerne i industri i valutakursudtrykket.

Det viser sig, at hvis relationen formuleres i absolutte ændringer med et alternativt prisindeks i udtrykket for valutakursforventningerne, så vil obligationsefterspørgsels rentefølsomhed blive utroværdigt lav.

Dette skyldes bl.a., at den omtalte niveaufhængighed i den nugældende *Wfbz*-relation, paradoksalt nok, også er specifikationens styrke. Det skal ses i lyset af, at det normalt er rentefølsomheden målt i kr. i det sidste statistikdækkede

¹ Betydningen for de samlede modelegenskaber af at specificere *Wfbz*-relationen i absolutte ændringer er gennemgået i: Rentedannelsen i den finansielle delmodel (Modelgruppepapir, Jakob Hald, 28. oktober 1992).

år (der jo bør være så stor som mulig), der vil være afgørende for den samlede models multiplikatoregenskaber. Da den udenlandske obligationsbeholdning er steget voldsomt siden 1990 vil rentefølsomheden i en loglineær specifikation være forholdsvis høj når den måles i 1992. Dette vil naturligvis ikke være tilfældet i en lineær formulering, der jo netop kendetegnes af en konstant rentefølsomhed målt i kr.

På denne baggrund er det forsøgt at skalere den absolutte ændring i den udenlandske obligationsefterspørgsel med et tidspolynomium af passende orden. Denne tilgang sikrer, at relationen ikke præges af assymetri og medvirker til at øge den samlede rentefølsomhed i obligationsefterspørgslen. Desuden forbedres relationernes statistiske egenskaber².

Papiret indledes med en introduktion af *Wfbz*-relationen formuleret i absolutte ændringer.

I *afsnit 3* skitseres den anvendte estimationsprocedure.

I *afsnit 4* gennemgås resultaterne af at estimere *Wfbz*-relationen i absolutte ændringer med henholdsvis timelønningerne i industri og BFI-deflatorerne i udtrykket for valutakursudtrykket.

I *afsnit 5* diskuteres resultatet af at skalere ændringen i den udenlandske obligationsbeholdning med et tidspolynomium af passende orden.

Endelig afsluttes papiret i *afsnit 6*, med en nærmere gennemgang af to relationer, som synes at opfylde de krav vi må stille til en *Wfbz*-relationen.

2. Modellen

Der er taget udgangspunkt i følgende ændringsrelation:

$$fWfbz - fWfbz_{-1} = \alpha + \sum_{i=s}^m \beta_i (iwbz_{-i} - iwbdm_{-i}) + \sum_{j=0}^n \theta_j Dlog(rpc_{-j}) + sæson + u \quad (1)$$

fWfbz : Udenlandsk obligationsbeholdning (deflateret)
iwbz : Dansk obligationsrente
iwbdm : Tysk obligationsrente
rpc : Forholdet mellem et dansk og et tysk prisindeks

I (1) bestemmes den absolutte ændring i den udenlandske obligationsbeholdning (deflateret med prisen på indenlandsk efterspørgsel), som en lineær funktion

² Skaleringsfaktoren kan tolkes som en "indtrængningskurve". Det er vigtigt at understrege at der naturligvis er tale om en nødløsning.

af det dansk-tyske rentespænd og et udtryk for den forventede procentvise depreciering af den danske krone.

Modellen forudsætter principielt, at udlændingenes placeringspotentiale er uendeligt stort, men også at udlændingene har mulighed for at "gå kort" i danske obligationer. I modsætning til i den nuværende semilogaritmiske formulering, kan den udenlandske obligationsbeholdning altså blive negativ.

Meknikken i (1) er, at udlændingene vil fortsætte med at øge(mindske) deres beholdning af danske obligationer, så længe det forventede afkast på disse er større(mindre) end det forventede, valutakurskorrigerede afkast på udenlandske obligationer. Den langsigtede "ligevægtsrente", som er kendetegnet ved, at udlændingene *ikke* ønsker at ændre obligationsbeholdningen, kan bestemmes ved at sætte (1) lig 0 og fjerne dateringerne³:

$$iwbz^* = iwbdm - D \log(rpc) \frac{\sum_{j=0}^n \theta_j}{\sum_{i=s}^n \beta_i} - \frac{\alpha}{\sum_{i=0}^m \beta_i} \quad (2)$$

Den adfærd, som kommer til udtryk i (1), er af afgørende betydning for rentedannelsen i ADAM. Det skyldes konkret, at det renteniveau, der er illustreret i (2), i praksis også er den samlede models langsigtede "ligevægtsrente"; de multiplikatoreksperimenter og fremskrivninger, som beregnes på ADAM, vil altså typisk være kendetegnet ved, at den danske rente nærmer sig den langsigtsrente der er specificeret i (2).

Forventningerne til valutakursudviklingen spiller naturligvis en helt afgørende rolle, når udlændinge tager stilling til deres beholdning af danske obligationer. I (1) er forventningsdannelsen særlig enkel; den forventede depreciering af kronen approksimeres af et vejet gennemsnit af indeværende og forrige kvartalers dansk-tyske inflationsforskel. Denne formulering er baseret på den relative købekraftsparitet. Antagelsen medfører ikke i sig selv restriktioner på parametrene i modellen (1).

Endelig antages det ofte, at arbitrage på de finansielle markeder sikrer hurtig tilpasning af renter og/eller valutakurs, således at den udækkede renteparitet er opfyldt. Hvis den udækkede renteparitet forventes at gælde og valutakursforventningerne specificeres i overensstemmelse med den relative købekraftsparitet, skal summen af koefficienterne til henholdsvis rentespænd og inflationsforskel være (numerisk) lige stor. Restriktionen kan skrives:

³ I dette udtryk er der set bort fra sæsonkomponenten. Det skal desuden bemærkes, at hvis vi vælger at inddrage flere (niveau)variabler i relation (1), så vil disse også optræde i udtrykket for den langsigtede ligevægtsrente. Det gælder således bl.a. for den betalingsbalancevariabel, som introduceres i afsnit 4.

$$\sum_{i=s}^n \beta_i = - \sum_{j=0}^m \theta_j \quad (3)$$

Den dansk-tyske inflationsforskel kan imidlertid tænkes at fange andet end netop valutakursforventningerne. Fx kan prisudtrykket medvirke til at kompensere for, at der ikke indgår et udtryk for de forventede kursgevinster på danske og tyske obligationer. Dette vil betyde, at restriktionen (3) ikke er opfyldt; den samlede prisfølsomhed vil være (numerisk) større end den totale rentefølsomhed. Af hensyn til de samlede modelegenskaber er det imidlertid hensigtsmæssigt at fastholde kombinationen af udækket renteparitet og relativ købekraftsparitet ("Fishers Open"). I den samlede model vil dette nemlig indebære, at den danske realrente bindes til den tyske realrente på langt sigt.

Inden resultaterne præsenteres er det formålstjenligt at henlede opmærksomheden på et par økonometriske problemer, som typisk medfører, at den estimerede rentefølsomhed bliver for lille.

For det første approksimeres det forventede valutakurskorrigerede rentespænd ved en lineær funktion af det observerede rente- og inflationsspænd. Dette giver anledning til en målefejl, som bl.a. vil medføre et nedadgående "bias" i koefficienten til rentespændet.

Man må desuden formode, at det udtryk for valutakursforventningerne, som anvendes i (1), kun er i stand til at fange en langsigtet tendens i forventningerne. De pludselige stemningsskift, som ofte forekommer på de finansielle markeder er derimod ikke repræsenteret. Hvis disse forventnings-skift helt eller delvist slår igennem i det observerede dansk-tyske rentespænd, vil koefficienten til rentespændet også blive "biased" i nedadgående retning.

Endelig kan der være tale om et simultanitetsproblem, idet en stigning i den udenlandske obligationsbeholdning medfører et nedadgående pres på den danske rente. Dette forhold medfører i givet fald, at rentefølsomheden bliver "biased" nedad.

3. Estimationsmetoden

Der indledes med fri estimation af den generelle model i (1) i perioden fra 1. kvartal 1984 til 4. kvartal 1991. Som et udgangspunkt er det valgt at lade rentespændet og inflationsforskellen indgå med et lag på op til henholdsvis 4 og 12 kvartaler. Der estimeres altså hele 65 (5·13) modeller i denne indledende fase.

For at få et første indtryk af modellernes egenskaber indledes med i alt 3 test:

- For det første vurderes længden af det lag, som inflationsforventningerne bør indgå med. Da der på dette niveau endnu ikke er taget stilling til

laglængden i rentespændet, hvorvidt vi kan pålægge realrenteparitetet o.m.a., giver dette test kun en indikation af den endelige models udformning.

- For det andet er det valgt at teste realrenteparitetshypotesen
- Da den frit estimerede model typisk kendetegnes af en svært tolkelig variation i koefficienterne til rente- og inflationsspænd, har det vist sig at være hensigtsmæssigt at pålægge en eller anden form for struktur på disse koefficienter. Det er således testet om lagstrukturen i koefficienterne til rente- og inflationsspænd kan beskrives af polynomier af op til anden orden.

Det første trin i den egentlige søgeproces går ud på at reducere antallet af estimerede parametre i de frit estimerede modeller. Her spiller det sidstnævnte test naturligvis en afgørende rolle.

Det har som hovedregel været muligt at beskrive koefficienterne til rente- og inflationsspænd med polynomier af op til anden orden. I de særlige tilfælde, hvor der har været problemer med dette, har årsagen typisk været, at rentespændet og/eller inflationsforskellen er medtaget med for mange lag; mange af de forklarende variabler har altså været insignifikante. I disse situationer er testet naturligvis uinteressant.

Hvis man kan pålægge et eller flere af de nævnte bånd på koefficienterne til rente og/eller inflationsspænd danner disse "nestede" modeller udgangspunktet for det videre arbejde. Disse – nestede – modeller er altså kendetegnet ved, at koefficienterne til rente- og inflationsspænd beskrives af polynomier af op til anden orden.

På dette niveau er det valgt at gentage de to de test, som blev introduceret i begyndelsen af dette afsnit. Det skyldes primært, at den rækkefølge, hvori man vælger at gennemføre de respektive test, kan have betydning for det endelige resultat:

- For det første er det således vurderet, om realrenteparitetshypotesen stadig kan accepteres. Dette analyseres med et almindeligt F-test. Hvis hypotesen accepteres, vil disse nye modeller danne grundlag for det videre arbejde.
- For det andet er det undersøgt, om antallet af lag i det dansk-tyske inflationsspænd bør revideres, efter at de nævnte restriktioner er blevet pålagt. Det er valgt at lade residualspredningen tjene som kriteriefunktion på dette niveau (der er naturligvis også kastet et blik på residualerne)⁴.

⁴ Det bemærkes, at man ikke ændrer antallet af frihedsgrader ved at reducere antallet af lag i det dansk-tyske inflationsforskel hvis den relevante polynomium-struktur allerede er fastlagt.

Resultatet af disse test gav, som hovedregel, ikke anledning til at ændre konklusionerne fra den indledende analyse.

På baggrund af disse test er det muligt at udvælge et antal modeller, som er kendetegnet ved, at antallet af lag i den dansk-tyske inflationsforskel er fastlagt. Samtidig er der taget stilling til, om der bør pålægges realrenteparitet og – ikke mindst – hvorvidt koefficienterne til rente- og inflationsspænd kan beskrives af et polynomium af en given orden. Disse modeller danner grundlaget for det videre arbejde.

Det fremgår, at der endnu ikke er taget stilling til antallet af lag i det dansk-tyske rentespænd. Denne sidste beslutning er taget med spredningen som kriteriefunktion.

Det tilbageværende problem er, at koefficienterne til rentespændet - og i enkelte tilfælde inflationsspændet - til tider har forkerte fortegn i den valgte model. For at sikre at koefficienterne får de rigtige fortegn, er det forsøgt at pålægge såkaldte end-point betingelser. Dette medfører naturligvis, at residualkvadratsummen øges, og har i nogle tilfælde betydet, at det har været bedre at reducere antallet af lag i rente- og/eller inflationsspænd.

Som en kontrol på, at den valgte model er den "rigtige", er det forsøgt at ændre lagstruktur m.v. i den specifikke model. Denne afrundende analyse har generelt ikke givet anledning til, at den valgte specifikation er blevet ændret.

Som et sidste trin i estimationsproceduren er det forsøgt at forenkle den valgte model. I flere tilfælde har det således vist sig, at koefficienterne til inflationsspændet omtrent er ens. Det har betydet, at valutakursforventningerne har kunnet approksieres af et ulagget, glidende gennemsnit af den dansk-tyske inflationsforskel.

Afrundende skal det nævnes, at det i flere tilfælde har kunnet betale sig at inddrage betalingsbalanceoverskuddet i procent af BNP som en supplerende forklarende variabel. I denne situation er det forsøgt at ændre lagstrukturen m.v. i den specifikke grundmodel for at vurdere, om indragelse af den supplerende forklarende variabel har indflydelse på den valgte specifikationsform.

4. Estimationsresultater - Wfbz-relationen i absolutte ændringer

Model (1) på side 3 er estimeret med følgende prisserier i udtrykket for valutakursforventningerne⁵.

⁵ Det er desuden forsøgt at anvende henholdsvis engrospriserne og BNP-deflatorerne i udtrykket for valutakursforventningerne. Estimationerne med engrospriser i forventningsudtrykket var ikke særligt vellykkede. Typisk var hverken rente- eller inflationsspænd signifikante og rentefølsomheden var generelt uhensigtsmæssig lav. Anvendes BNP-deflatorerne er det muligt at estimere en rimelig model. Problemet er imidlertid, at afgiftsindholdet i denne prisserie medfører, at momseksperimentet i ADAM vil have

1. Forbrugerprisindeks
2. BFI-deflatorer - sæsonkorrigeret
3. Timelønninger i industri

Udviklingen i den procentuelle *årlige* ændring i den dansk-tyske inflationsforskel (målt ved de angivne prisserier), den absolutte *årlige* ændring i den udenlandske obligationsbeholdning og det dansk-tyske rentespænd angivet i bilag 1 sidst i papiret.

Modellerne med de respektive prisserier i udtrykket for valutakursforventningerne er estimeret i overensstemmelse med de retningslinier, som er angivet i afsnit 3. De væsentligste konklusioner på dette arbejde er at:

- Estimeres $Wfbz$ -relationen i absolutte ændringer med forbrugerprisindekset i udtrykket for valutakursforventningerne reduceres rentefølsomheden med godt 60 pct. i forhold til den semilogaritmiske specifikation (når den måles sidst i estimations-perioden)
- Benyttes de relative timelønninger i industrien i udtrykket for valutakursforventningerne reduceres rentefølsomheden med yderligere 50 pct. Det er imidlertid muligt at indrage betalingsbalanceoverskuddet i procent af BNP, som en supplerende forklarende variabel. Det skal understreges, at modellens statistiske egenskaber ikke er væsentlig ringere, end når forbrugerpriserne anvendes i valutakursudtrykket.
- Benyttes BFI-deflatorerne i forventningsudtrykket reduceres rentefølsomheden med yderligere 30 pct. Også i dette tilfælde er det muligt/nødvendigt at indrage betalingsbalanceudtrykket som en supplerende forklarende variabel. "BFI-modellernes" rent statistiske egenskaber er i øvrigt ikke specielt imponerende.

De modeller, som er udvalgt på baggrund af den procedure, som er illustreret i forrige afsnit, er angivet i tabel 1 nedenfor. Da de estimerede modeller forekommer ubrugelige i den nuværende situation (pga. den lave rentefølsomhed), vil gennemgangen blive relativt kortfattet. Inden resultaterne gennemgås er det fundet hensigtsmæssigt at knytte et par kommentarer til tabellen:

I den første søjle er navnet på modellerne angivet. I de næste 3 søjler opsummeres de statistiske egenskaber, der kendetegner den estimerede kvartalsmodel.

Alle koefficienter er angivet i mia. 1980-kr. og er beregnet med udgangspunkt i de estimerede modeller opregnet til årsniveau⁶. Tilpasningshastigheden er

utroværdigt store renteeffekter.

⁶ Den anvendte metode til at omskrive ligninger fra kvartals- til årsniveau er dokumenteret i: Omskrivning af ligninger på kvartalsbasis til ligninger på årsniveau (Modelgruppepapir Jakob Hald 27. januar 1993).

TABEL 1. *W/bz*-relationen i absolutte ændringer

Navn	STATISTISKE EGENSKABER I KVARTALSMODELLEN		EGENSKABER I DEN ANNUALISEREDE MODEL:					
	Spredning	R ²	DW1/DW4	Rentespænd Lag=0	Inflationsforskel Lag=0	Betbal/BNP	Tilpasn.hast. T (%)	Risikopræmie (%-point)
Semilog. spec. (PCP)								
1. logpcp	6.80 ¹	0.61	2.41/2.73	24.2	-9.6	-	0.60	1.3
2. logpcprp	6.78 ¹	0.60	2.37/2.70	23.7	-10.1	-	0.59	1.1
FORBRUGERPRISER								
3. pop	2.32	0.56	2.26/2.19	7.4	-4.0	-	0.28	0.18
4. pcprp*	2.49	0.48	1.86/1.81	7.9	-3.4	-	0.29	0.92
TIMELØNNINGER								
5. lna	2.51	0.51	2.15/2.22	4.0	-1.7	2.7 ²	0.19	0.14
6. lnarp	2.46	0.51	2.15/2.22	4.0	-1.7	2.7 ²	0.19	0.09
BFI-DEFLATORER								
7. bfi	2.68	0.49	1.62/2.14	2.8	-1.8	2.6 ³	0.14	-0.12
8. bfirp	2.66	0.47	1.60/2.25	1.7	-1.8	1.9 ³	0.09	-1.25

* Realrenteparitetshypotesen må lige akkurat afvises på et 5 pct.'s niveau.

1. Her er spredningen angivet i procent. I de øvrige modeller angives spredningen i mia. 1980-kr.

2. Betalingsbalanceunderskuddet i procent af BNP, *enby*, indgår ulagget.

3. Betalingsbalanceunderskuddet i procent af BNP, *enby*, indgår med et 1/4 lag i årsmodellen (1 kvartal i kvartalsmodellen).

angivet i procent og er et præcist udtryk for den hastighed hvormed renteniveauet vil konvergere mod sit langsigt niveau⁷.

Endelig angiver risikopræmien det rentespænd, som indebærer, at udlændingene ikke ønsker at ændre deres obligationsbeholdning, hvis den danske inflation svarer til den tyske og der er ligevægt på betalingsbalancens løbende poster (se i øvrigt formel 2).

I tredje række i tabel 1 ses resultatet af at lade forbrugerpriserne indgå i udtrykket for valutakursforventningerne. Relationen har følgende kendetegn:

- Den dansk-tyske inflationsforskel indgår som et ulagget, 7 kvartalers glidende gennemsnit.
- Rentespændet indgår med op til 3 lag. Koefficienterne til rentespændet beskrives af et første-ordenspolynomium. Der er pålagt "end-point" betingelser på dette polynomium.
- Modellen estimeres med konstantled og sæsondummyer.

I række 4 er den samme relation illustreret når realrenteparitetshypotesen pålægges. Det skal bemærkes, at hypotesen lige akkurat må forkastes på et 5 pct.'s niveau

Det ses, at rentefølsomheden i relationerne i række 3 og 4 er betydelig mindre, end tilfældet er i de tilsvarende semilogaritmiske modeller, som er angivet i de første 2 rækker i tabellen. I disse - semilogaritmiske - modeller er koefficienterne beregnet ved at linearisere relationen med udgangspunkt i niveauet for den udenlandske obligationsbeholdning (deflateret) i 4 kvartal 1991 (ca. 72 mia. 1980 kr.).

Resultatet af at anvende *timelønningerne i industri* i udtrykket for valutakursudtrykket er heller ikke specielt opmuntrende. Denne model, der er angivet i række 5 og 6 henholdsvis før og efter realrenteparitetshypotesen er blevet pålagt, har følgende kendetegn:

- Den dansk tyske inflationsforskel indgår som et 8-kvartalers, ulagget glidende gennemsnit
- Rentespændet indgår med et lag på 1 kvartal
- Betalingsbalanceoverskuddet i procent af BNP indgår ulagget
- Modellen estimeres med konstantled og sæsondummyer

Selv om relationen er statistisk acceptabel med rimeligt stabile parametre, er det vanskeligt at acceptere en samlet rentefølsomhed på kun 5 mia. 1980-kr. I eksperimenter, hvor der fx forekommer permanente ændringer i den offentlige sektors nettofordringserhvervelse kan bindingen mellem det

⁷ Tilpasningshastigheden er udledt og diskuteret i: Rentedannelsen i den finansielle delmodel (Modelgruppepapir Jakob Hald, september 1993).

danske og det udenlandske renteniveau være meget vanskelig at få øje på.

Dette kan anskueliggøres med et meget stiliseret eksempel:

Vi forestiller os et eksperiment hvor den offentlige nettofordringserhvervelse falder med 28.4 mia. 1980-kr. Den afledte stigning i obligationsudbuddet vil, isoleret betragtet, medføre en rentestigning på 1 procentpoint pr. år, hvis man erstatter den nuværende *Wfbz*-relation med modellen i række 5. Den samlede rentestigning i år n , som følge af dette partielle forløb, kan beregnes til:

$$M = \frac{1 - (1-T)^{n+1}}{T} \quad (5)$$

Hvor T er tilpasningshastigheden og M er den samlede renteeffekt i år n .

Det fremgår af dette udtryk, at en tilpasningshastighed på 20 pct. vil indebære, at den samlede renteeffekt vil nå op på 4 procentpoint efter 7-8 år i det betragtede eksperiment. Er tilpasningshastigheden derimod på 50 procent, vil den samlede renteeffekt som et maksimum kunne nå op på 2 procentpoint (samtidig kræves et noget større fald i den offentlige sektors fordringserhvervelse, før renten øges med 1 procentpoint pr. år).

Når *BFI-deflatorerne* indgår i udtrykket for valutakursforventningerne, får *Wfbz*-relationen følgende kendetegn:

- Den dansk-tyske inflationsforskel indgår med et lag på op til 2 kvartaler. Koefficienterne til inflationsforskellen estimeres frit
- Rentespændet indgår lagget 1 kvartal
- Betalingsbalancen i procent af BNP indgår med et lag på 1 kvartal
- Modellen estimeres med konstantled og sæsondummier

Det ses, at modellerne med *BFI* deflatorer i valutakursudtrykket kendetegnes af en endnu lavere rentefølsomhed. Desuden er disse modeller skæmmet af ustabilitet og af flere strukturelle brud målt ved Chow-test.

Afrundende skal det nævnes, at der er en tendens til heteroskedasticitet i residualerne når timelønningerne eller *BFI*-deflatorerne indgår i udtrykket for valutakursforventningerne.

5. *Wfbz*-relationen i absolutte ændringer – med trendkorrektion

Det fremgik i afsnit 4, at det er vanskeligt at opnå en rimelig høj rentefølsomhed, hvis *Wfbz*-relationen estimeres i absolutte ændringer med et alternativt prisindeks i udtrykket for valutakursforventningerne. En væsentlig grund til dette er, at rentefølsomheden i den lineære relation er *uafhængig* af nivauet for den udenlandske obligationsbeholdning.

Det er i et andet papir illustreret, at det er muligt at estimere en *semilogaritmisk* *Wfbz*-relation med timelønnen i industrien eller BFI-deflatoren i valutakurs-udtrykket⁸. Det helt afgørende problem er imidlertid, at *Wfbz*-relationen som bekendt præges af assymetri, når relationen specificeres semilogaritmisk – multiplikatoreksperimenter i den samlede model vil altså afhænge af niveauet for den udenlandske obligationsbeholdning.

5.1 Valg af skaleringsfaktor

De opnåede resultater peger dog på, at man kan estimere en acceptabel relation, hvis den absolutte ændring i den udenlandske obligationsbeholdning skaleres på passende måde.

I stedet for at skalere med *Wfbz* (som i den semilogaritmiske specifikation) er det således valgt at introducere et tidspolynomium, $f(t)$, som er konstrueret på baggrund af relation 4 nedenfor⁹.

$$\frac{fWfbz - fWfbz_{-1}}{f(t)} = D\log(fWfbz) \quad (4)$$

I de estimationer, som præsenteres i det følgende, er den absolutte ændring i den udenlandske obligationsbeholdning således erstattet af venstresiden i (4); Skaleringsfaktoren konstrueres altså på en sådan måde, at den "nye" regressand er en approksimation til den logaritmiske ændring i den udenlandske obligationsbeholdning. Approksimationens nøjagtighed afhænger af graden af tidspolynomiet, $f(t)$ ¹⁰.

Man kan argumentere for, at den semilogaritmiske specifikation samt ændringsspecifikationen med trendkorrektion er i stand til at fange en eventuel indtrængningseffekt. Et argument for at anvende et tidspolynomium frem for den udenlandske obligationsbeholdning som skaleringsfaktor skulle på denne baggrund være, at rentefølsomheden fortsat vil være høj selv i en situation, hvor udlændingene har nedbragt deres obligationsbeholdning.

M.h.t. de samlede modelegenskaber er der 2 afgørende fordele ved at anvende et tidspolynomium som skaleringsfaktor. For det første vil *Wfbz*-relationen være symmetrisk, hvilket bl.a. betyder at fremskrivninger og multiplikatoreksperimenter ikke vil afhænge af niveauet for *Wfbz*. For det andet vil det valgte tidspolynomium indgå som en eksogen variabel i den

⁸ Reestimation af *Wfbz*-relationen (Modelgruppepapir Jakob Hald 3. april. 1993)

⁹ Udtrykket i (4) kan reduceres til: $f(t) = fWfbz_{-1}$.

¹⁰ Det er forsøgt at estimere en multiplikativ trend direkte. Der viste sig imidlertid at være visse konvergensproblemer i det ikke-lineære estimationsproblem, som det endnu ikke har været muligt at løse.

endelige modelversion; brugerne vil altså være i besiddelse af et håndtag, som kan benyttes, hvis bindingen mellem det danske og det udenlandske renteniveau ikke virker tilstrækkelig udtalt.

Estimationsresultaterne er ikke særligt afhængige af graden af det polynomium, som benyttes til at skalere den absolutte ændring i den udenlandske obligationsbeholdning. I de estimationer, som illustreres i det følgende, er det valgt at anvende et 1-ordens samt et 7-ordenspolynomium som skaleringsfaktorer¹¹. Polynomierne er estimeret på baggrund af (4) og er angivet i figur 4 og 5 nedenfor.

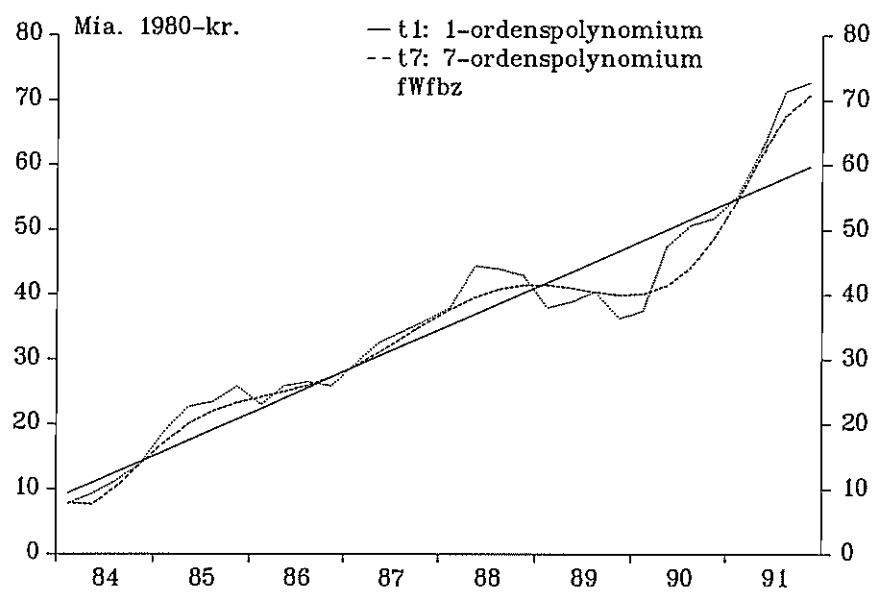
Det fremgår af figur 4, at polynomiet af 7' orden omtrentligt følger udviklingen i den (deflaterede) udenlandske obligationsbeholdning. Når dette polynomium anvendes som skaleringsfaktor vil resultaterne således omtrent svare til de resultater, som opnås, når den udenlandske obligationsbeholdning i *logaritmiske* ændringer anvendes som regressand.

Endelig fremgår det af figur 5, at valget af skaleringsfaktor ikke kan have *afgørende* betydning for estimationsresultaterne. Udviklingen i den skalerede, absolutte ændring i den udenlandske obligationsbeholdning er stort set uafhængig af graden af det valgte polynomium.

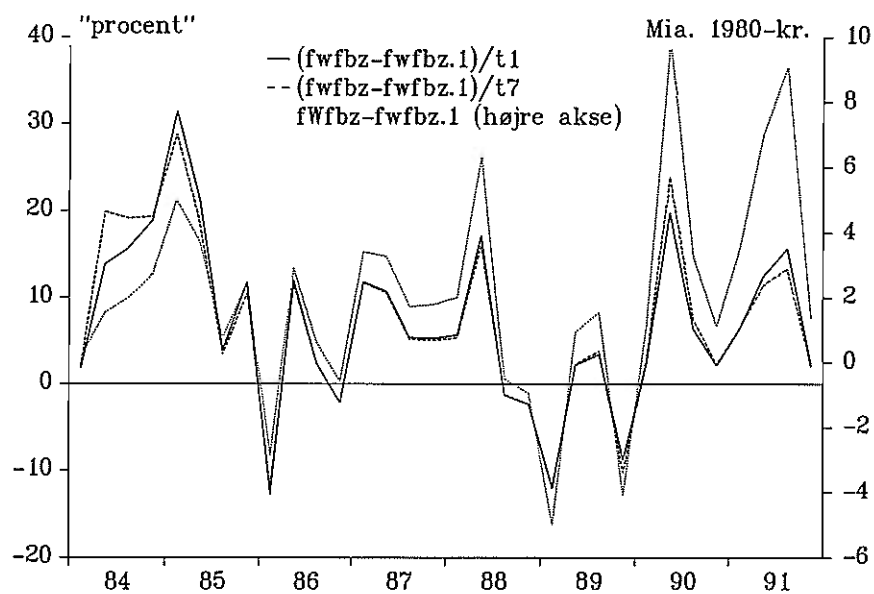
Valget af skaleringsfaktor er dog af betydning for de egenskaber, som vil kendetegne den relation som eventuelt indlægges i ADAM. Det skyldes, at værdien af tidspolynomiet *sidst* i estimationsperioden medvirker til at fastlægge den samlede rentefølsomhed i multiplikatoreksperimenter og i fremskrivninger. Da polynomier af højere orden vokser kraftigst sidst i estimationsperioden - jf. figur 4 - vil rentefølsomheden typisk være højest, når disse anvendes som skaleringsfaktorer.

¹¹ 1-ordenspolynomiet er valgt, fordi det synes at klare sig godt i forhold til polynomier af højere orden. 7-grads polynomiet er derimod valgt, fordi det giver en rimelig approksimation til den semilogaritmiske specifikation. Det er i øvrigt forsøgt at "knække" tidspolynomierne. Det viser imidlertid, at modellerne får de bedste statistiske egenskaber hvis disse "knæk" udelades.

Figur 4. Skaleringsfaktorer



Figur 5. Skaleret absolut ændring i fWfbz



5.2 Estimationsresultater

Modellen med den *skalerede* absolutte ændring i den udenlandske obligationsbeholdning som regressand er estimeret med timelønningerne i industri henholdsvis BFI-deflatorerne i udtrykket for valutakursforventningerne.

De væsentligste konklusioner er at:

- Det er muligt at estimere en fornuftig *Wfbz*-relation med timelønningerne i industri i valutakursudtrykket. Relationens statistiske egenskaber er tilfredsstillende og rentefølsomheden har et acceptabelt niveau. Endelig kommer betalingsbalancevariablen signifikant ind i modellen
- Hvis BFI-deflatorerne benyttes i udtrykket for valutakursforventningerne fås en model med noget ringere statistiske egenskaber og en lidt lavere rentefølsomhed. Også i dette tilfælde er det hensigtsmæssigt at inddrage betalingsbalancevariablen i modellen.

De "nye" modeller er i første omgang estimeret efter de retningslinier, som er beskrevet i afsnit 3.

Hvis de relative *timelønninger i industri* indgår i udtrykket for valutakursforventningerne er de væsentligste resultater at :

Grundmodel, timelønninger

- Den dansk-tyske løninflationsforskel indgår med et lag på op til 7 kvartaler
- Koefficienterne til løninflationsforskellen beskrives af et førsteordens polynomium
- Rentespændet indgår kun lagget 1 kvartal
- modellen estimeres med sæsondummyer og konstantled
- Realrenteparitetshypotesen må afvises

Anvendes *BFI-deflatoren* i udtrykket for valutakursforventningerne fås følgende resultater:

Grundmodel, BFI-deflatorer

- Den dansk-tyske inflationsforskel indgår med et lag på op til 2 kvartaler
- Koefficienterne til inflationsforskellen estimeres frit
- Rentespændet indgår kun lagget 1 kvartal
- Modellen estimeres med sæsondummier og konstantled
- Realrenteparitetshypotesen må afvises

Disse resultater er uafhængige af valget af skaleringsfaktor - de er altså uafhængige af graden af polynomiet $f(t)$.

Resultatet af at estimere modellerne på den *grundform*, som er skitseret ovenfor, er illustreret i tabel 2 på næste side. Inden estimationerne gennemgås, skal tabellen kort kommenteres:

De første 7 (sidste 4) rækker i tabellen angiver resultaterne med de relative timelønninger (BFI-deflatorer) i valutakursudtrykket. De modeller, som er estimeret med 1-ordenspolynomiet som skaleringsfaktor har fået hæftet suffix a på modelnavnet. Modellerne, som er skaleret med et 7-ordenspolynomium har fået hæftet suffix b på modelnavnet. Den konkrete skaleringsfaktor er desuden angivet i tabellens anden søjle.

Koefficienterne i tabellen er angivet i mia. 1980-kr. og er beregnet ved at multiplicere værdien af det anvendte tidspolynomium i 4 kvartal 1991 med de estimerede koefficienter opregnet til årsniveau. De angivne rente- og prisfølsomheder er altså et udtryk for relationens "annualiserede" egenskaber i multiplikatoreksperimenter, hvor tidspolynomierne fremskrives fladt. Det er vurderet, at denne præsentation giver det bedste indtryk af, hvordan relationen kommer til at påvirke de samlede modelegenskaber i ADAM.

I det følgende er det valgt at gennemgå resultaterne med timelønningerne i valutakursudtrykket først. Dernæst kommenteres resultaterne med BFI-deflatorerne i valutakursudtrykket.

5.3. timelønnen i industri

Resultatet af at estimere den "nye" *Wfbz*-relation med timelønningerne i udtrykket for valutakursforventningerne på den grundform, som er skitseret i afsnit 5.2 ovenfor, er skildret i række 1 og 2 i tabel 2. Det fremgår, at valget af skaleringsfaktor ikke synes at være af afgørende betydning. Anvendes et 1-ordenspolynomium fås den mindste spredning, men også en noget mindre rentefølsomhed¹². Det skal noteres, at man må afvise realrenteparitet på et 5 pct.'s niveau i de 2 modeller.

Det viser sig i øvrigt, at det ikke er nødvendigt at anvende et 1-ordenspolynomium til at beskrive koefficienterne til inflationsforskellen; disse koefficienter ligger nemlig omtrent på en vandret linie. Det er på denne baggrund valgt at anvende et gennemsnit af indeværende og de 7 foregående kvartalers dansk-tyske inflationsforskel som et udtryk for valutakursforventningerne.

Et fundamentalt problem ved de "grundmodeller" som er illustreret i række 1 og 2 er, at man kan konstatere betydelige strukturelle brud målt ved et Chow-test, både i 1986 og i starten af 1990. For at imødekomme dette er det forsøgt at indrage overskuddet på betalingsbalancens løbende poster i

¹² Det skal bemærkes, at spredningerne ikke er helt sammenlignelige, da regressanderne er forskellige

TABEL 2. *Wfbz*-relationen i absolutte ændringer – med trendkorrektion

Navn	Trend	STATISTISKE EGENSKABER I KVARTALSMODELLEN		EGENSKABER I DEN ANNUALISEREDE MODEL:						Risikopræmie (%-point)		
		Spredning	R ²	DW1/DW4	Rentespænd Lag=0	Inflationsforskel Lag=1	Inflationsforskel Lag=0	Betbal/BNP Lag=½	Tilpasn.hast. T (%)			
TIMELØNNINGER												
Grundmodel ¹ :												
1. Ina1a	t1	7.80	0.48	1.88/2.61	8.6	2.9	-3.7	-4.8	-1.5	-	0.35	1.43
2. Ina1b	t7	8.10	0.45	1.72/2.51	9.4	3.1	-3.8	-4.9	-1.5	-	0.37	1.38
Model 2 ² :												
3. Ina2a	t1	6.83	0.60	2.45/2.84	12.7	4.2	-3.6	-5.8	-2.1	5.3	0.45	1.45
4. Ina2b	t7	7.26	0.56	2.17/2.75	14.0	4.7	-3.7	-6.0	-2.2	5.9	0.49	1.41
Model ³ 3												
5. Ina3a	t1	6.45	0.66	2.78/2.78	13.5	4.5	-3.8	-6.1	-2.3	5.3	0.47	1.61
6. Ina3b	t7	6.61	0.65	2.56/2.66	15.2	5.1	-4.0	-6.4	-2.4	6.1	0.51	1.63
7. 6+ma(1,4)	t7	6.29	0.71	2.18/1.93	18.1	6.0	-5.0	-8.1	3.0	6.8	0.64	1.75
BFI-DEFLATOR												
Grundmodel ¹ :												
8. bfi1a	t1	8.92	0.35	1.32/2.18	5.3	1.8	-2.3	-1.1	-	-	0.24	1.40
9. bfi1b	t7	8.83	0.37	1.26/2.06	6.1	2.0	-2.7	-0.7	-	-	0.27	1.35
Model 2 ² :												
10. bfi2a	t1	7.70	0.53	1.67/2.36	11.8	3.9	-3.3	-1.2	-	7.8 ⁴	0.43	1.66
11. bfi2b	t7	7.74	0.54	1.63/2.29	13.5	4.5	-3.8	-1.3	-	8.8 ⁴	0.47	1.59

* Renten indgår med et lag fra a til lag b. Prisen indgår med et lag fra 0 til b

1. Modellerne er estimeret på den grundform, som er angivet i begyndelsen af dette afsnit.
2. Modellerne estimeres på deres grundform, suppleret med betalingsbalancevariablen, *enly*, som forklarende variabel.
3. Modellerne estimeres på deres grundform, suppleret med *enly* og en dummy (=1 i 2. kvartal 1990) som forklarende variable.
4. Betalingsbalancevariablen, *enly*, er her lagget 4. kvartaler

procent af BNP, som en forklarende variabel. Det viser sig, at betalingsbalancevariablen bør indgå med et lag på to kvartaler i kvartalsmodellen (svarende til et halvt års lag i årsmodellen).

Model 2 – Betalingsbalancemål i valutakursforventningerne

Resultatet af at modificere "grundmodellerne" på de to nævnte områder er angivet i række 3 og 4 i tabel 2. Modellerne i række 3 og 4 er altså estimeret på følgende form:

- Den dansk-tyske inflationsforskel indgår som et 8-kvartalers, ulagget glidende gennemsnit
- Rentespændet indgår kun lagget 1 kvartal
- Betalingsbalancen i procent af BNP indgår med et lag på 2 kvartaler
- Modellen estimeres med konstantled og sæsondummyer
- Realrenteparitetshypotesen må afvises

Det er vigtigt at være opmærksom på, at introduktion af et betalingsbalancemål i modellen har afgørende betydning for modellens egenskaber. I praksis vil den langsigtede ligevægtsrente (der er kendetegnet ved at udlændingene ikke ønsker at ændre deres obligationsbeholdning) således afhænge af betalingsbalanceoverskuddet i procent af BNP. Hvis den danske løninflation svarer til den tyske, kan det beregnes, at et betalingsbalanceoverskud på 0.2–0.3 pct. af BNP vil være foreneligt med et 0-ligevægtsrentespænd – den danske rente vil altså konvergere mod den tyske på langt sigt.

Det ses i række 3 og 4, at indragelse af *enly* i modellen reducerer spredningen med små 15 pct. samt, at rentefølsomheden øges med 5-6 mia. 1980-kr. Betalingsbalancemålet medfører i øvrigt, at koefficienten til rentespændet bliver langt mere stabil.

Koefficienten til betalingsbalancetallet indikerer, at udlændingene øger obligationsbeholdningen med yderligere 5½-6 mia. 1980-kr. pr. år., hvis betalingsbalanceoverskuddet øges med 1 pct. af BNP.

Det bemærkes, at der kan konstateres en tendens til 4-ordens negativ autokorrelation. Dette fænomen forekommer ofte, når sæsonstrukturen modelleres med konstante sæsondummyer i en situation, hvor sæsonkomponenten i virkeligheden ændres over tiden. I praksis skal tendensen til negativ 4-ordens autokorrelation ikke tages særligt alvorligt. Det skyldes, at et MA(4)-led retter på problemet uden at de estimerede koefficienter ændres mærkbart¹³.

¹³ For model *lna2a* medfører et MA(4)-led, at spredningen reduceres til 5.78 "pct." og at korrelationskoefficienten øges til 0.73. Durbin-Watson teststørrelserne svarer til henholdsvis 2.2 (1-orden) og 1.8 (4-orden).

Endelig ses, at modellen, hvor 1-ordenspolynomiet anvendes som skaleringsfaktor, klarer sig bedst rent statistisk. Derimod er rentefølsomheden stadig højest, når 7-ordenspolynomiet benyttes. Det skyldes imidlertid udelukkende, at 7-gradspolynomiet vokser så kraftigt sidst i estimationsperioden.

Afrundende bør det bemærkes, at realrenteparitetshypotesen må forkastes på et 5 pct.'s niveau for de to modeller i række 3 og 4.

Model 3 – dummy i 2. kvartal 1990

Indragelse af betalingsbalancen som forklarende variabel er ikke tilstrækkeligt til at rette på det strukturelle brud, som kan konstateres i 2. kvartal 1990. Da dette kvartal er kendetegnet ved, at Danmark havde et betalingsbalanceoverskud for første gang siden 3. kvartal 1973, kan der være tale om en psykologisk effekt, som ikke er fanget af model *lna2a* og *lna2b*. På denne baggrund er det forsøgt at introducere en dummy, som er sat lig 0 i alle kvartaler, dog undtaget 2. kvartal 1990, hvor dummyen er sat lig 1.

Resultatet af denne modifikation er illustreret i række 7 og 8 i tabel 2. Dummyen, der er signifikant både i model *lna3a* og i model *lna3b*, medfører en stigning i den samlede rentefølsomhed på 1-2 mia. 1980-kr. Dummyen medfører desuden, at koefficienten til betalingsbalancevariablen bliver mere signifikant men ændrer ikke på koefficientens niveau.

Det fremgår desuden, at der nu synes at være en tendens til både 1-ordens og 4-ordens negativ autokorrelation. M.h.t. model *lna3a* viser det sig, at en $ma(1,4)$ korrektion løser problemet, uden at koefficienterne ændres nævneværdigt. I model *lna3b* vil en tilsvarende korrektion derimod medføre en stigning i den estimerede rente- og prislelsomhed på i størrelsesordenen 20 pct. Det fremgår af række 9, at den ma -korrigerede udgave af *lna3b* kende-tegnes af en "rekordhøj" rentefølsomhed.

Det generelle billede er, at modellerne med et 1-ordenspolynomium som skaleringsfaktor klarer sig bedst. Denne type modeller har den laveste spredning og de estimerede koefficienter forekommer forholdsvis stabile når der korrigeres for den konstaterede tendens til negativ autokorrelation. Desuden har det ikke afgørende betydning for modellernes egenskaber, når den omtalte dummy inddrages som supplerende forklarende variabel.

På denne baggrund er det valgt at se nærmere på model *lna2a* i tabel 2 (se afsnit 6).

5.4 BFI-deflatorerne

Resultatet af at estimere $Wfbz$ -relationen med BFI-deflatorerne i udtrykket for valutakursforventningerne på den grundform, som er angivet i indledningen af afsnit 5.2, er illustreret i række 8 og 9 i tabel 2.

Det fremgår at antallet af lag i den dansk-tyske inflationsforskel reduceres, når BFI-deflatorene anvendes. Det bør dog understreges, at der reelt estimeres flere parametre i BFI-modellerne, fordi det ikke har været muligt at forenkle lagstrukturen i koefficienterne til inflationsforskellen. Grundlæggende må modellerne i række 8 og 9 betragtes som relativt ubrugelige. Koefficienterne i modellen er meget ustabile, residualerne er korrelerede og rentefølsomheden er utilfredsstillende lav.

Det viser sig imidlertid, at indragelse af betalingsbalanceoverskuddet i procent af BNP som forklarende variabel løser flere af disse problemer.

Model 2 – Betalingsbalancemål i valutakursforventningerne

I række 10 og 11 illustreres resultatet af at inddrage overskuddet på betalingsbalancens løbende poster i procent af BNP, som en forklarende variabel (variablen *enly* indgår lagget 4 kvartaler). Det ses, at den kraftige tendens til autokorrelation reduceres betydeligt samt, at rentefølsomheden mere end fordobles. Desuden er koefficienterne betydeligt mere stabile.

Der kan imidlertid stadig konstateres kraftige strukturelle brud målt ved et Chow-test sidst i 1987 og i starten af 1988. Det har, som nævnt, været forsøgt at erstatte de illustrerede polynomier med knækkede trends, men uden held. Hvis man forsøger at justere bruddet med dummy-konstruktioner, er der en tendens til, at rentefølsomheden øges.

Det fremgår, at der ikke er afgørende forskel på om man anvender et 1-ordens- eller et 7-ordenspolynomium som skaleringsfaktor. At rentefølsomheden er lidt større, når 7-gradspolynomiet anvendes, skal udelukkende tilskrives at værdien af dette polynomium er størst sidst i estimationsperioden.

Sidst i næste afsnit er det valgt at kaste et nærmere blik på relation *bfi2a* i række 10 i tabel 2.

6. Afslutning

Hvis timelønningerne i industri anvendes i udtrykket for valutakursforventningerne er det muligt at estimere en *Wfbz*-relation, som opfylder flere af de krav, som man i øjeblikket må stille til denne ligning. Den relation, som synes at klare sig bedst statistisk er illustreret på estimationsform i tabel 3 nedenfor:

Tabel 3. Model *lna2a*

Variabel	ADAM-navn	Koefficient	Spredning
Skaleret absolut ændring i den udenlandske obligationsbeh.	$(fWfbz-fWfbz_{-1})/t1$		
Konstant		-0.13485	0.04699
Lagget rentespænd	$iwbz_{-1}-iwbm_{-1}$	7.06437	1.39328
Inflationsspænd	$mav(0-7,4 \text{ Dlog}(lna/lnat))^1$	-4.81876	1.18392
Bet.bal i pct. af BNP	$enly_{-2}$	2.19670	0.77519
Sæson2		0.12321	0.03463
Sæson3		0.02443	0.03414
Sæson4		-0.01756	0.03453

Anm: $n = 1984.1-1991.4$ $s = 0.0683$ $R^2 = 0.60$ $DW_1 = 2.45$ $DW_4 = 2.85$

1. 7-kvartalers, ulagget glidende gennemsnit

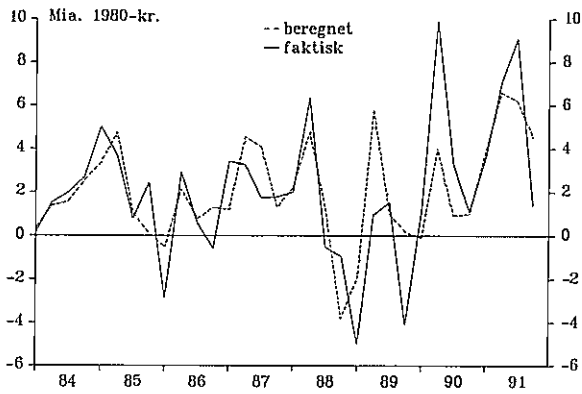
Modellens statistisk egenskaber er dokumenteret i figurerne på de efterfølgende sider. Modellen har flere afgørende fordele

- Rentefølsomheden i modellen synes umiddelbart at have et acceptabelt niveau. I praksis vil brugeren have mulighed for at påvirke rentefølsomheden ved at ændre værdien af skaleringsfaktoren.
- Momseksperimenter vil ikke generere utroværdigt store renteeffekter
- Betalingsbalanceoverskuddet inddrages i udtrykket for valutakursforventningerne
- Modellens parametre er alle signifikante og forekommer ret stabile. Den konstaterede tendens til negativ 4-ordens autokorrelation har ikke nævneværdig betydning.
- Der er ingen opdateringsproblemer. Timelønningerne i industri kan hentes på DSTB.

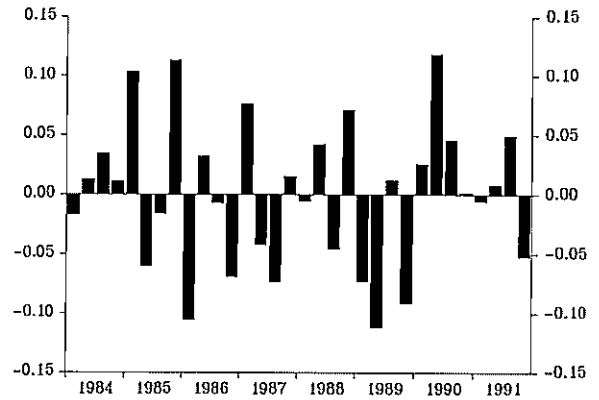
Modellen er på mange områder at foretrække frem for modellen med BFI-deflatorer i valutakursudtrykket. Denne model synes således at være det bedste bud på en ny Wfbz-relation.

MODEL *lna2a* – Rekursiv estimation m.v.

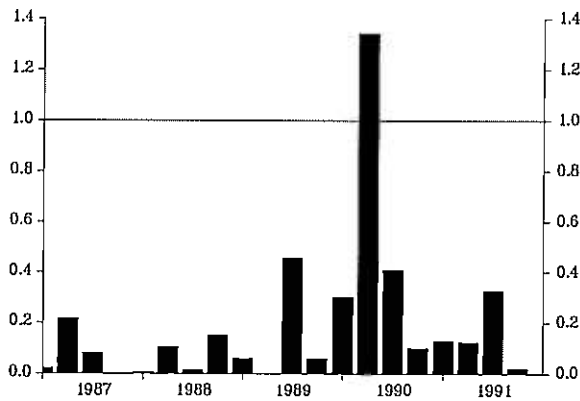
Figur 6. Beregnet og observeret absolut ændring i *fWfbz*



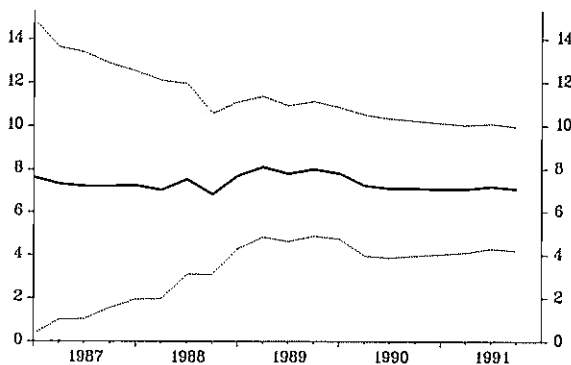
Figur 7. Residualer



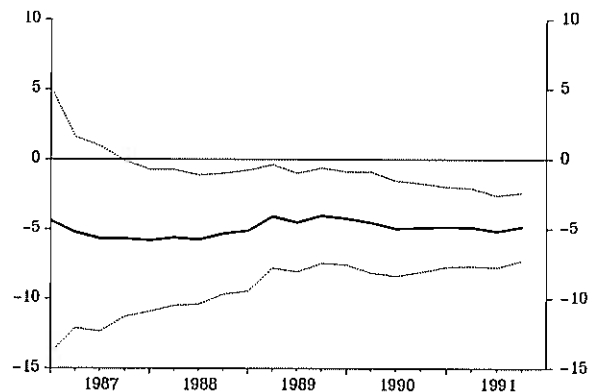
Figur 8. Chow-test
Variabelt slutår



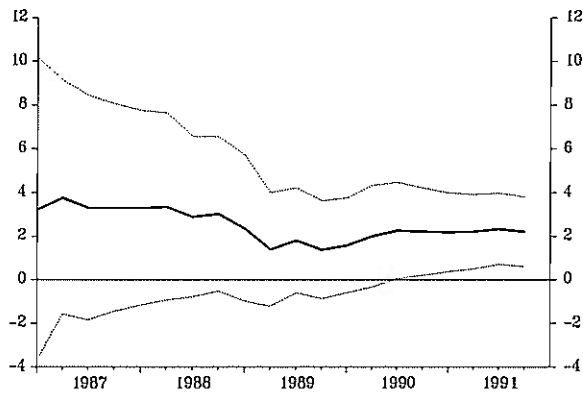
Figur 9. Koefficient til lagget rentespænd
Variabel slutperiode



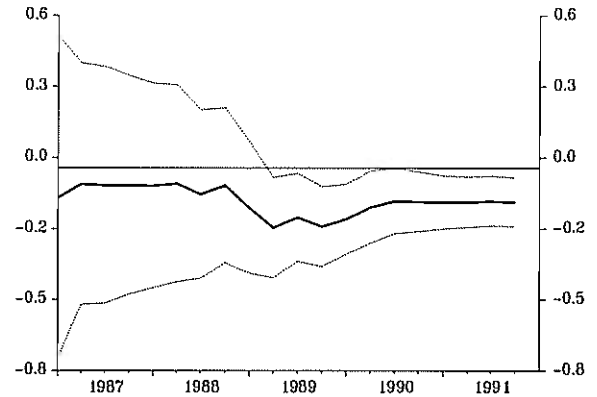
Figur 10. Koefficient til inflationsforskel
Variabel slutperiode



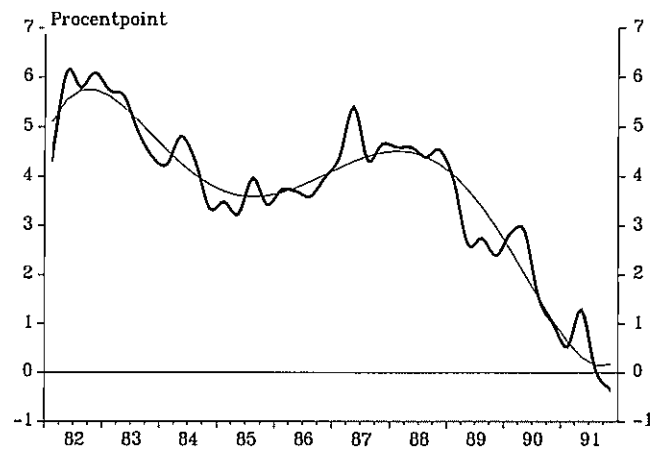
Figur 11. Koefficient til betalingsbal.
Variabel slutperiode



Figur 12. Konstantled
Variabel slutperiode



Figur 13. Ligevægtsrentespænd
Rentspænd som medfører, at
udlændingene ikke ændrer obl.beh.



Anm: Den tynde kurve angiver det "udglattede"
ligevægtsrentespænd

Modellen *bfi2a* i række 10 i tabel 2 er illustreret på estimationsform i tabel 4 nedenfor.

Tabel 4. Model *bfi2a*

Variabel	ADAM-navn	Koefficient	Spredning
Skaleret absolut ændring i den udenlandske obligationsbeh.	$(fWfbz-fWfbz_{-1})/t1$		
Konstant		-0.15658	0.05844
Lagget rentespænd	$iwbz_{-1}-iwbdm_{-1}$	6.61291	1.60199
Inflationsspænd	$D\log(pyf/pyf)$	-0.48193	0.29585
lagget infl.spænd	$D\log(pyf/pyf)_{-1}$	-0.82792	0.33629
lagget infl.spænd	$D\log(pyf/pyf)_{-2}$	-0.59420	0.31580
Bet.bal. i pct. af BNP	$enly_{-4}$	3.27504	1.07647
Sæson2		0.12661	0.04151
Sæson3		0.06600	0.04284
Sæson4		0.00481	0.04214

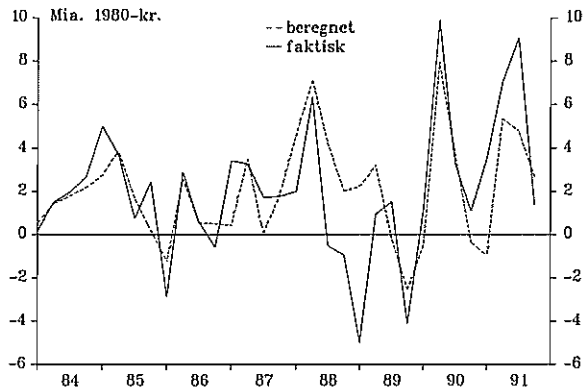
Anm: $n = 1984.1-1991.4$ $s = 0.0770$ $R^2 = 0.53$ $DW_1 = 1.67$ $DW_4 = 2.36$

1. 7-kvartalers, ulagget glidende gennemsnit

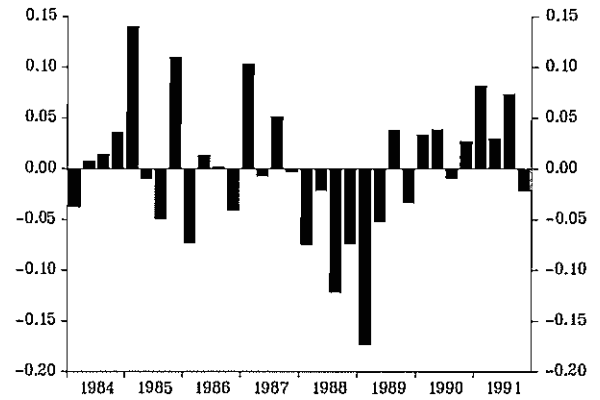
Relationens stabilitetsegenskaber er skildret på de næste sider

MODEL bfi2a – rekursiv estimation m.v.

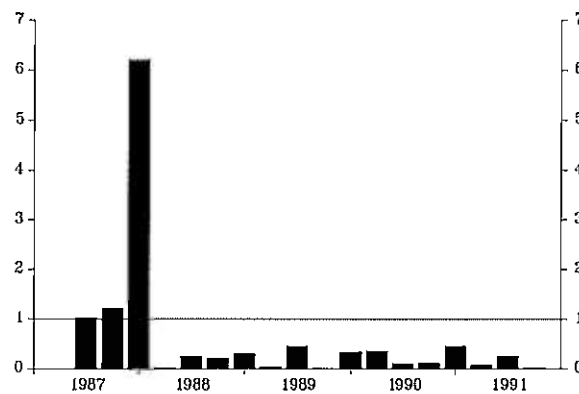
Figur 14. Beregnet og observeret absolut ændring i $fWfbz$



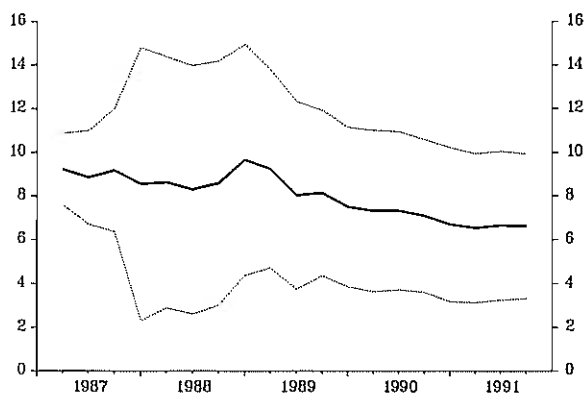
Figur 15. Residualer



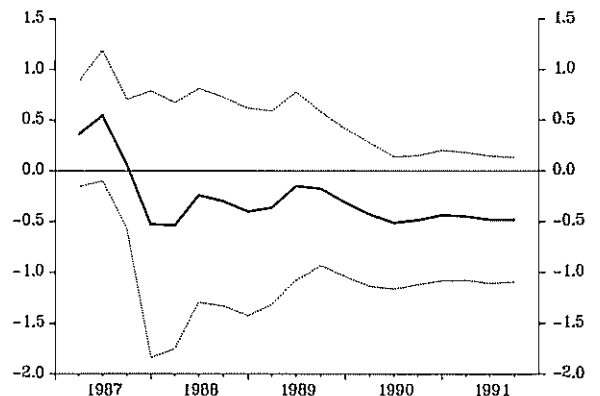
**Figur 16. Chow-test
Variabelt slutår**



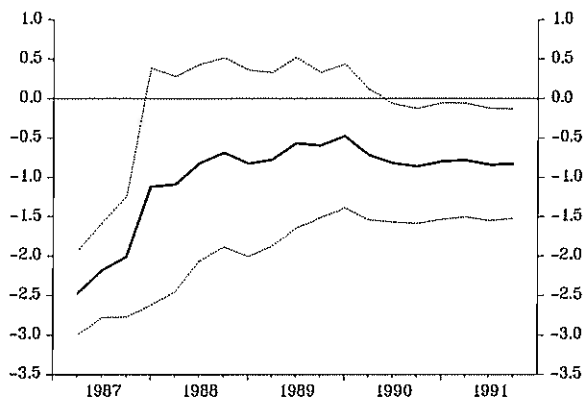
**Figur 17. Koefficient til lagget rentespænd
Variabelt slutår**



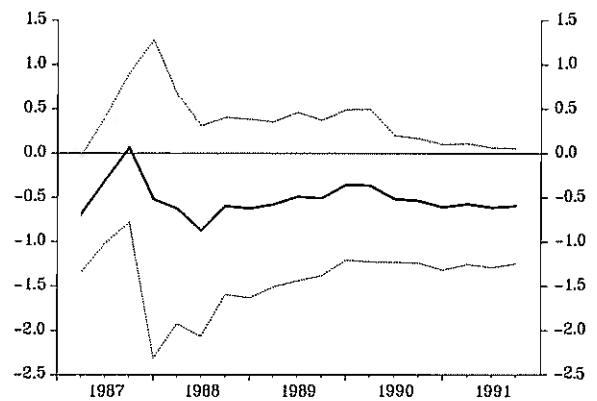
**Figur 18. Koefficient til ulagget infl.sp.
Variabelt slutår**



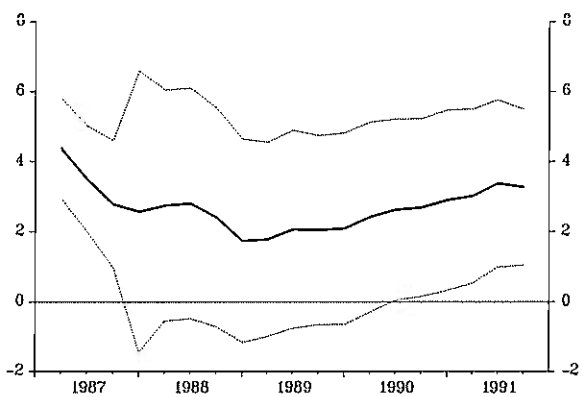
Figur 19. Koefficient til lagget infl.sp
Variabel slutperiode



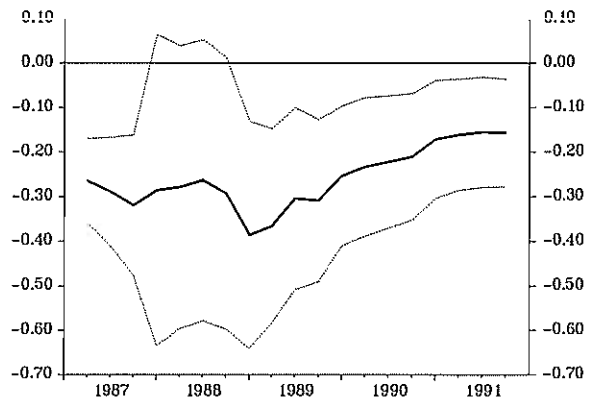
Figur 20. Koefficient til 2.kv. lag. infl.sp.
Variabel slutperiode



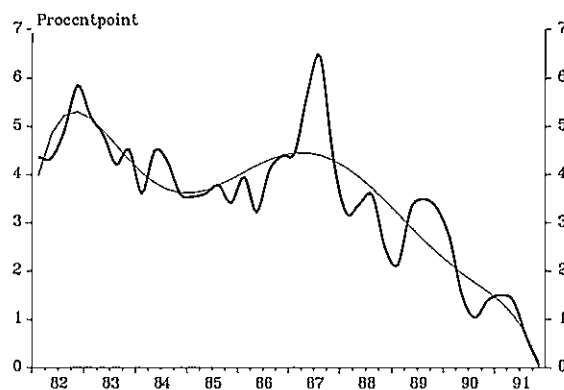
Figur 21. Koefficient til betalingsbalance
Variabel slutperiode



Figur 22. Konstantled
Variabel slutperiode



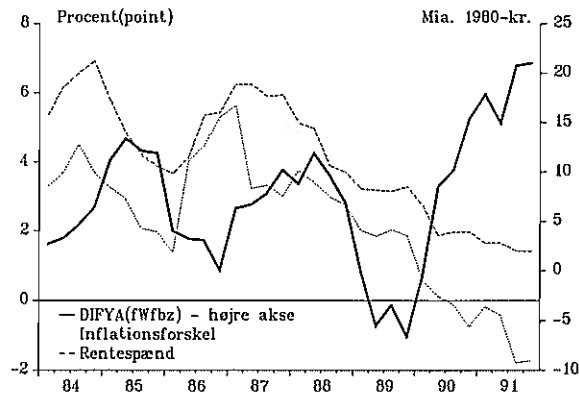
Figur 23. Ligevægtsrentespænd
Rentspænd som medfører, at udlændingene ikke ændre obl.beh.



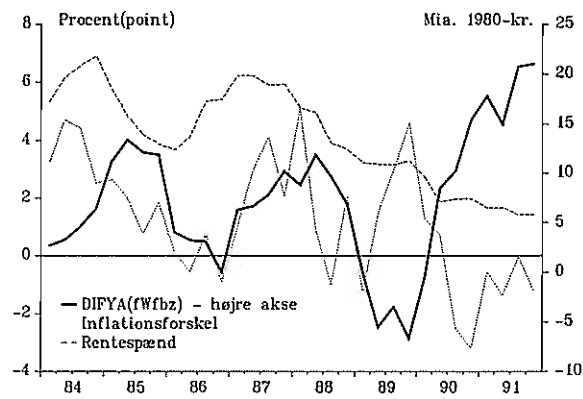
Anm: Den tynde kurve angiver det "udglattede" ligevægtsrentespænd

BILAG 1

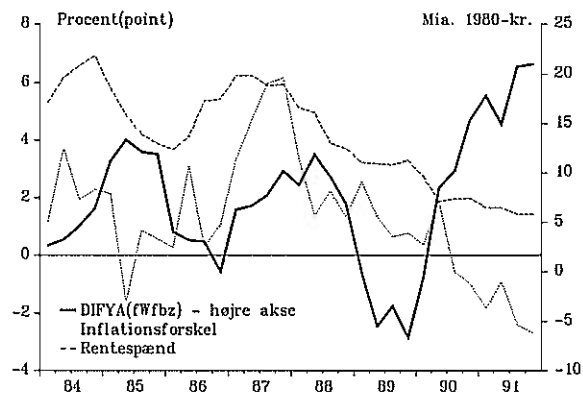
Figur 1. Forbrugerprisindeks



Figur 2. BFI-deflatorer



Figur 3. Timelønninger i industri



Reestimation af *Wfbz*-relationen

Resumé:

*I papiret reestimeres den nugældende semilogaritmiske *Wfbz*-relation.*

De datamæssige problemer, som er konstateret, bliver rettet, og den nugældende relation estimeres med sæsondummier. Desuden udvides estimationsperioden til perioden fra 1984 til 1991. Resultatet af disse modifikationer er, at rentefølsomheden falder en smule, hvilket hovedsageligt skal tilskrives, at året 1991 inddrages i estimationsperioden. De estimerede parametre er imidlertid stadig rimeligt stabile.

Det kan i øvrigt konkluderes, at det ikke har afgørende betydning for model-egenskaberne om man anvender sæsonkorrigerede deflatorer eller forbrugerprisindeks i udtrykket for valutakursforventningerne. Med hensyn til de statistiske egenskaber synes modellerne med forbrugerprisindeks i udtrykket for valutakursforventningerne imidlertid at klare sig bedst.

*Sidst i papiret er det illustreret, at hvis man anvender alternative prisindeks med et mindre afgiftsindhold i udtrykket for valutakursudtrykket, så vil rentefølsomheden falde mærkbart. Dette ubehagelige problem behandles mere indgående i papiret: "*Wfbz*-relationen i absolutte ændringer".*

c:rekon.jh

Nøgleord: Reestimation, *Wfbz*, semilogaritmisk, FINDAN

1. Indledning

Den semilogaritmiske *Wfbz*-relation har skabt visse problemer i forbindelse med såvel fremskrivninger som multiplikatoreksperimenter. Det skyldes, at relationen kendetegnes af en betydelig grad af asymmetri, hvilket bl.a. indebærer, at det tætte bånd mellem den danske og tyske rente kan bryde. Et andet problem, som knytter sig til den nugældende specifikation er, at momseksperimenter i ADAM har utroværdigt store renteeffekter. Det skyldes, at forbrugerpriserne indgår i udtrykket for valutakursforventningerne.

Der er på denne baggrund lagt en del arbejde i at udarbejde en lineær relation som skulle være lettere at håndtere¹.

Formålet med dette papir er imidlertid at reestimere den nuværende, semilogaritmiske *Wfbz*-relation. Dette arbejde skal betragtes som et udgangspunkt – eller et sammenligningsgrundlag – for de nævnte lineære relationer.

Arbejdet med at reestimere *Wfbz*-relationen har kastet lys på nogle datamæssige og nogle mere principielle problemer med den nuværende ligning. Disse problemer er at:

- De deflatorer der indgår i *Wfbz*-relationen (enten som skalavariabel eller i udtrykket for valutakursforventningerne) er blevet revideret/opdateret.
- Der er konstateret en banal opdateringsfejl i det tyske forbrugerprisindeks
- De danske henholdsvis tyske priser, der indgår i udtrykket for valutakursforventningerne er ikke "sammenlignelige". I den nugældende ligning sammenholdes udviklingen i en sæsonkorrigeret dansk forbrugsdeflator med udviklingen i et tysk ikke-sæsonkorrigeret forbrugerprisindeks.
- Den nuværende relation er estimeret uden sæsondummyer. Dette er u hensigtsmæssigt fordi den betydelige sæson i den udenlandske obligationsbeholdning ikke alene kan forklares af sæsonkomponenten i det valutakurskorrigerede rentespænd.

Disse problemer og konsekvenserne for den nuværende *Wfbz*-relation kortlægges i afsnit 2.

I afsnit 3 reestimeres *Wfbz*-relationen med udgangspunkt i det arbejde, der er dokumenteret i afsnit 2. Dette indebærer helt præcist, at den logaritmiske specifikation estimeres for perioden fra 1984 til 1991 med forbrugerprisindeks og sæsonkorrigerede deflatorer i udtrykket for valutakursforventningerne. Indragelse af året 1984 i estimationsperioden øger modellens stabilitet og medfører et moderat fald i spredningen. Afsnittet afrundes med en gennemgang af parameterstabiliteten i den reestimerede model.

Endelig afsluttes papiret med en illustration af, at hvis forbrugerpriserne

¹ Dette arbejde er dokumenteret i: *Wfbz*-relationen i absolutte ændringer (Modelgruppepapir, Jakob Hald 13. april 1993)

erstattes af et alternativt prisindeks med et mindre afgiftsindhold i udtrykket for valutakursforventningerne, må man forvente et betydeligt fald i den samlede rentefølsomhed.

2. Konsekvenserne for den nuværende *Wfbz*-relation

I det følgende er det valgt at reestimere *Wfbz*-relationen med den lagstruktur og med de restriktioner, som den nuværende relation oprindeligt blev pålagt. Det skyldes, at udvidelse af estimationsperioden eller forsøget på at imødekomme de problemer, som kort er skitseret ovenfor, ikke har bidraget med nye argumenter for at ændre lagstrukturen eller slække på de pålagte restriktioner.

Den nuværende *Wfbz*-relation er estimeret på perioden fra første kvartal 1985 til fjerde kvartal 1990. Relationen er estimeret på følgende form:

$$Dlog(Wfbz/pytr) = \theta_0 + \sum_{i=0}^3 \alpha_i (iwbz_{t-i} - iwbdm_{t-i}) + \sum_{j=0}^6 \beta_j 4 * [Dlog(pcp_{t-j}) - Dlog(pcpt_{t-j})] \quad (1)$$

<i>Wfbz</i>	Den udenlandske obligationsbeholdning
<i>pytr</i>	Deflatoren for indenlandsk efterspørgsel – skalavariabel
<i>iwbz</i>	Dansk obligationsrente
<i>iwbdm</i>	Tysk obligationsrente
<i>pcp</i>	Dansk forbrugerpris (sæsonkorrigeret deflator)
<i>pcpt</i>	Tysk forbrugerpris (forbrugerprisindeks – ikke sæsonkorrigeret)

Det dansk-tyske rentespænd indgår således med et lag på op til 3 kvartaler og valutakursforventningerne approksimeres af et vægtet gennemsnit af den dansk-tyske inflationsforskel i indeværende og de 6 foregående kvartaler. Endelig er følgende restriktioner blevet pålagt:

- Realrenteparitet (priskoefficienterne summer til rentekoefficienterne)
- Koefficienterne til rente- og inflationsspænd beskrives ved et 1-ordens polynomium
- "end-point" betingelse på polynomiet i rentekoefficienterne (koefficienterne til rentespændet ligger altså på en ret linie, som går gennem 0 ved et lag på 4)

De pålagte restriktioner indebærer, at kun 3 parametre estimeres – inklusiv konstantled². De centrale egenskaber ved den nugældende *Wfbz*-relation genopfriskes i næste afsnit.

² De restriktioner som er blevet pålagt kvartalsmodellen lægger naturligvis også nogle bånd på koefficienterne i den tilhørende årsmodel. Fx vil den ulaggede koefficient til rentespændet altid være 3 gange større end den laggede koefficient til rentespændet.

2.1 Datarevisioner

Flere af de dataserier, der oprindeligt blev benyttet da den nuværende, semilogaritmiske *Wfbz*-relation blev estimeret, er siden blevet revidereret. Det drejer sig konkret om deflatoren for indenlandsk efterspørgsel, *pytr*, der anvendes som skalavariabel, og deflatoren for det private forbrug, *pcp*, der indgår i bestemmelsen af valutakursforventningerne. Endelig er der konstateret en banal opdateringsfejl i det tyske forbrugerprisindeks. De oprindelige og de reviderede serier er illustreret i bilag 1 sidst i papiret.

Konsekvenserne af at revidere disse data er søgt skildret i de første 2 søjler i tabel 1 nedenfor. De øvrige søjler i tabellen kommenteres i de efterfølgende afsnit.

Først et par kommentarer til tabellen: Koefficienterne til rentespændet er skrevet som semirenteelasticiteter og angiver omtrent den procentuelle ændring i den udenlandske obligationsbeholdning ved en renteændring på et procentpoint. Tilpasningshastigheden skal tolkes som et udtryk for den hastighed,

Tabel 1. Wfbz-reltionen – reviderede data

	(1) Nuv. relat.	(2) Nye data	(3) Pris- indeks	(4) Defla- torer	(5) som (3) +sæs.dum.	(6) som (4) +sæs.dum.
Modelegenskaber: den annualiserede Wfbz-relation						
Koefficient til ulagget rentespænd	25.1	37.0	25.4	27.0	36.2	37.9
Koefficient til lagget rentespænd	8.4	12.3	8.5	9.0	12.1	12.6
Risikopræmien	1.00	1.38	0.93	1.26	1.15	1.43
Tilpasnings- hastighed	0.46	0.59	0.47	0.49	0.58	0.59
Statistiske egenskaber: Kvartalsmodellen						
Spredning	9.21	8.79	9.29	9.94	7.71	8.29
R ²	0.27	0.33	0.25	0.15	0.56	0.49
DW1	2.39	2.40	2.59	2.27	2.43	2.58
DW4	1.88	1.96	1.50	1.56	2.43	2.58

Anm. Estimeret på perioden fra 1985.1 til 1990.4.

hvormed renteniveauet nærmer sig sit ligevægtsniveau. En tilpasningshastighed på fx $\frac{1}{2}$ indebærer omtrent, at halvdelen af den forskel mellem renteniveauet og det langsigtede ligevægtsrenteniveau, som kunne konstateres sidste år,

udlignes i indeværende år³. Endelig er risikopræmien angivet i procentpoint. Det dansk-tyske rentespænd vil typisk konvergere mod denne risikopræmie, hvis inflationen i Danmark svarer til inflationen i Tyskland⁴.

I de sidste 4 rækker i tabellen er de væsentligste statistiske egenskaber ved *Wfbz*-relationen på kvartalsbasis beskrevet.

Det ses i tabellen, at datarevisionen har betydelige konsekvenser for den nugældende *Wfbz*-relation. Rentefølsomheden vokser med ca. 50 pct. og risikopræmien øges med ca. 0.4 procentpoint. Det skal dog bemærkes, at den reviderede model ikke er signifikant forskellig (på et 5 pct.'s niveau) fra den nuværende relation, hvilket naturligvis skyldes den betydelige spredning på de estimerede koefficienter.

Den mærkbare ændring i modellens egenskaber kan ikke tilskrives en enkelt revision, men en kombination af at *både* det tyske forbruger-prisindeks og den danske forbrugsdeflator er blevet opdateret.

2.2. Valg af forbrugerpris og modellering af sæson

Den danske henholdsvis tyske prisserie, som er anvendt i specifikationen af valutakursforventningerne i den nugældende relation, er desværre ikke helt "sammenlignelig". Den danske pris er således hentet i nationalbankens kvartalsdatabank og kan betragtes som en sæsonkorrigeret deflator for privat forbrug. Den tyske prisserie er derimod et egentligt prisindeks med faste vægte, som *ikke* er blevet sæsonkorrigeret.

I praksis er det selvfølgelig hensigtsmæssigt at anvende *et* prisbegreb – dvs. *enten* et prisindeks *eller* en deflator – når valutakursforventningerne modelleres. Det skyldes bl.a., at et prisindeks med faste vægte typisk vil stige mere og falde mindre end et tilsvarende prisindeks med løbende vægte, når der er tale om store ændringer i de relative priser. Der kan altså være tale om en unødvendig målefejl.

Grundlæggende er det vel ikke helt klart, om man bør anvende *forbrugsdeflatoren* eller *forbrugerprisindekset* i udtrykket for valutakursforventningerne. Et argument for at anvende forbruger- eller nettoprisindekset er, at de finansielle

³ Denne tolkning gælder reelt kun, hvis den nugældende *Wfbz*-relationen lineariseres med udgangspunkt i niveauet for den udenlandske obligationsbeholdning i 1990. Den semilogaritmiske specifikation implicerer reelt, at den hastighed, hvormed renteniveauet nærmer sig sit ligevægtsniveau afhænger af den udenlandske obligationsbeholdning, *Wfbz*. Disse sammenhænge er gennemgået i: Rentedannelsen i den finansielle delmodel (Modelgruppepapir, Jakob Hald 28. oktober 1992).

⁴ Rentekoefficienterne og tilpasningshastigheden er beregnet på baggrund af den annualiserede *Wfbz*-relation. Den metode som er anvendt ved omskrivning af relationen fra kvartalsmodel til årsmodel er beskrevet i: Omskrivning af ligninger på kvartalsbasis til ligninger på årsniveau (Modelgruppepapir, Jakob Hald 28. januar 1993).

markeder typisk fokuserer på disse indeks, når de offentliggøres. Det skyldes selvfølgelig i første omgang, at disse prisserier offentliggøres før det kvartalsvise nationalregnskab, men også at nettoprisindekset spiller en selvstændig rolle for kursfastsættelsen på indeksobligationer. Dette argument er naturligvis kun holdbart i de tilfælde, hvor de betragtede prisindeks udvikler sig anderledes end de tilsvarende deflatorer⁵.

I søjle 3 i tabel 1 er resultatet af at erstatte deflatoren for dansk forbrug med det danske forbrugerprisindeks illustreret. I dette tilfælde er den danske henholdsvis tyske pris altså sammenlignelig, idet der for begge vedkommende er tale om ikke-sæsonkorrigerede forbrugerprisindeks med faste vægte.

I søjle 4 i tabel 1 er det valgt at lade den sæsonkorrigerede danske henholdsvis tyske forbrugsdeflator indgå i udtrykket for valutakursforventningerne. Også i dette tilfælde kan prisserierne altså siges at være sammenlignelige⁶.

Det ses i søjle 3 og 4 i tabel 1, at rentefølsomheden stort set er uafhængig af om man anvender forbrugerprisindeks eller sæsonkorrigerede deflatorer i valutakursforventningsudtrykket. Sammenlignes de to modeller med den reviderede, nugældende *Wfbz*-relation (i søjle 2) kan man imidlertid konstatere et betydeligt fald i rentefølsomheden på ca. 50 pct.

Den eneste umiddelbare forklaring på dette mærkbare fald i rentefølsomheden synes at være, at det sæsonmønster, som kan spores i alle de variabler som indgår i estimationen, ikke behandles ens. Denne formodning underbygges af 2 forhold:

- Den eneste forskel på modellen i søjle 2 og modellen i søjle 3 er, at den sæsonkorrigerede forbrugsdeflator (der indgår i valutakursudtrykket i modellen i søjle 2) erstattes af et ikke-sæsonkorrigeret forbrugerprisindeks. *I dette tilfælde kan den faldende rentefølsomhed udelukkende tilskrives sæsonkomponenten i de danske forbrugerpriser.*
- Den eneste forskel på modellen i søjle 2 og modellen i søjle 4 er, at det ikke sæsonkorrigerede tyske forbrugerprisindeks (der indgår i valutakursudtrykket i modellen i søjle 2) erstattes af en sæsonkorrigeret tysk forbrugsdeflator. *I dette tilfælde kan den faldende rentefølsomhed udelukkende tilskrives, at sæsonkomponenten i de tyske priser fjernes.*

⁵ Det er desværre problematisk at anvende det danske nettoprisindeks. Det skyldes, at "Tyskerne" ikke producerer et indeks med samme indhold.

⁶ Man kan selvfølgelig undre sig over, at det er de *sæsonkorrigerede* deflatorer der indgår i valutakursudtrykket. Det skyldes at nationalregnskabsskabsdata på kvartalsbasis ikke er tilgængeligt i en ikke sæsonkorrigeret form før 1987.

Der er altså tegn på, at sæsonstrukturen behandles uhensigtsmæssigt både i den nugældende *Wfbz*-relation, men også i modellerne i søjle 3 og 4. For at imødekomme dette er relationen estimeret med sæsondummyer med henholdsvis forbrugerprisindeks og sæsonkorrigerede deflatorer i valutakursudtrykket. Disse estimationer ses i søjle 5 og søjle 6 i tabel 1.

Denne enkle modellering af sæsonstrukturen medfører, at spredningen reduceres og at rentefølsomheden øges betydeligt. Desuden bidrager sæsondummyerne til, at det strukturelle brud, som kan konstateres i den nugældende relation i begyndelsen af 1990, ikke længere forekommer.

Det ses i tabellen at der ikke er nogen afgørende forskel på relationens egenskaber, når forbrugerprisindekset og de sæsonkorrigerede forbrugsdeflatorer anvendes i valutakursudtrykket. Derimod er der vel ingen tvivl om, at relationen med forbrugerprisindeks i valutakursudtrykket har de bedste statistiske egenskaber.

3. Reestimation af *Wfbz*-relationen

I de sidste 2 søjler i tabel 2 nedenfor, er *Wfbz*-relationen estimeret i perioden fra første kvartal 1984 til fjerde kvartal 1991. I modsætning til den nuværende relation er det altså valgt at medtage året 1984 i estimationsperioden. Det skyldes, at parameterestimerterne stort set ikke påvirkes, samt at spredningen reduceres og parameterstabiliteten øges. Modellernes parameterstabilitet diskuteres mere indgående nedenfor.

Tabel 2. *Wfbz*-relationen – ny estimationsperiode

Estimationsperiode	1985.1-1990.4		1984.1-1991.4	
	(1) Prisindeks	(2) Deflatorer	(1) Prisindeks	(2) Deflatorer
Modelegenskaber: den annualiserede <i>Wfbz</i> -relation				
Koefficient til ulagget rentespænd	36.2	39.6	30.7	28.9
Koefficient til lagget rentespænd	12.1	13.2	10.2	9.5
Risikopræmie	1.15	1.44	1.59	1.30
Tilpasnings-hastighed	0.58	0.61	0.53	0.50
Statistiske egenskaber: Kvartalsmodellen				
Spredning	7.71	8.14	6.95	7.69
R ²	0.56	0.51	0.59	0.50
DW1	2.43	2.55	2.34	2.03
DW4	2.43	2.56	2.71	2.67

Det ses, at udvidelsen af estimationsperioden ikke påvirker modellernes egenskaber væsentligt. Det kan konkluderes at:

- Hvorvidt man vælger at anvende sæsonkorrigerede deflatorer eller forbrugerprisindeks i valutakursudtrykket er uden afgørende betydning for *Wfbz*-relationens modelegenskaber. Den eneste forskel er, at risikopræmien er lidt højere når de sæsonkorrigerede deflatorer indgår i valutakursudtrykket.
- Modellen med forbrugerprisindeks i valutakursudtrykket har stadig de bedste *statistiske* egenskaber.
- Udvidelsen af estimationsperioden medfører et fald i rentefølsomheden på 15-20 pct. Dette fald i rentefølsomheden kan udelukkende tilskrives, at 1991 er medtaget i estimationsperioden.
- Der er tegn på negativ 4 ordens autokorrelation. Denne systematik i residualerne skyldes inddragelse af sæsondummyer i specifikationen.
- Alle de estimerede parametre i kvartalsmodellen har de forventede fortegn

2.1 Parameterstabilitet

For at få et indtryk af parameterstabiliteten i de to modeller i søjle 3 og 4 i tabel 2, er der foretaget rekursiv estimation med variabel start- og slutperiode.

I modellen estimeres i alt 6 parametre inklusiv konstantled og de tre sæsondummier. Når modellen omskrives fra kvartalsniveau til årsniveau, reduceres antallet af parametre imidlertid fra 6 til 3. Det skyldes, at konstantleddet og de tre sæsondummier i kvartalsmodellen reduceres til et konstantled i årsmodellen. I praksis kan parameterstabiliteten i årsmodellen hermed vurderes, ved at analysere hvordan de tre tilbageblivende parametre afhænger af den valgte estimationsperiode.

Inden de rekursive estimationer kommenteres nærmere, er det vigtigt at gøre opmærksom på, at de restriktioner, som pålægges kvartalsmodellen også har konsekvenser for den tilhørende årsmodel. Det kan således vises, at *koefficienten til det laggede rentespænd* og *summen af koefficienterne til det danske tyske inflationsspænd* i virkeligheden kan skrives som en lineær funktion af koefficienten til det ulaggede rentespænd. Helt præcist gælder at:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 3\theta_0 \\ \alpha_1 &= \theta_0 \Rightarrow \alpha_1 = \frac{1}{3}\alpha_0 \\ \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 &= 4\theta_0 \Rightarrow \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 = \frac{4}{3}\alpha_0 \end{aligned} \quad (2)$$

α_n : koefficient til det n -år laggede rentespænd

β_n : koefficient til det n -år laggede inflationsspænd

θ_0 : Konstantled i det 1-ordenspolynomium, som beskriver strukturen i rentekoefficienterne

Det betyder bl.a. at sammenhængen mellem koefficienten til det ulaggede rentespænd og

estimationsperiodens starttidspunkt også kan opfattes som et udtryk for, hvordan koefficienten til det laggede rentespænd og summen af koefficienterne til den dansk-tyske inflationsforskel afhænger af starttidspunktet.

I figur 1 på næste side er der foretaget rekursiv estimation med forbrugerprisindeks i valutakursudtrykket (relation 3 i tabel 2). Den "tynde" optrukne kurve angiver sammenhængen mellem den ulaggede koefficient til rentespændet og estimationsperiodens starttidspunkt, når vi pålægger realrenteparitet. De stiplede kurver er de tilhørende konfidensgrænser.

Det ses i figur 1, at der forekommer et skift i koefficienten til det ulaggede rentespænd i 2. kvartal 1985. Der er tale om et betydeligt strukturelt brud målt ved et Chow-test. Hvis man starter estimationen i 1. kvartal 1986 i stedet for som nu i 1. kvartal 1984, vil rentefølsomheden falde med i størrelsesordenen 30 pct. Det er imidlertid beroligende, at rentefølsomheden vender tilbage til et forholdsvis højt niveau, hvis estimationsperioden starter efter 1986.

Den "fede" optrukne kurve i Figur 1 angiver koefficienten til det ulaggede rentespænd som en funktion af starttidspunktet, hvis man *ikke* pålægger realrenteparitet. Det ses, at det ikke ændrer billedet, hvis vi vælger at se bort fra paritetshypotesen – i øvrigt helt i overensstemmelse med at man ikke kan afvise realrenteparitet på 5 pct.'s niveau.

I figur 2, er koefficienten til det ulaggede rentespænd i årsmodellen angivet som en funktion af estimationsperiodens sluttidspunkt. Det ses, at koefficienten forekommer meget stabil, måske med en svagt aftagende tendens. Det bør bemærkes, at man – i modsætning til i den nuværende relation – ikke kan registrere et strukturelt brud målt ved et chow-test i begyndelsen af 1990. Endelig fremgår det, at paritetsrestriktionen på ingen måde ændrer billedet.

I figur 3 og 4, er den ulaggede koefficient til det dansk-tyske inflationsspænd angivet. Det ses, at denne koefficient synes at være relativt afhængig af estimationsperiodens starttidspunkt, jf. figur 3. Ud over det pludselige skift i priskoefficienten i 2.kvartal 1985 – en udvikling som også kendetegner rentekoefficienterne – er der en udpræget tendens til, at koefficienten aftager med starttidspunktet efter 1986.

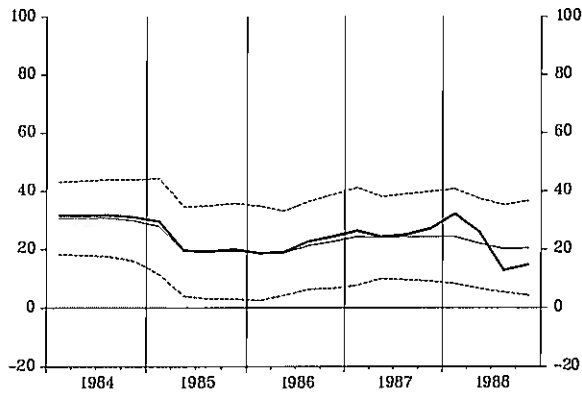
Det skal imidlertid erindres, at summen af koefficienterne til den dansk-tyske inflationsforskel virker forholdsvis stabil, jf. figur 1 og 2⁷. Den ustabilitet, som kan konstateres i den ulaggede priskoefficient, "opvejes" således omtrent af en modsat bevægelse i koefficienten til den 1- og 2 år laggede dansk-tyske inflationsforskel.

⁷ Summen af priskoefficienterne kan jo skrives som en lineær funktion af koefficienten til det ulaggede rentespænd - jf. (2).

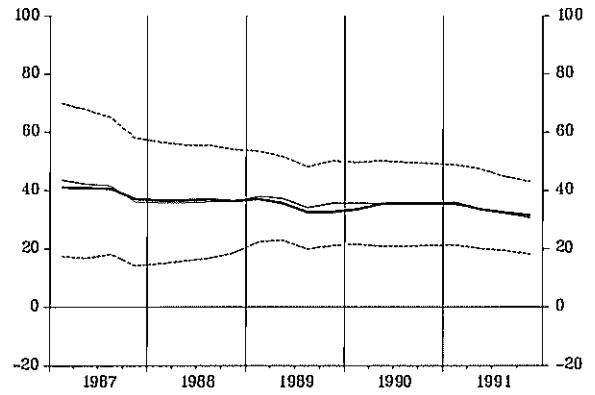
Rekursiv estimation. Forbrugerprisindeks i valutakursudtrykket.

Koefficienten til det ulaggede rentespænd i den annualiserede relation

Figur 1. Variabel startperiode

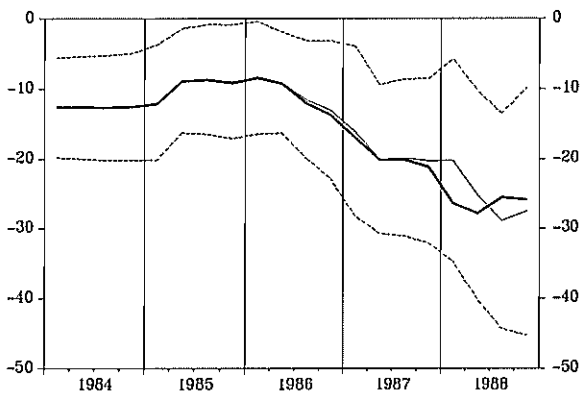


Figur 2. Variabel slutperiode

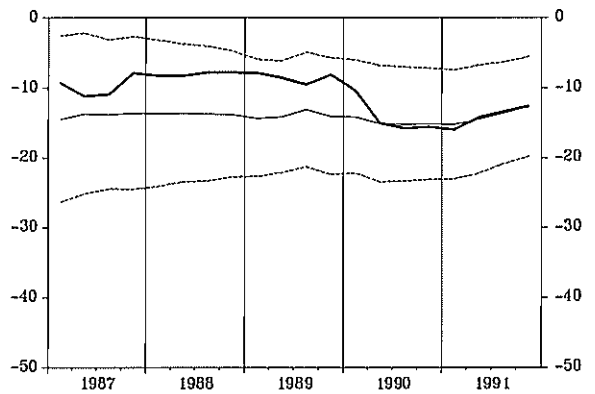


Koefficienten til den ulaggede inflationsforskel i den annualiserede model

Figur 3. Variabel startperiode

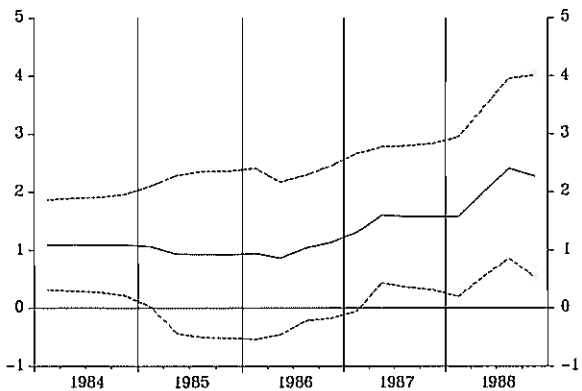


Figur 4. Variabel slutperiode

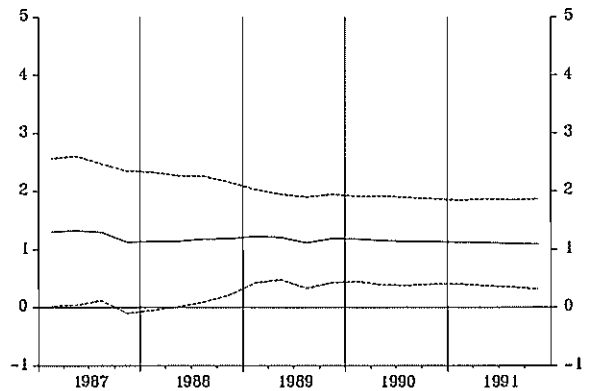


Risikopræmien i den annualiserede model

Figur 5. Variabel startperiode



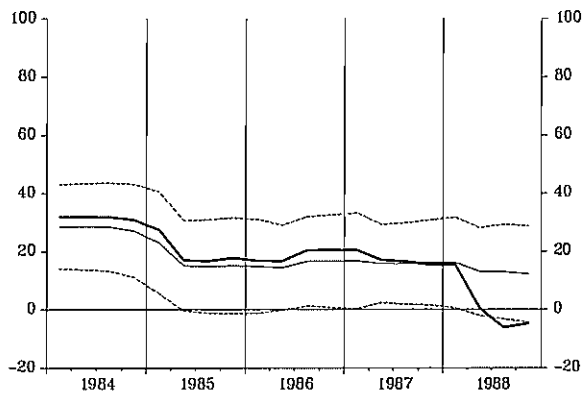
Figur 6. Variabel slutperiode



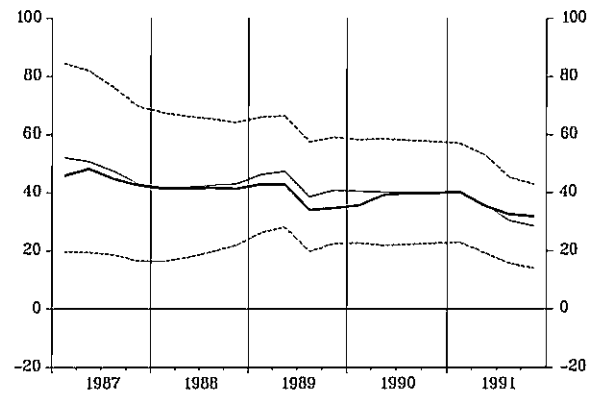
Rekursiv estimation. Sæsonkorrigerede deflatorer i valutakursudtrykket.

Koefficienten til det ulaggede rentespænd i den annualiserede relation

Figur 7. Variabel startperiode

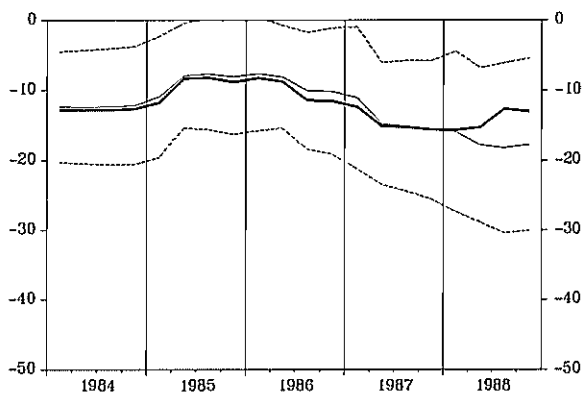


Figur 8. Variabel slutperiode

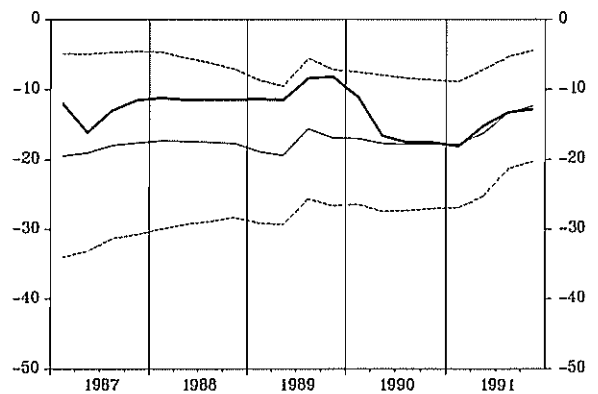


Koefficienten til den ulaggede inflationsforskel i den annualiserede model

Figur 9. Variabel startperiode

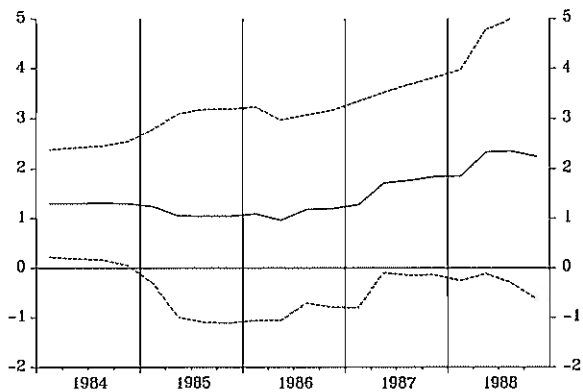


Figur 10. Variabel slutperiode

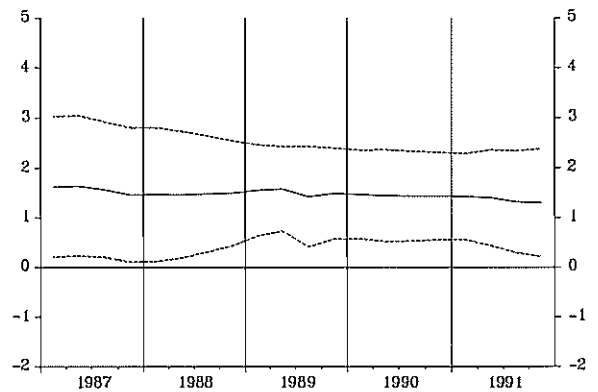


Risikopræmien i den annualiserede model

Figur 11. Variabel startperiode



Figur 12. Variabel slutperiode



I figur 5 og 6 er risikopræmien angivet som en funktion af estimationsperiodens start- og sluttidspunkt. Konfidensintervallerne er her beregnet uden at der er taget hensyn til spredningen på den samlede rentefølsomhed⁸. Dette betyder, at konfidensgrænserne kan betragtes som et maksimalt mål for den usikkerhed hvormed ligevægtsrentespændet bestemmes, fordi konstantleddet og den totale rentefølsomhed i den annualiserede model er positivt korrelerede.

Det ses, at risikopræmien er relativt stabil. Der er dog en tendens til, at risikopræmien øges jo senere estimationsperioden startes.

I figur 7 til 12 på side 11 er parameterstabiliteten i modellen med sæsonkorrigerede deflatorer i valutakursudtrykket illustreret. Der er reelt ikke den store forskel på at anvende sæsonkorrigerede deflatorer og forbrugerprisindeks. De vel nok væsentligste forskelle er at:

- Det er vanskeligere at argumentere for at indrage 1984 i estimationsperioden, når de sæsonkorrigerede deflatorer indgår i valutakursudtrykket. Det skyldes, at det fald i rentefølsomheden, som kan konstateres i 2. kvartal 1985, virker permanent – jf. figur 7.
- Priskoefficienterne er ikke så følsomme overfor valg af starttidspunkt, når de sæsonkorrigerede deflatorer indgår i valutakursudtrykket – jf. figur 9.

4. Alternative prisindeks i valutakursudtrykket

Som omtalt i indledningen, er det i øjeblikket et problem, at momseksperimenter i ADAM medfører utroværdigt store renteeffekter. Dette fænomen skyldes udelukkende, at forbrugerpriserne indgår i udtrykket for valutakursforventningerne.

En løsning på dette problem kunne være at erstatte forbrugerpriserne med et alternativt prisindeks, med et mindre afgiftsindhold. Desværre viser det sig, at rentefølsomheden i den udenlandske obligationsefterspørgsel, der i øjeblikket er helt afgørende for rentedannelsen i ADAM, er overordentlig følsom over for valg af prisindeks.

For at anskuliggøre dette, er det valgt at estimere *Wfbz*-relationen i dens nuværende form (som i (1)), med forskellige prisserier i udtrykket valutakursudtrykket. Alle prisserierne er kendetegnet af et relativt lavt afgiftsindhold. I modsætning til i relationen, hvor forbrugerprisindekset

⁸ Risikopræmien er beregnet som:

$$R = \frac{4 \text{ konstant} + \text{sæsonkoeff.}}{\text{samlet rentefølsomhed}}$$

Der er kun taget hensyn til spredningen på estimaterne i tælleren.

indgår i valutakursudtrykket, er det valgt ikke at pålægge realrenteparitets-hypotesen. Egenskaberne ved disse relationer er skitseret i tabel 3 nedenfor.

Tabel 3. Wfbz-relasjonen – alternative prisserier

	Forbruger- Prisindeks	Timeløn i ind.	BFI- deflator	Engros- priser	Netto- priser ¹
Modelegenskaber: den annualiserede Wfbz relation					
Koefficient til ulagget rentespænd	30.7	13.1	5.9	5.8	13.4
Koefficient til lagget rentespænd	10.2	4.4	2.0	1.9	4.5
Ligevægts- rentespænd	1.59	2.58	2.15	0.74	1.06
Tilpasnings- hastighed	0.53	0.29	0.15	0.15	0.30
Statistiske egenskaber: Kvartalsmodellen					
Spredning	6.95	8.75	9.40	9.43	8.93
R ²	0.56	0.38	0.28	0.28	0.35
DW1	2.34	1.65	1.25	1.24	1.35
DW4	2.71	2.53	2.15	2.18	2.23

1. Det danske nettoprisindeks indgår sammen med det tyske forbrugerprisindeks.

Det skal indskræpes, at relationerne i de sidste 4 søjler i tabel 2 er estimeret overordentligt groft. Det er således ikke testet, om man virkelig kan pålægge de restriktioner, der er tale om. Desuden er det ikke undersøgt om man kan forbedre relationerne ved at ændre antallet af lag i rente- og inflationsspænd.

Ikke desto mindre giver resultaterne en indikation af, at rentefølsomheden falder markant, når forbrugerprisindekset erstattes af et alternativt prisindeks med et mindre afgiftsindhold.

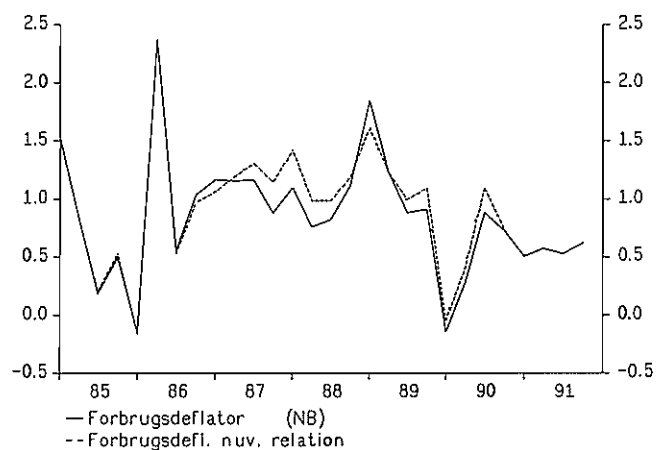
Det bemærkes specielt, at rentefølsomheden falder med godt 50 pct. når det danske forbrugerprisindeks erstattes af det danske nettoprisindeks i udtrykket for valutakursforventningerne – jf. søjle 5 i tabel 3. I denne forbindelse er det vigtigt at være opmærksom på, at der i praksis kun er *væsentlig* forskel på væksten i forbruger- og nettoprisindekset i forbindelse med afgiftsændringerne i 1986. Den store rentefølsomhed i den nugældende relation kan således for en stor del tilskrives de afgiftsændringer som blev introduceret i begyndelsen af 1986.

Muligheden for at inddrage alternative prisindeks i specifikationen er behandlet mere indgående i et andet papir⁹.

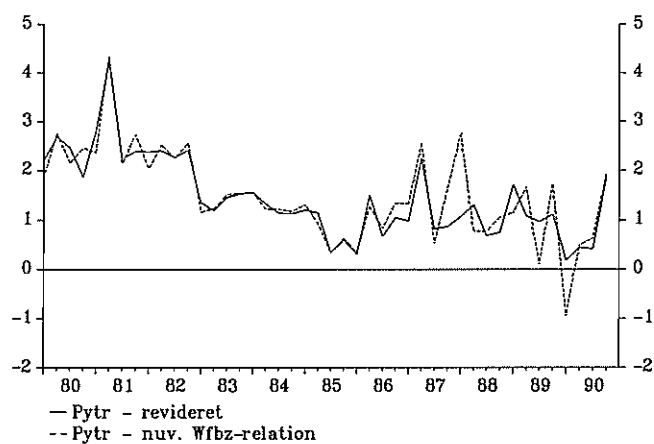
⁹ Wfbz-relasjonen i absolutte ændringer (Modelgruppepapir, Jakob Hald 13. april 1993)

BILAG 1.

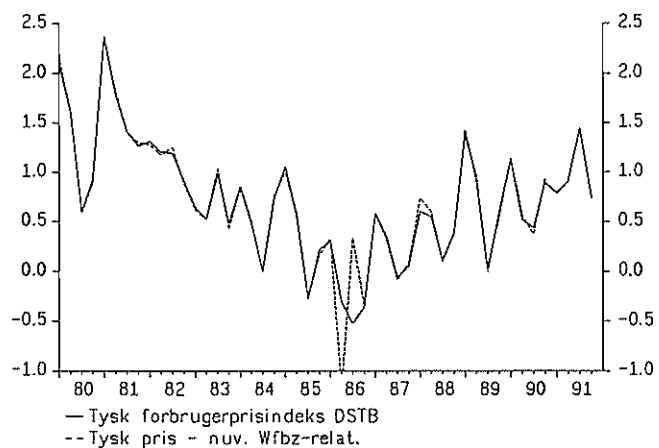
**Figur 1. Danske forbrugerpriser
(procentuel kvartalsvis ændring)**



**Figur 2. Deflator for indenlandsk efterspørgsel
(procentuel kvartalsvis ændring)**



**Figur 3. Tyske forbrugerpriser
(procentuel kvartalsvis ændring)**



Et eksakt test for første ordens autokorrelation

Resumé:

Papiret kan betragtes som en dokumentation af det teoretiske grundlag for det program der beregner eksakte konfidensgrænser for Durbin-Watson teststørrelsen. Med forholdsvis få modifikationer kan programmet udvides til også at fastlægge sandsynlighedsfordelingen for den kvadrerede multiple korrelationskoefficient og for cusum squares testet.

*Papiret indledes med en diskussion af Durbin-Watsons boundstest og tæthedsfunktionerne for de nedre og den øvre grænse illustreres. I afsnit 4 diskuteres det eksakte test første ordens autokorrelation baseret på Durbin-Watson teststørrelsen. Det illustreres bl.a. at sandsynlighedsfordelingen for Durbin-Watson testet afhænger af den specifikke X-matrice. Endelig er det søgt at vurdere sammenhængen mellem de forklarende variabelers fordelingsmæssige egenskaber og tæthedsfunktionen for Durbin-Watson testet. **DETTE AFSNIT (afsnit 3) ER ENDNU IKKE SKREVET***

I afsnit 5 diskuteres den procedure, som anvendes når sandsynlighedsfordelingen for Durbin-Watson teststørrelsen skal findes. Metoden er oprindeligt udviklet af Imhof(19??). Afsnittet indledes med en illustration af, hvordan forholdet mellem to kvadrater i normalfordelte variabler kan omskrives til en kvadratisk form i normalfordelte variabler. Denne omskrivning er væsentlig, når den omtalte metode skal implementeres. Afsnittet afsluttes med en kort gennemgang af den numeriske procedure, som benyttes til at evaluere tæthedsfunktionen for Durbin-Watson teststørrelsen.

*Papiret afsluttes med afsnit 6. Her illustreres det, hvordan DW-testet omskrives til en form, som er forenelig med den procedure som er udviklet af Imhof. **IKKE SKREVET***

c:\wp\konvaar.jh

Nøgleord: frekvens, omskrivning, multiplikatorer

1. Indledning

Dette papir skal betragtes som en teknisk dokumentation til et Pascal-program, som bl.a. kan benyttes til at bestemme den eksakte sandsynlighedsfordeling for Durbin-Watson teststørrelsen. Programmet gør det altså muligt at foretage et eksakt test for første ordens autokorrelation i residualerne.

Grundlæggende evalueres sandsynlighedsfordelingen for forholdet mellem to kvadrater i normalfordelte variable:

$$F(Q < q) = P \left[\frac{\sum_{j=1}^m \theta_j z_j^2}{\sum_{j=1}^m z_j^2} < q \right] \quad (1)$$

Hvor θ_j er konstanter og z_j er standardiserede normalfordelte variable (eventuelt med en middelværdi forskellig fra 0)¹. Den angivne sandsynlighed kan beregnes numerisk ved at anvende en metode som er udviklet af Imhof(1999). Metoden er i øvrigt rimelig godt beskrevet i Koerts and Abrahamse (1999).

Flere teststørrelser, som benyttes relativt ofte, og som kendetegnes ved, at deres sandsynlighedsfordelinger afhænger af den specifikke X-matrice, kan skrives på den form som er angivet i (1). Det gælder således bl.a. for Durbin-Watson teststørrelsen, dw , for den kvadrerede multiple korrelationskoefficient, R^2 , og for cusum squares testet. Desuden kan de øvre og nedre grænser for Durbin-Watson teststørrelsen skrives på den angivne form.

For disse teststørrelser er det altså muligt at fastlægge den eksakte sandsynlighedsfordeling. Med hensyn til Durbin-Watson testet betyder dette, at der ikke længere vil være problemer med såkaldte "grå zoner". For den kvadrerede multiple korrelationskoefficient vil konsekvensen være, at størrelsen ikke kun kan tjene som et diskriptivt mål men også som en egentlig statistiske teststørrelse.

I papiret er hovedvægten lagt på en gennemgang af Durbin-Watson testet for første ordens autokorrelation i residualerne. I afsnit 2 skitseres det traditionelle "bounds"-test, og sandsynlighedsfordelingerne for den nedre og øvre grænse for dw -teststørrelsen skildres. I afsnit 3 betragtes sammenhængen mellem det traditionelle "bounds" test og et eksakt Durbin-Watson test for første-ordens autokorrelation. Desuden gives en indikation af, hvordan sandsynlighedsfordelingen for Durbin-Watson teststørrelsen afhænger af de forklarende variables stationaritetsegenskaber (X-matricen).

I afsnit 4 gennemgås metoden, som anvendes til at bestemme sandsynlighedsfor-

¹ z_j^2 er således χ^2 -fordelte med hver en frihedsgrad. Hvis z_j har en middelværdi forskellig fra 0, vil z_j^2 være χ^2 -fordelte med hver en frihedsgrad og en skævhedsparameter ("non-centrality parameter") som svarer til den kvadrerede middelværdi (denne skævhedsparameter findes ved at erstatte variableerne i den kvadratiske form med de forventede værdier).

delingen for stokastiske variabler, som kan skrives på den form som er angivet i (1). I afsnit 5 er illustreret, hvordan den eksakte fordeling af Durbin-Watson teststørrelsen fastlægges på baggrund af den metode som skildres i afsnit 4. Den sidste del af papiret (afsnit 4 til 5) er af en forholdsvis teknisk karakter.

2. Durbin-Watson teststørrelsen

I det følgende tages udgangspunkt i en linear model med følgende form:

$$Y = X\beta + \mu, \quad \mu_t = \rho \mu_{t-1} + \varepsilon_t \quad \text{hvor} \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2 I_{TxT})$$

Y og μ har dimensionen $(Tx1)$, X har dimensionen (TxK) og β har dimensionen $(Kx1)$. Residualerne ε er identisk, uafhængigt normalfordelt.

Det er meget almindeligt at anvende det velkendte Durbin-Watson test, når man tester hypotesen om første ordens autokorrelation. Dette test er oprindeligt udviklet af J. Durbin og G.S. Watson i 1950 som et test for positiv autokorrelation. Durbin og Watson konstruerede altså et test for følgende hypotese²:

$$H_0 : \rho = 0 \quad (\text{ingen autokorrelation i residualerne})$$

$$H_1 : \rho > 0 \quad (\text{positiv autokorrelation i residualerne})$$

Durbin og Watson betragtede kun et ensidet alternativ, fordi de tilstræbte et test som er "uniformly most powerful". Et test med denne egenskab kan nemlig kun være ensidet. Teststørrelsen kan skrives på følgende form³:

$$dw = \frac{\sum_{t=2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T e_t^2} = \frac{\xi' M A M \xi}{\xi' M \xi}$$

hvor

$$M = I - X(X'X)^{-1}X'$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Det ses af udtrykket i (2), at den estimerede værdi af dw er en funktion af de "sande"

² Durbin og Watson forudsatte, at der var et konstant led i relationen

³ Dette resultat er vist i afsnit 5

(uafhængigt) normalfordelte residualer, ξ , og den symmetriske idempotente matrice M . Sandsynlighedsfordelingen for Durbin-Watson teststørrelsen vil således afhænge af de forklarende variabler, fordi matricen M er en funktion af system-matricen, X . Helt præcist gælder, at denne sandsynlighedsfordeling afhænger af egenverdierne i MA -matricen⁴.

Da dW -teststørrelsen kan skrives på en form, som svarer til (1) i indledningen, er det imidlertid muligt at fastlægge den eksakte sandsynlighedsfordeling for dW -teststørrelsen (betinget på den specifikke X -matrice). I praksis er det således muligt at foretage et eksakt test for både positiv og negativ autokorrelation i residualerne.

3. Durbin og Watson's "bounds"-test

Da fordelingen af dW -teststørrelsen er en funktion af den specifikke X -matrice, er det naturligvis ikke muligt at fastlægge et sæt af konfidensgrænser, som vil kunne benyttes i alle tænkelige tilfælde.

Det lykkedes imidlertid Durbin og Watson at vise, at dW -teststørrelsen (under nulhypotesen) altid vil befinde sig mellem en øvre og en nedre grænse, som ikke afhænger af den betragtede X -matrice. Det kan vises, at følgende sammenhæng må gælde:

$$\text{Med konstantled} : dW_l \leq dW \leq dW_u$$

$$\text{Uden konstantled} : dW_m \leq dW \leq dW_u$$

hvor:

$$dW_l = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} \lambda_{i+1} \xi_i^2}{\sum_{i=1}^{n-k} \xi_i^2}, \quad dW_m = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} \lambda_i \xi_i^2}{\sum_{i=1}^{n-k} \xi_i^2}, \quad dW_u = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} \lambda_{i+k} \xi_i^2}{\sum_{i=1}^{n-k} \xi_i^2}$$

Her angiver λ_i de karakteristiske rødder i A -matricen. Disse rødder er uafhængige af den specifikke X -matrice og er ragordnet således at $\lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n$ ⁵. Endelig er ξ_i en standardiseret normalfordelt variabel. parametrene n og K angiver antal observationer og antal forklarende variabler inklusiv et eventuelt konstantled.

Det bemærkes, at den øvre grænse kan betragtes som et vejet gennemsnit af de $n-K$

⁴ Rangnen af MA -matricen svarer til $n-k$. Det betyder at der eksisterer i alt $n-k$ egenverdier som er forskellige fra 0. Desuden vil alle disse egenverdier være reale, fordi MA -matricen er symmetrisk.

⁵ De karakteristiske rødder i A -matricen er givet ved (Von Neuman 1941):

$$\lambda_i = 2 \left[1 - \cos \frac{\pi(i-1)}{n} \right] \quad (i=1, \dots, n)$$

største rødder i A-matricen. Derimod er den nedre grænse afhængig af om der indgår et konstantled i relationen.

Det ses, at disse øvre og nedre grænser har præcis den form, som er skildret i indledningen. Den algoritme, som benyttes til at fastlægge fordelingen af udtrykket i (1) kan altså også benyttes til at bestemme den præcise fordeling for Durbin-Watson's øvre og nedre grænse.

Durbin og Watson beregnede imidlertid "kun" approksimative konfidensgrænser for den nedre grænse (med konstantled i relationen) og den øvre grænse⁶. For et givet signifikansniveau og for givne værdier af n og K , benyttede Durbin og Watson den approksimerede fordeling af dw_l og dw_u til at fastlægge de kritiske værdier, dw_l^* og dw_u^* .

På denne baggrund foreslog forfatterne følgende procedure ved et test for positiv autokorrelation:

$dw < dw_l^*$:	<i>Forkast nulhypotesen (accepter alternativhypo-tesen om positiv autokorrelation)</i>
$dw > dw_u^*$:	<i>Accepter nulhypotesen (afvis alternativhypo-tesen om positiv autokorrelation)</i>
$dw_l^* < dw < dw_u^*$:	<i>Nulhypotesen kan ikke be- eller afkræftes</i>

Det tilsvarende test for negativ autokorrelation kan gennemføres ved at erstatte dw -teststørrelsen med størrelsen $4-dw$ i den skitserede procedure⁷. Testet for negativ autokorrelation får følgende form:

$dw > 4-dw_l^*$:	<i>Forkast nulhypotesen (accepter alternativhypo-tesen om negativ autokorrelation)</i>
$dw < 4-dw_u^*$:	<i>Accepter nulhypotesen (afvis alternativhypo-tesen om negativ autokorrelation)</i>
$4-dw_u^* < dw < 4-dw_l^*$:	<i>Nulhypotesen kan ikke be- eller afkræftes</i>

Det bemærkes at man ikke vil kunne tage stilling til nulhypotesen når Durbin-Watson teststørrelsen ligger mellem den kritiske værdi for den nedre grænse, dw_l^* ($4-dw_u^*$), og den kritiske værdi for den øvre grænse, dw_u^* ($4-dw$). I praksis er der således tale om et "gråt område", som kendetegnes ved, at nulhypotesen hverken kan af- eller bekræftes. Størrelsen af dette grå område vil generelt afhænge af antallet af observationer, antallet af forklarende variabler og af om man vælger at inddrage et konstantled i relationen.

⁶ Da Durbin og Watson udviklede testet for positiv autokorrelation, var den procedure som her benyttes til at evaluere sandsynlighedsfordelingen i (1) endnu ikke "opfundet". Durbin og Watson approksimerede denne sandsynlighedsfordeling med en beta-fordeling ??

⁷ Denne procedure skal ses i forbindelse med den nære sammenhæng mellem Durbin-Watson's "upper-" og "lower bound" – jf. nedenfor

Hvis man vælger at anvende den illustrerede procedure ved et dobbeltsiddet test for både positiv og negativ autokorrelation, kan nulhypotesen normalt ikke bekræftes. Kun i helt specielle tilfælde, vil det være muligt at afvise både negativ og positiv autokorrelation i residualerne.

Durbin og Watson diskuterede mulighederne for at foretage et test, når dw -teststørrelsen befinder sig i "den grå zone". De foreslog konkret at dw transformeres så størrelsen kun antager værdier mellem 0 og 1, hvorefter man kunne vælge at "fitte" en Beta-fordeling med den middelværdi og varians, som kendetegner den sande fordeling af dw . Et væsentligt problem med denne fremgangsmåde er naturligvis, at denne middelværdi og varians vil afhænge af den specifikke X -matrice. Et andet afgørende problem er, at testet kun kan betragtes som "tilstrækkeligt præcist" hvis antallet af frihedsgrader er stort (større end 40 – Koerts, Abrahamse)⁸.

Tæthedsfunktionerne for Durbin og Watsons øvre og nedre grænse er illustreret ved de fuldt optrukne kurver i figur 1 nedenfor. Den stiplede kurve illustrerer Tæthedsfunktionen for den nedre grænse, når der ikke er et konstantled i relationen. Tæthedsfunktionerne er beregnet for $n=30$ og $k=5$.

Hvis man kigger nøje efter, fremgår det, at fordelingen for den nedre grænse er en smule højreskæv, hvorimod fordelingen for den øvre grænse er en smule venstreskæv. Det bemærkes i øvrigt, at tæthedsfunktionen for den nedre grænse typisk vil bevæge sig mod venstre, hvis konstantleddet erstattes af en ekstra forklarende variabel (det vil også være tilfældet, hvis konstantleddet udelades ($n=4$) – dog i et noget mindre omfang).

Den nære sammenhæng mellem den nedre grænse (med konstantled) og den øvre grænse kan anskueliggøres på baggrund af figur 1. Det fremgår, at de to tæthedsfunktioner skærer hinanden når DW antager værdien 2. Dette vil være tilfældet uanset antal observationer og antal forklarende variabler. Hvis man spejler tæthedsfunktionen for den øvre grænse i den lodrette linie gennem $DW=2$, vil tæthedsfunktionen for den øvre grænse blive afbilledet i tæthedsfunktionen for den nedre grænse. Hvis α angiver signifikansniveauet, kan denne særlige sammenhæng skrives på følgende form:

$$dw_l^\alpha = 4 - dw_u^{1-\alpha}$$

$$dw_u^\alpha = 4 - dw_l^{1-\alpha}$$

⁸ Middelværdien og variansen på Durbin-Watson teststørrelsen kan skrives på følgende form, idet λ angiver rødderne i MA -matricen:

$$E(dw) = \frac{1}{n-k} \operatorname{tr}(MA) = \frac{1}{n-k} \sum_{i=1}^{n-k} \lambda_i$$

$$\operatorname{var}(dw) = \frac{2(n-k-1)\operatorname{tr}(MA)^2}{(n-k)^2(n-k+2)} = \frac{2(n-k-1)}{(n-k)^2(n-k+2)} \sum_{i=1}^{n-k} \lambda_i^2$$

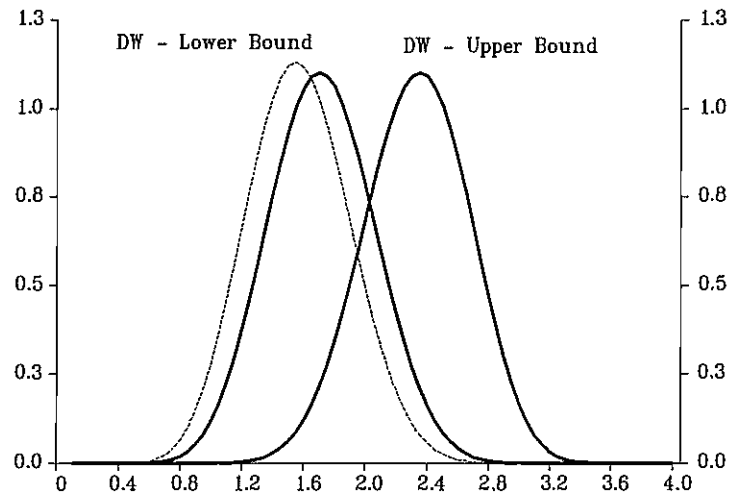
I figur 1 svarer den kritiske værdi for den nedre grænse på et 5 pct.'s niveau til ca. xx. Dette betyder – jf. formel (xx) – at den kritiske værdi for den øvre grænse på et 95 pct.'s niveau vil svare til 4-xx. Denne sammenhæng mellem den øvre og den nedre grænse gælder imidlertid ikke, hvis konstantleddet udelades.

I figur 2 er tæthedsfunktionen for den øvre og nedre grænse angivet for $n=130$ og $k=5$. Det ses, at de spredningen reduceres betydeligt og at fordelingerne i højere grad er koncentreret omkring værdien $dw=2$. Der gælder følgende resultat:

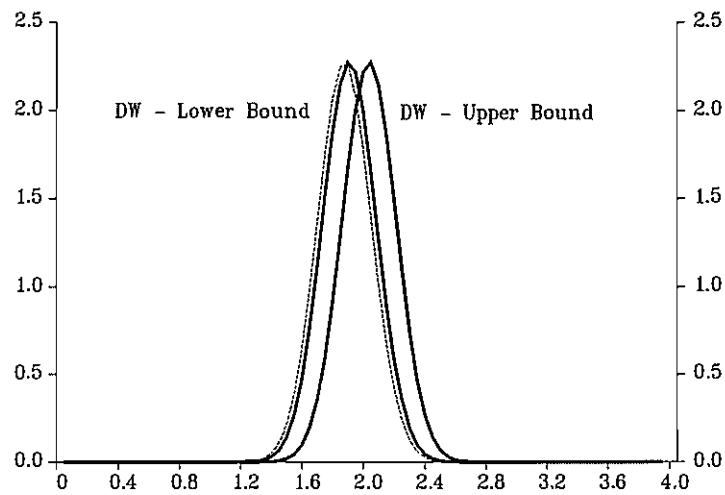
$$\lim_{n-k \rightarrow \infty} E(dw_j) \rightarrow 2 \quad \text{for } j = l, m, u$$

$$\lim_{n-k \rightarrow \infty} \text{Var}(dw_j) \rightarrow 0 \quad \text{for } j = l, m, u$$

Figur 1. Tæthedsfunktionen for Durbin-Watson "upper-" og "lower" bound (n=30, k=5)



Figur 2. Tæthedsfunktion for Durbin-Watson "upper-" og "lower" bound (n=130, k=5)



4. Et eksakt test for første ordens autokorrelation baseret på Durbin-Watson teststørrelsen

Dette afsnit kommer til at indeholde følgende punkter

- 1) Sandsynlighedsfordelingen for DW-testet afhænger af de karakteristiske rødder i MA-matricen. Den grundlæggende problem er således at fastlægge følgende sandsynlighed:

$$F(DW < q) = P \left[\frac{\sum_{j=1}^m \theta_j z_j^2}{\sum_{j=1}^m z_j^2} < q \right]$$

Hvor θ er rødderne i MA-matricen

- 2) Der vil blive beregnet tæthedsfunktioner for forskellige X-matricer. På denne måde skulle det være muligt at få et indtryk af sammenhængen mellem fordelingen af DW og systemmatricen X. Endelig vil disse tæthedsfunktioner blive sammenlignet med de øvre og nedre grænser

5. Sandsynlighedsfordelingen for forholdet mellem to kvadrater i normalfordelte variable

I dette afsnit forfølges to formål. For det første illustreres hvordan forholdet mellem to kvadratiske former i normalfordelte variable kan omskrives til et udtryk som svarer til (1) i indledningen. En forståelse for, hvordan denne transformation gennemføres er central, hvis den numeriske procedure, som evaluerer sandsynlighedsfordelingen skal implementeres rigtigt.

For det andet gennemgås grundelementerne i den numeriske procedure, der anvendes til at evaluere sandsynlighedsfordelingen for Durbin-Watson teststørrelsen.

5.1 En omskrivning af det fundamentale problem

Det helt grundlæggende problem er at bestemme følgende fordelingsfunktion:

$$F(q) = P[Q \leq q] \quad (1)$$

Hvor

$$Q = \frac{\xi' A \xi}{\xi' B \xi} \quad (2)$$

Hvor A og B er symmetriske ($n \times n$) matricer og B forudsættes positiv-semidefinite. ξ er en søjlevektor med n normalfordelte elementer med en middelværdivektor μ og en positiv-definite kovariansmatrice Ω .

Problemet består altså i, at bestemme sandsynligheden for at variabelen Q, der jf. (2) kan skrives som forholdet mellem to kvadratiske former i normalfordelte variable, er mindre end en værdi q. Hvis denne sandsynlighed svarer til fx 5%, vil værdien af Q under nulhypotesen - dvs. givet at Q kan skrives som i (2) - med 95%'s sikkerhed være større end q.

Da man i litteraturen primært har beskæftiget sig med fordelingen af kvadratiske former - og ikke forholdet mellem kvadratiske former som i (2) - er det formålstjenligt at omskrive problemet. Der gælder således jf. (1) og (2) at:

$$F(q) = P\left[\frac{\xi' A \xi}{\xi' B \xi} \leq q\right] \quad \Leftrightarrow$$

$$F(q) = P[\xi' A \xi \leq q \xi' B \xi] \quad \Leftrightarrow \quad (3)$$

$$F(q) = P[\xi'(A - qB)\xi \leq 0] \quad , \quad \text{hvor } \xi \sim N(\mu, \omega)$$

På denne måde reduceres problemet, således at det kun er nødvendigt at bestemme sandsynlighedsfordelingen for den kvadratiske form i (3). Inden denne sandsynlighedsfordeling fastlægges, er det imidlertid formålstjenligt at reducere udtrykket yderligere.

Betragtes den lineære transformation $s = \Omega^{-1/2} \xi$, hvor det selvfølgelig gælder, at $\Omega^{-1/2} \Omega^{-1/2} = \Omega^{-1}$, kan problemet formuleret i (3) skrives:

$$F(q) = P\{s' \Omega^{1/2} (A - qB) \Omega^{1/2} s < 0\} \quad (5)$$

For $(n \times 1)$ vektoren s gælder at:

$$E(s) = \Omega^{-1/2} E(\xi) = \Omega^{-1/2} \mu$$

$$cvar(s) = (\Omega^{-1/2})^2 var(\xi) = \Omega^{-1} \Omega = I_n \quad (6)$$

Hvor E er forventningsoperatoren og $cvar$ angiver, at der er tale om kovariansmatricen.

Vi vender nu tilbage til udtrykket i (5). Det bemærkes at den "inderste del" i (5): $\Omega^{1/2} (A - qB) \Omega^{1/2}$ er symmetrisk fordi både Ω og $(A - qB)$ er symmetriske matricer. Dette indebærer, at udtrykkets egenvektorer er ortogonale. Betragtes en matrice P , der som søjlevektorer indeholder egenvektorerne til matricen $\Omega^{1/2} (A - qB) \Omega^{1/2}$, vil det altså gælde at: $P' P = I_n$ eller $P' = P^{-1}$. Den "inderste del" i udtrykket (5) kan således diagonaliseres på følgende måde:

$$P' \Omega^{1/2} (A - qB) \Omega^{1/2} P = \Lambda \quad (7)$$

Hvor Λ er en diagonalmatrice, som indeholder egenværdierne tilhørende egenvektorerne i P som diagonalelementer. Da den diagonaliserede matrice er symmetrisk er alle egenværdier reale.

Næste skridt er at foretage en såkaldt orthogonal transformation i form af $z = P's$, hvor vektoren s er defineret som den lineære transformation $s = \Omega^{-1/2} \xi$, jf (6)⁹. For problemet i (5) omskrives, skal følgende bemærkes om den ortogonale transformation:

$$z = P's \Leftrightarrow s = (P')^{-1} z = Pz \quad \text{fordi} \quad P = (P')^{-1} \quad (8)$$

Hvis dette udtryk for vektoren s samt indformationen fra (7) anvendes, kan udtrykket (5) skrives på følgende form:

$$\begin{aligned} F(q) &= P[s' \Omega^{1/2} (A - qB) \Omega^{1/2} s \leq 0] \Leftrightarrow \\ F(q) &= P[z' P' \Omega^{1/2} (A - qB) \Omega^{1/2} Pz \leq 0] \Leftrightarrow \\ F(q) &= P[z' \Lambda z \leq 0] \end{aligned} \quad (9)$$

Den orthogonalt transformerede vektor, z , opfylder i overensstemmelse med (8) og (6) at:

⁹ note om ortogonale transformationer

$$z = P's, \text{ hvor } s \sim N(\Omega^{-1/2}\mu, I_n) \Leftrightarrow$$

$$z \sim N(P'\Omega^{-1/2}\mu, I_n), \text{ idet } P'P = I_n \quad (10)$$

Det ses af (9) og (10) at problemet drejer sig om at bestemme sandsynlighedsfordelingen for en kvadratisk form i normalfordelte variabler. Da matricen Λ er en diagonalmatrice med egenverdierne i matricen $\Omega^{-1/2} (A - qB) \Omega^{-1/2}$ i diagonalen kan udtrykket (9) alternativt skrives som

$$F(q) = P[z'\Lambda z \leq 0] = P\left[\sum_{j=1}^n \lambda_j z_j^2 \leq 0\right] \quad (11)$$

Hvor $\Lambda = \text{diag } \lambda_j$ og z_j^2 er uafhængige ikke-centrerede X^2 fordelte variabler hver med 1 frihedsgrad, med skævhedsparametre (non-centrality parameter) som svarer til det kvadrerede j 'te element i vektoren $P'\Omega^{-1/2}\mu$.

Det tilbagestående problem er at fastlægge sandsynligheden angivet i (10) og (11). Da Durbin-Watson's teststørrelsen og den multiple korrelationskoefficient kan skrives på præcis denne form, vil det hermed være muligt at bestemme præcise signifikansniveauer for disse teststørrelser.

4.2 Fordelingen af forholdet mellem to kvadrater i normalfordelte variabler

Det store spørgsmål er nu, hvordan forholdet mellem de to kvadrater i normalfordelte variabler i (11) ovenfor fastlægges. Det

$$F(Q < x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin \epsilon(u)}{u \gamma(u)} du$$

hvor

$$\epsilon(u) = \frac{1}{2} \sum_1^n \left[\text{tg}^{-1}(\lambda_j u) + \delta_j^2 \lambda_j u (1 + \lambda_j^2 u^2)^{-1} \right] - \frac{1}{2} x u \quad (12)$$

$$\gamma(u) = \prod_1^n (1 + \lambda_j^2 u^2)^{1/4} \exp\left\{ \frac{1}{2} \sum_1^n (\delta_j^2 \lambda_j^2 u^2) / (1 + \lambda_j^2 u^2) \right\}$$

Sandsynlighedsfordelingen for forholdet mellem de to kvadrater i normalfordelte variabler i (11) - eller i (1) - findes således ved at integrere udtrykket (12) numerisk. Det ses imidlertid, at integralet i (12) ideelt bør evalueres for hele intervallet fra 0 til uendeligt. Da dette naturligvis ikke kan lade sig gøre inden for en endelig tidshorisont, må vi nøjes med at integrere over et endeligt interval. Den fejl som herved begås, kan kontrolleres, og kaldes i litteraturen for en "truncation error". Fejlen kan skrives på følgende form:

$$|T_u| = \frac{1}{\pi} \int_U^{\infty} \frac{\sin \epsilon(u)}{u \gamma(u)} du$$

Da nævneren i udtrykket indefor integraletegnet konvergerer mod uendelig, er det muligt at fastlægge en øvre grænse for denne "trunkeringsfejl", som naturligvis afhænger af den valgte integrationsgrænse, U . Efter nogle algebraiske manipulationer er det muligt at omskrive udtrykket (jf. J. Koerts og A.P.J. Abrahamse 1969):

$$|T_u| < \frac{2}{m\pi} \left[\prod_1^m |\lambda_j|^{1/2} \right]^{-1} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_1^m (\delta_j^2 \lambda_j^2 U^2) / (1 + \lambda_j^2 U^2) \right\} U^{-m/2}$$

hvor $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ er de m (ud af n) rødder som er forskellige fra 0

Den øvre grænse i integralet (12) - benævnt U - som indebærer at fejlen som et maksimum svarer til T_u kan således beregnes på baggrund af (14). Den acceptable fejl er i øjeblikket sat til 0.0000001, hvilket indtil videre har betydet, at integralegrænsen U er mindre end 10. I praksis er det naturligvis muligt at modificere denne "trunkeringsfejl" i det Pascalprogram, der evaluerer integralet i (12).

Endelig bør det bemærkes, at den beregningsrutine, som evaluerer integralet kun er approksimativ. Det fejl, som begås ved denne approksimation kan imidlertid også kontrolleres. Den maksimale fejl er i øjeblikket sat til 0.0000001, og kan naturligvis modificeres. I praksis kan sandsynlighedsfordelingen for forholdet mellem de to kvadrater i normalfordelte variabler således fastlægges med forholdsvis stor præcision. Den egentlige grænse sættes af det antal decimaler, som Pascal-programmet arbejder med.

6. Durbin-Watson teststørrelse – en omskrivning

AFSNITTET ER IKKE SKREVET FÆRDIGT

I dette afsnit vises, hvordan Durbin-Watson teststørrelse kan skrives på en form som svarer til udtrykket i (11) ovenfor.

Som skitseret i afsnit 2, kan Durbin-Watson teststørrelsen skrives på følgende form:

$$DW = \frac{e' A e}{e' e}$$

Hvor matricen A er symmetrisk jf. formel

$$Q = \frac{u' M A M u}{u' M u}$$

Det er her blevet benyttet, at M er symmetrisk og idempotent ($M^2 = M$). Da M desuden har en rang svarende til n-delta, vil de rødder i M-matricen som ikke er lig 0 svare til 1 - der er n-delta af dem. M kan herefter diagonaliseres på følgende måde

$$K' M K = \begin{bmatrix} I_{(n-\Delta)} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Omskrivning af ligninger på kvartalsbasis til ligninger på årsniveau.

Resumé:

I papiret beskrives, hvordan en relation på kvartalsniveau kan omskrives til en ligning på årsniveau med et begrænset tab af information. Grundlæggende bestemmes koefficienterne i årsmodellen ved at sørge for, at dennes multiplikatoregenskaber så vidt muligt afspejler egenskaberne i kvartalsmodellen. Der afsluttes med nogle enkle eksempler.

c:\wp\konvaar.jh

Nøgleord: frekvens, omskrivning, multiplikatorer

1. Indledning

Formålet med dette papir er at illustrere, hvordan en relation på kvartalsbasis kan omskrives til en årsrelation med et begrænset tab af information. Metoden bygger grundlæggende på en sammenligning af multiplikatoregenskaber i de to relationer og garanterer, at multiplikatoregenskaberne i årsmodellen så vidt muligt svarer til multiplikatoregenskaberne i den tilhørende kvartalsmodel.

Papiret skal betragtes som en teknisk dokumentation af AREMOS-programmet DANAAR, der kan anvendes til hurtigt at omskrive kvartalsmodeller til årsmodeller. Den metode, som gennemås, er primært udviklet i erkendelse af, at den præcise lagstruktur i relationerne i FINDAN, der jo er estimeret på kvartalsbasis, kan være af overordentlig stor betydning for de samlede modelegenskaber i ADAM.

Der tages udgangspunkt i en *kvartalsmodel*, hvor den endogene variabel Y^q bestemmes som en funktion af den laggede endogene, Y^q_{t-1} og et vilkårligt gennemsnit af variabelen X^q i indeværende og i de forrige kvartaler. Kvartalsmodellen kan skrives på følgende form:

$$Y_t^q = \alpha Y_{t-1}^q + \sum_{i=0}^l \alpha_i X_{t-i}^q \quad (1)$$

Denne model kan både repræsentere egentlige ændringsspecifikationer ($\alpha=1$) og niveauspecifikationer ($\alpha=0$) med vilkårlige lagstrukturer i de forklarende variable. Desuden er visse fejlkorrektionsmodeller indeholdt som et specialtilfælde af (1)¹.

Opgaven består nu i at konstruere en *årsmodel*, som så vidt muligt har de samme egenskaber som den skitserede kvartalsmodel. Mere præcist drejer det sig altså om at fastlægge parametrene i modellen:

$$Y_t^a = \lambda Y_{t-1}^a + \sum_{i=0}^n \theta_i X_{t-i}^a \quad (2)$$

Den præcise sammenhæng mellem koefficienterne i kvartalsmodellen (1) og den tilhørende årsmodel (2) afhænger af, om den endogene variabel er en beholdning, en strøm eller et "periodegennemsnit" (fx en gennemsnitlig rente). Det skyldes, at den måde hvorpå den endogene variabel omskrives fra kvartalsniveau til årsniveau ikke er ens i de tre tilfælde. Er der fx tale om en beholdning, vil værdien af den endogene variabel på årsniveau svare til værdien af den endogene variabel på kvartalsniveau *målt i 4 kvartal*. Er der derimod tale om en strøm eller et "periodegennemsnit", bestemmes værdien af den endogene variabel på årsniveau typisk som *et årligt gennemsnit* af den endogene variabel i kvartalsmodellen².

Det vil i det følgende blive illustreret, at parametrene i årsmodellen kan beregnes som en

¹ Det bemærkes, at en relation som indeholder den laggede *ændring* i den endogene variabel som forklarende variabel ikke er omfattet af (1).

² Her og i resten af papiret er det forudsat, at de strømvariable der måtte indgå i kvartalsmodellen er opregnet til årsniveau. Er der fx tale om en kvartalsvis inflationsrate, så er denne altså "ganget op med 4" i kvartalsmodellen (1). Dette indebærer, at det i praksis er uden betydning om den forklarende variabel X er en beholdning, et periodegennemsnit eller en strøm.

linær funktion af koefficienterne i den tilhørende kvartalsmodel. Helt præcist dannes en "transformationsmatrice", som etablerer sammenhængen mellem koefficienterne i en vilkårlig kvartalsmodel med formen (1) og den tilhørende årsmodel. Den konkrete udformning af denne "transformationsmatrix" vil naturligvis afhænge af, om den endogene variabel er en beholdning eller en strøm.

2. Årsmodellen

I første omgang tages udgangspunkt i årsmodellen (2). Betragtes en permanent ændring i den eksogene variabel X^a med 1 enhed i år 1, kan ændringen i den endogene variabel (multiplikatoren) i det første og de efterfølgende år beregnes. Hvis laglængden i årsmodellen svarer til n år kan multiplikatorerne skrives:

$$\begin{aligned}
 \Delta Y_1^a &= \theta_0 \\
 \Delta Y_2^a &= (1+\lambda)\theta_0 + \theta_1 \\
 &\dots \\
 \Delta Y_n^a &= (\lambda^{n-1} + \lambda^{n-2} + \dots + \lambda^2 + \lambda + 1)\theta_0 + \\
 &\quad (\lambda^{n-2} + \lambda^{n-3} + \dots + \lambda^2 + \lambda + 1)\theta_1 + \dots + (\lambda^2 + \lambda + 1)\theta_{n-3} + (\lambda + 1)\theta_{n-2} + \theta_{n-1} \\
 \Delta Y_{n+1}^a &= (\lambda^n + \lambda^{n-1} + \dots + \lambda^2 + \lambda + 1)\theta^0 \\
 &\quad (\lambda^{n-1} + \lambda^{n-2} + \dots + \lambda^2 + \lambda + 1)\theta_1 + \dots + (\lambda^2 + \lambda + 1)\theta_{n-2} + (1 + \lambda)\theta_{n-1} + \theta_n
 \end{aligned} \tag{3}$$

Dette ligningssystem er rekursivt. Hvis ligningssystemet (3) løses for koefficienterne til den forklarende variabel X , kan resultatet skrives:

$$\begin{pmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \theta_{n-1} \\ \theta_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -(1+\lambda) & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \lambda & -(1+\lambda) & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \lambda & -(1+\lambda) & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \lambda & -(1+\lambda) & 1 & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \lambda & -(1+\lambda) & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta Y_1^a \\ \Delta Y_2^a \\ \Delta Y_3^a \\ \Delta Y_4^a \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta Y_n^a \\ \Delta Y_{n+1}^a \end{pmatrix}$$

Dette store ligningssystem kan formuleres i en mere kompakt form:

$$\Theta_{n+1 \times 1} = \Lambda_{n+1 \times n+1} \Psi_{n+1 \times 1} \tag{4}$$

Her angiver fodtegnet dimensionen i den enkelte matrix. Det bemærkes, at laglængden i årsmodellen svarer til n i (4). Den nøjagtige bestemmelse af laglængden afhænger naturligvis af laglængden i den tilhørende kvartalsmodel.

I ligningssystemet (4) bestemmes koefficienterne til den forklarende variabel i årsmodellen som en funktion af multiplikatorerne i den betragtede årsmodel. Konkret er den enkelte koefficient typisk en lineær funktion af multiplikatorerne i indeværende og i de to foregående år.

3. Informationen i kvartalsmodellen

Indtil videre er den information, som kvartalsmodellen repræsenterer, ikke blevet udnyttet. Denne information anvendes nu ved at indsubstituere multiplikatorerne i kvartalsmodellen opregnet til årsniveau i udtrykket (4). På denne måde kan koefficienterne i årsmodellen beregnes som en funktion af de tilhørende koefficienter i kvartalsmodellen.

I det følgende forudsættes, at den endogene variabel er en beholdningsstørrelse. Dette betyder bla., at årsmodellens multiplikatoregenskaber skal sammenholdes med kvartalsmodellens multiplikatoregenskaber *målt i 4 kvartal*.

Inden den konkrete sammenhæng mellem koefficienterne til den eksogene forklarende variabel i års- og i kvartalsmodellen formuleres, er det nødvendigt at bestemme sammenhængen mellem koefficienten til den laggede endogene variabel i de to modeller. Betragtes en (stokastisk) ændring i den endogene variabel på 1 enhed i fjerde kvartal år 0, kan multiplikatorerne i de efterfølgende kvartaler skrives:

$$\begin{aligned}\Delta Y_1^q &= \alpha \Delta Y_0^q = \alpha, \quad \Delta Y_0^q = 1 \\ \Delta Y_2^q &= \alpha \Delta Y_1^q = \alpha^2 \\ &\vdots \\ \Delta Y_k &= \alpha^k\end{aligned}\tag{5}$$

Da den endogene variabel er en beholdningsstørrelse, skal den tilsvarende multiplikator i årsmodellen i år 1,2,3 osv. svare til multiplikatoren i kvartalsmodellen i 4 kvartal, 8 kvartal 12 kvartal osv. Dette betyder at:³

$$\lambda = \alpha^4\tag{6}$$

Indsubstitueres (6) i (4) ses, at koefficienterne i årsmodellen nu kan bestemmes som en lineær funktion af de årlige multiplikatorer. Disse årlige multiplikatorer beregnes selvsagt i kvartalsmodellen.

Betragtes således en ændring på 1 enhed i den forklarende variabel X^q i 1 kvartal år 1, kan konsekvenserne for den endogene variabel i de efterfølgende perioder skrives:

³ Denne sammenhæng gælder også, hvis den endogene variabel er en strømvariabel eller et periodegennemsnit (opregnet til årsniveau).

$$\begin{aligned}
\Delta Y_1^q &= \beta_0, \quad \Delta X^q = 1 \\
\Delta Y_2^q &= (\alpha+1)\beta_0 + \beta_1 \\
\Delta Y_3^q &= (\alpha^2 + \alpha + 1)\beta_0 + (\alpha+1)\beta_1 + \beta_2 \\
&\dots \\
\Delta Y_l^q &= (\alpha^{l-1} + \alpha^{l-2} + \dots + \alpha + 1)\beta_0 + \\
&\quad (\alpha^{l-2} + \alpha^{l-3} + \dots + \alpha + 1)\beta_1 + \dots + (\alpha+1)\beta_{l-2} + \beta_{l-1} \\
\Delta Y_{l+1}^q &= (\alpha^l + \alpha^{l-1} + \dots + \alpha + 1)\beta_0 + \\
&\quad (\alpha^{l-1} + \alpha^{l-2} + \dots + \alpha + 1)\beta_1 + \dots + (\alpha+1)\beta_{l-1} + \beta_l \\
&\dots
\end{aligned} \tag{7}$$

På baggrund af (7) kan de årlige multiplikatorer beregnet på baggrund af kvartalsmodellen skrives på den form som er angivet i formel 8 øverst på næste side. I dette omfattende udtryk, er det antaget, at den eksogene variabel indgår med et lag på l kvartaler, hvor l antages delelig med 4. Denne antagelse er kun af notationsmæssig betydning.

Udtrykket i formel 8 kan skrives på en mere kompakt form:

$$\Psi_{l/4+1 \times 1}^q = A_{l/4+1 \times l+1} B_{l+1 \times 1} \tag{9}$$

Indsubstitueres (9) og (6) i (4), kan koefficienterne i årsmodellen nu skrives som en lineær funktion af koefficienterne i den tilhørende kvartalsmodel:

$$\begin{aligned}
\Theta_{l/4+1 \times 1} &= \Lambda_{l/4+1 \times l/4+1} \Psi_{l/4+1 \times 1} = \Lambda_{l/4+1 \times l/4+1} A_{l/4+1 \times l+1} B_{l+1 \times 1} \quad \leftrightarrow \\
\Theta_{l/4+1 \times 1} &= T_{l/4+1 \times l+1} B_{l+1 \times 1}
\end{aligned} \tag{10}$$

I ligningssystemet (10) bestemmes koefficienterne i en årsmodel med $l/4+1$ lag som en funktion af koefficienterne i en kvartalsmodel med l lag. I formel 11 på næste side, er den sammenhæng der er skildret i (10) skrevet ud for en kvartalsmodel, hvor laglængden er sat til $l=12$.

Det fremgår formel 11 på næste side, at den centrale "transformationsmatrice", T , har en enkel struktur. Summen af "transformaticens" søjler er alle ens, hvilket afspejler, at alle koefficienter i kvartalsmodellen indgår med samme vægt i bestemmelsen af koefficienterne i årsmodellen. Dette indebærer bla., at *summen* af koefficienterne i årsmodellen er proportional med *summen* af koefficienterne i kvartalsmodellen med en proportionalitetsfaktor som afhænger af koefficienten til den laggede endogene variabel. De sumrestriktioner, som eventuelt pålægges når kvartalsmodellen estimeres, vil hermed også være opfyldt i den tilhørende årsmodel.

Endelig bemærkes, at det ikke har betydning for bestemmelsen af parametrene, hvis antallet af lag i årsmodellen "er for stort". Den måde, hvorpå transformastionsmatricen er konstrueret sikrer, at koefficienterne til "de overskydende lag" sættes lig 0. I praksis er der således en præcis sammenhæng mellem antallet af lag i kvartalsmodellen og antallet af lag i den tilhørende årsmodel.

Denne sammenhæng afhænger af parameteren α og kan skrives:

$$\begin{aligned} \alpha \neq 0 : n &= R\left(\frac{l+4}{4}\right) - 1 \\ \alpha = 0 : n &= R\left(\frac{l}{4}\right) - 1 \end{aligned} \tag{12}$$

Her angiver l og n antallet af lags i kvartalsmodellen henholdsvis i den tilhørende årsmodel. Operatoren R udtrykker, at argumentet skal rundes op til det første heltal. Der gælder fx at $R(0.9)=1$ og $R(1.1)=2$. Det ses på denne baggrund, at en kvartalsmodel med 1 lag i den eksogene variabel skal omskrives til en årsmodel, som også har 1 lag, hvis parameteren α er forskellig fra 0. Hvis koefficienten til den laggede endogene er lig 0, skal antallet af lag i den tilhørende årsmodel derimod sættes lig 0.

Den "transformationsmatrice" der er skildret i formel 11 på forrige side er kun relevant, hvis den endogene variabel er en beholdning. Hvis der alternativt er tale om en strøm eller et "periodegennemsnit" kan koefficienterne i årsmodellen stadig skrives som en lineær funktion af koefficienterne i den tilhørende kvartalsmodel - jf. (10) - men "transformationsmatricen" får et andet udseende. I formel 13 på næste side er "transformationsmatricen" angivet for en kvartalsmodel med 12 lag, når den endogene variabel er en strøm eller et "periodegennemsnit"⁴.

Det fremgår, at transformationsmatricen får en mere indviklet struktur i dette tilfælde. Det er dog vigtigt at være opmærksom på, at søjlesummerne i transformationsmatricen er uændret (de svarer altså til søjlesummere i transformationsmatricen i formel 11. Summen af koefficienterne i årsmodellen vil altså være uafhængig af, om den endogene variabel er en beholdning, en strøm eller et periodegennemsnit. Det vil imidlertid typisk gælde, at en årsmodel får flere lags hvis venstresidevariablen er en strøm eller et periodegennemsnit.

Hvis den endogene variabel er en strøm eller et periodegennemsnit, kan den præcise sammenhæng mellem antallet af lags i kvartalsmodellen og i den tilhørende årsmodel skrives på følgende form:

$$\begin{aligned} \alpha \neq 0 : n &= R\left(\frac{l+7}{4}\right) - 1 \\ \alpha = 0 : n &= R\left(\frac{l+4}{4}\right) - 1 \end{aligned} \tag{14}$$

I dette tilfælde skal en kvartalsmodel uden lag i den eksogene forklarende variabel således

⁴ Transformationsmatricen i formel 13 er beregnet på næsten samme måde som transformationsmatricen i formel 11. Den centrale forskel på de to er, at der i bestemmelsen af transformationsmatricen i formel 13 er taget højde for, at den endogene variabel er en strøm eller periodegennemsnit. Multiplikatorerne i årsmodellen er således sammenholdt med *gennemsnittet* af multiplikatorerne i kvartalsmodellen i årets 4 kvartaler. Som et kuriosum skal det nævnes, at det ikke er nødvendigt at gange transformationsmatricen med 1/4, hvis den endogene variabel i kvartalsmodellen er en strøm eller et periodegennemsnit, som *ikke* er opregnet til årsniveau.

Formel 13. Bestemmelse af koefficienter i årsmodellen. Venstreside variabelen er en strøm eller et periodegennemsnit (lag i kvartalsmodel: $l=12$)

$$\begin{pmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \alpha^3+2\alpha^2+3\alpha+4 & \alpha^2+2\alpha+3 & \alpha+2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3\alpha^3+2\alpha^2+\alpha & 4\alpha^3+3\alpha^2+2\alpha+1 & 3\alpha^3+4\alpha^2+3\alpha+2 & 2\alpha^3+3\alpha^2+4\alpha+3 & \alpha^3+2\alpha^2+3\alpha+4 & \alpha^2+2\alpha+3 & \alpha+2 & 1 \\ 0 & 0 & \alpha^3 & 2\alpha^3+\alpha^2 & 3\alpha^3+2\alpha^2+\alpha & 4\alpha^3+3\alpha^2+2\alpha+1 & 3\alpha^3+4\alpha^2+3\alpha+2 & 2\alpha^3+3\alpha^2+4\alpha+3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha^3 & 2\alpha^3+\alpha^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha^3+2\alpha^2+3\alpha+4 & \alpha^2+2\alpha+3 & \alpha+2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3\alpha^3+2\alpha^2+\alpha & 4\alpha^3+3\alpha^2+2\alpha+1 & 3\alpha^3+4\alpha^2+3\alpha+2 & 2\alpha^3+3\alpha^2+4\alpha+3 & \alpha^3+2\alpha^2+3\alpha+4 & \alpha^2+2\alpha+3 & \alpha+2 & 1 \\ 0 & 0 & \alpha^3 & 2\alpha^3+\alpha^2 & 3\alpha^3+2\alpha^2+\alpha & 4\alpha^3+3\alpha^2+2\alpha+1 & 3\alpha^3+4\alpha^2+3\alpha+2 & 2\alpha^3+3\alpha^2+4\alpha+3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \beta_{11} \\ \beta_{12} \end{pmatrix}$$

omskrives til en årsmodel med 1 lag, hvis koefficienten til den endogene variabel er forskellig fra 0. I en ren niveaurelation (hvis α sættes lig 0) vil årsmodellen derimod ikke indeholde den laggede eksogene variabel.

4. Nogle enkle eksempler

Først betragtes en enkel dynamisk kvartalsmodel, hvor den laggede eksogene variabel indgår med 1 lag:

$$Y_t^q = aY_{t-1}^q + b_0X_t^q + b_1X_{t-1}^q + c \quad (15)$$

Vi søger nu at fastlægge koefficienterne i den tilhørende årsmodel, når den endogene variabel er en beholdning henholdsvis en strøm eller et periodegennemsnit. Indsættes (6) i (2), kan den tilhørende årsmodel skrives:

$$Y_t^a = a^4Y_{t-1}^a + \theta_0X_t + \theta_1X_{t-1} + \theta_2 \quad (16)$$

Den endogene variabel er en beholdning

Hvis den endogene variabel er en beholdning, kan den tilhørende årsmodel bestemmes ved at anvende (10) eller formel 11 for alle de eksogene variabler. Først fastlægges koefficienterne til den eksogene variabel, X , i den tilhørende årsmodel. På baggrund af formel 11 (2x2 matricen i det øverste venstre hjørne i transformationsmatricen) ses hermed at:

$$\begin{pmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^3+a^2+a+1 & a^2+a+1 \\ 0 & a^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

På samme måde kan konstanten bestemmes:

$$\theta_2 = (a^4+a^3+a+1)c \quad (18)$$

Årsmodellen kan hermed skrives:

$$Y_t^a = a^4Y_{t-1}^a + [(a^3+a^2+a+1)b_0 + (a^2+a+1)b_1]X_t^a + a^3b_1X_{t-1}^a + (a^3+a^2+a+1)c \quad (19)$$

Hvis der er tale om en ren niveaurelation (parameteren α sættes lig 0), reduceres udtrykket til:

$$Y_t^a = (b_0+b_1)X_t^a + c \quad (20)$$

Er der derimod tale om en ændringsrelation (parameteren α sættes lig 1), kan udtrykket i (19) skrives:

$$Y_t^a = Y_{t-1}^a + (4b_0+3b_1)X_t^a + b_1X_{t-1}^a + 4c \quad (21)$$

Den endogene variabel er en strøm eller et periodegennemsnit (opregnet til årsniveau).

Hvis den endogene variabel er en strøm eller et periodegennemsnit, skal den transformations-

matrice der indgår i formel 13 anvendes i stedet for matricen i formel 11. Dette indebærer at årsmodellen, i stedet for som i (19), får følgende udseende:

$$Y_t^a = a^4 Y_{t-1}^a + \frac{1}{4}[(a^3+2a^2+3a+4)b_0+(a^2+2a+3)b_1]X_t^a + \frac{1}{4}[(3a^3+2a^2+a)b_0+(4a^3+3a^2+2a+1)b_1]X_{t-1}^a + (a^3+a^2+a+1)c \quad (22)$$

Hvis kvartalsmodellen er en niveaurelation ($\alpha=0$) får årsmodellen følgende udseende:

$$Y_t^a = \frac{1}{4}(4b_0+3b_1)X_t^a + \frac{1}{4}b_1X_{t-1}^a + c \quad (23)$$

Er der endelig tale om en ændringsrelation ($\alpha=1$) kan årsmodellen skrives:

$$Y_t^a = Y_{t-1}^a + \frac{1}{4}(10b_0+6b_1)X_t^a + \frac{1}{4}(6b_0+10b_1)X_{t-1}^a + 4c \quad (24)$$

Fejlkorrektionsmodellen

Betragtes en enkel fejlkorrektionsmodel af typen:

$$\Delta Y_t = \alpha_1 \Delta X_t - \beta (Y_{t-1} - \alpha_2 X_{t-1}) \quad (25)$$

Denne model kan let omskrives, så den får den relevante form:

$$Y_t = (1-\beta)Y_{t-1} + \alpha_1 X_t + (\beta \alpha_2 - \alpha_1)X_{t-1} \quad (26)$$

Hvis den endogene variabel er en beholdning, kan det, ved at anvende formel 11 på modellen i (26), vises, at årsmodellen får følgende udseende:

$$\Delta Y_t^a = [(1-\beta)^3(\alpha_1 - \alpha_2) + \alpha_2] \Delta X_t - (1-(1-\beta)^4)[Y_{t-1}^a - \alpha_2 X_{t-1}^a] \quad (27)$$

Det fremgår således at langsigtsammenhængen er uafhængig af, om modellen er på kvartals- eller årsniveau. Derimod vil tilpasningshastigheden naturligvis stige. Hvis koefficienten til fejlkorrektionsleddet fx svarer til 0.2 i kvartalsmodellen (En eventuel uligevægt mindskes med 20% per kvartal), vil tilpasningshastigheden stige til 0.6 i den tilhørende årsmodel. Endelig ses, at årsmodellen i (27) reduceres til en almindelig ændringsrelation, hvis koefficienten til fejlkorrektionsleddet er lig 0.

Hvis den endogene variabel i kvartalsmodellen (25) er en strøm eller et periodegennemsnit (opregnet til årsniveau) kan den tilhørende årsmodel beregnes på baggrund af formel 13:

$$\Delta Y_t^a = \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1-(1-\beta)^4}{\beta} (\alpha_1 - \alpha_2) \right) + \alpha_2 \right] \Delta X_t^a - (1-(1-\beta)^4)[Y_{t-1}^a - \alpha_2 X_{t-1}^a] \quad (28)$$

Også i dette tilfælde er det kun koefficienten til fejlkorrektionsleddet og koefficienten til ændringsvariablen, som skal omskrives.

Rentedannelsen i den finansielle delmodel

Resumé:

Papiret tjener to formål. For det første gennemgås rentedannelsen i den finansielle delmodel med udgangspunkt i en enkel 3-ligningsmodel for obligationsmarkedet. Der lægges specielt vægt på at skildre renteniveauets henholdsvis obligationsbeholdningernes tilpasning i forbindelse med eksogene ændringer i obligationsudbuddet og den tyske rente. Det illustreres, at tilpasningen i renteniveau henholdsvis obligationsbeholdninger følger princippet om partiel tilpasning, dog med den modifikation, at tilpasningshastigheden afhænger af niveauet for den udenlandske obligationsbeholdning i multiplikatorforløbet. Endelig illustreres de konvergenskrav, som man må stille, hvis bindingen mellem det danske og tyske renteniveau skal bibeholdes. Det vises således, at renteniveauet ikke konvergerer mod sit ligevægtsniveau, hvis udlændingene når at sælge hele obligationsbeholdningen inden tilpasningen er til ende. Dette problem er - lidt uhensigtsmæssigt - blevet kaldt Wfbz-problemet.

For det andet er det søgt at vurdere mulighederne for at løse Wfbz-problemet. Det viser sig, at hvis de eksisterende funktionsformer i den finansielle delmodel bibeholdes, så kan Wfbz-problemet ikke løses. Reestimation af det finansielle system eller et forsøg på at ændre den indenlandske rentefølsomhed ved at modellere fx $Wzbf$ som en lineær funktion af det dansk tyske rentespænd vil ikke ændre modellens grundlæggende konvergensgenskaber. For at løse Wfbz-problemet kræves således 1) at Wfbz-relationen specificeres i absolutte ændringer (og ikke i log-ændringer) eller 2) at en af de indenlandske beholdninger specificeres i absolutte ændringer som en funktion af det dansk-tyske rentespænd. Konsekvenserne for modelegenskaberne af at specificere Wfbz-relationen i absolutte ændringer er gennemgået i afsnit 4.1. I afsnit 4.2 vurderes konsekvenserne af at specificere indlændingenes nettolåntagning i udlandet, $Wflp$, som en funktion af det dansk-tyske rentespænd.

Papiret afsluttes med en gennemgang af den rolle, som rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel spiller i modellen. Dette afsnit 4.3 kan betragtes som et appendiks.

tekfin.jh

Nøgleord: rentedannelse, Wfbz, konvergenskrav

1. Indledning

Den finansielle delmodel i ADAM består af hele 52 ligninger og kan være forholdsvist vanskelig at gennemskue. Specielt konsekvenserne for de samlede modegenskaber af ændrede parameterestimater eller ændringer i de valgte funktionsformer kan være vanskelige at vurdere.

Bla. for at imødekomme disse problemer, kan det være formålstjenligt at være opmærksom på, at den finansielle delmodel kan reduceres betydeligt, hvis man udelukkende er interesseret i selve rentedannelsen. Det er således muligt at konstruere en 3-ligningsmodel for obligationsmarkedet med nøjagtig samme egenskaber for renten og obligationsbeholdningerne som den *isolerede* finansielle delmodel.¹ De konsekvenser for renteniveauet af en eksogen ændring i fx obligationsudbuddet, den tyske rente eller betalingsbalanceunderskuddet som beregnes på den isolerede finansielle delmodel, kan altså - både kvalitativt og kvantitativt - reproducere af den enkle 3-ligningsmodel.

Det er håbet, at gennemgangen af den reducerede model for obligationsmarkedet kan øge kendskabet til rentedannelsen - og i særdeles kendskabet til den rolle, de centrale parametre spiller i den finansielle delmodel.

Papiret er opdelt i 2 dele. I de første 3 afsnit gennemgås den reducerede model for obligationsmarkedet. Det vises at renteniveauet og den inden- henholdsvis udenlandske obligationsbeholdning tilpasser sig et forholdsvist vel-specificeret langsigtsniveau i overensstemmelse med princippet om partiel tilpasning. I modsætning til den traditionelle model for partiel tilpasning er tilpasningshastigheden imidlertid afhængig af niveauet for den udenlandske obligationsbeholdning. Dernæst gennemgås de konvergensbetingelser, som skal være opfyldt for at renteniveauet skal konvergerer mod sit ligevægtsniveau. Der er lagt særlig vægt på det forhold, at bindingen mellem det danske og tyske renteniveau ophører i eksperimenter (fremskrivninger), hvor udlændingene når at sælge hele obligationsbeholdningen inden tilpasningen er til ende. Dette særlige problem kaldes - måske lidt uhensigtsmæssigt - for *Wfbz*-problemet.

I afsnit 4, tages *Wfbz*-problemet op. Der skitseres 2 løsningsforslag og konsekvenserne for de samlede modegenskaber vurderes på baggrund af den reducerede model for obligationsmarkedet. Denne del afsluttes med en gennemgang af den betydning som rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel spiller i modellen.

¹ Med *isoleret* menes, at det kun er den finansielle delmodels egenskaber, som kan reproducere. Der tages således ikke højde for samspillet mellem de finansielle markeder og den resterende del af ADAM. De ændringer i sektorernes opsparing, som måtte opstå i forbindelse med ændringer i renteniveau og aktiv-passiv sammensætning, er fx ikke omfattet af den reducerede model.

2. Rentedannelsen i den finansielle sektormodel

Rentedannelsen i den finansielle delmodel kan principielt beskrives af følgende enkle model:

Indenlandsk obligationsefterspørgsel:

$$Wpbz_t = Wpbz_0 + \alpha_1 iwzbz_t - \alpha_2 iwzbz_t^* + \alpha_3 Wq_t + \alpha_4 Ytr_t \quad (a)$$

Udenlandsk obligationsefterspørgsel:

$$Wfbz_t = Wfbz_{t-1} \left[1 + \beta_1 (Iwzbz_t - iwzbz_t^*) + \beta_2 (Iwzbz_{t-1} - iwzbz_{t-1}^*) \right] \quad (b)$$

Ligevægt på obligationsmarkedet:

$$\overline{Wz}_t = Wpbz_t + Wfbz_t \quad (c)$$

$Wpbz$	<i>indenlandsk obligationsefterspørgsel (deflateret)</i>
$Wfbz$	<i>udenlandsk obligationsefterspørgsel (deflateret)</i>
Wz	<i>eksogent obligationsudbud (deflateret)</i>
Wq	<i>den private sektors finansielle formue (deflateret)</i>
Ytr	<i>indenlandsk efterspørgsel (deflateret)</i>
$iwzbz$	<i>Obligationrente</i>
$iwzbz^*$	<i>ligevægtsrenteniveau (valutakursforventningskorrigeret tysk rente)</i>

Den indenlandske obligationsefterspørgsel (a) er en funktion af det danske henholdsvis tyske obligationsrenteniveau, den finansielle formue og den indenlandske efterspørgsel. Det bemærkes, at der ikke indgår indenlandske alternativrenter i specifikationen. Det skyldes, at de ændringer i de alternative rentesatser, som foranlediges af obligationsrenteændringer, og som således også påvirker obligationsefterspørgslen, er medregnet i rentefølsomheden α_1 .

I den finansielle delmodel er den private ikke-finansielle sektors obligations-efterspørgsel specificeret dynamisk. Grunden til, at der i (a) er set bort fra denne dynamik er, at rentefølsomheden i den *samlede* indenlandske obligations-efterspørgsel i praksis er ens på kort og langt sigt. Den dynamiske tilpasning i den private ikke-finansielle sektors obligationsefterspørgsel modsvares stort set af en tilsvarende modgående dynamik i pengeinstitutternes obligationsefterspørgsel.²

Den udenlandske obligationsefterspørgsel (b) er specificeret i procentuelle

² Ved den normale opsætning af ADAM svarer α_1 til ca. 24.4 mia, 1980-kr. Denne rentefølsomhed vil typisk blive ændret, hvis det indenlandske porteføljevalg respecificeres. Fx. vil ændrede parameterestimater i de relationer som fastlægger pengeinstitutternes rentesatser slå ud i α_1 . Parametrene α_2 , α_3 og α_4 svarer til henholdsvis 2.3 mia. 1980-kr., 522 og 37.

ændringer, som en funktion af renteniveauets afvigelse fra det langsigtede ligevægtsniveau. Specifikationen (b) er en approksimation til den anvendte semilogaritmiske specifikation i den finansielle delmodel.³

Endelig bindes modellen sammen af ligevægtsbetingelsen (c), som tilsiger, at udbuddet af obligationer skal svare til efterspørgslen i ligevægt. Det eksogene obligationsudbud, Wz , svarer i ADAM-terminologi til de overordnede sektorer (primært statens og nationalbankens) nettoobligationsudbud fratrukket alle de beholdninger, som ikke er specificeret som en direkte funktion af modellens rentesatser.⁴

I modellen (a)-(c) er obligationsrenten den ligevægtsskabende faktor. I tilfælde af et eksogent stød vil obligationsrenten altså ændres, således at den rentefølsomme indenlandske henholdsvis udenlandske obligationsefterspørgsel tilpasser sig udbuddet.

Man kan selvfølgelig undre sig over, om modellen (a)-(c) virkelig kan reproducere mere udviklede multiplikatorberegninger. Det er imidlertid tilfældet.⁵ Fx kan konsekvenserne af et betalingsbalanceunderskud evalueres ved først at tage stilling til, om den tilsvarende finansielle nedsparring finder sted i den offentlige eller private sektor, subsidiært om staten obligationsfinansierer sit budgetunderskud. Herefter foretages beregningen ved at ændre obligationsudbuddet og den private sektors finansielle formue.

2.1. Nogle illustrative multiplikatorer

På baggrund af modellen (a)-(c) kan man ved induktion beregne de multiplikatorer, som er illustreret i tabel 1 på næste side. De første 6 multiplikatorer illustrerer første års effekten og de langsigtede effekter af en permanent ændring i obligationsudbuddet. Tilsvarende afspejler multiplikatorerne (7) til (12) de kort- og langsigtede konsekvenser af en permanent ændring af det tyske renteniveau. Alle multiplikatorer er beregnet med udgangspunkt i en situation, hvor det indenlandske renteniveau svarer til den langsigtede ligevægtsrente.⁶

³ Parametrene β_1 og β_2 svarer til henholdsvis 25.05 og 8.35

⁴ En stigning i de private eller offentlige fondes formue, vil i modellen (a)-(c) blive registreret som et fald i det eksogene obligationsudbud

⁵ Der er naturligvis en (forsvindende lille) forskel på multiplikatorerne beregnet på modellen a) - c) og den finansielle delmodel. Denne forskel skyldes primært, at der ikke er taget højde for dynamikken i den private ikke-finansielle sektors obligationsefterspørgsel i modellen a) - c).

⁶ Multiplikatorerne er beregnet i appendiks

Tabel 1. Multiplikatorer

Obligationrente,
 $iwbz$

Udenlandsk obligationsbeholdning,
 $wfbz$

Indenlandsk obligationsbeholdning,
 $wpbz$

Ændring i
Obligationssudbud, Wz

(1)

$$\text{år 1: } \bar{m}_1 = \frac{1}{\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0}$$

(2)

$$\bar{w}_1 = \frac{\beta_1 Wfbz_0}{\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0}$$

(3)

$$\bar{h}_1 = 1 - \bar{w}_1$$

år n:

(4)

$$\bar{m}_n = \bar{m}_1 \prod_{i=1}^{n-1} (1 - T_i)$$

(5)

$$\bar{w}_n = \left[1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0} \prod_{i=1}^{n-1} (1 - T_i) \right]$$

(6)

$$\bar{h}_n = 1 - \bar{w}_n$$

Ændring i
den tyske rente, $iwbz^*$

(7)

$$\text{år 1: } m_1 = 1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0}$$

(8)

$$w_1 = (\alpha_2 - \alpha_1) \frac{\beta_1 Wfbz_0}{\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0}$$

(9)

$$h_1 = -w_1$$

år n:

(10)

$$m_n = 1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0} \prod_{i=1}^{n-1} (1 - T_i)$$

(11)

$$w_n = (\alpha_2 - \alpha_1) \left[1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0} \prod_{i=1}^{n-1} (1 - T_i) \right]$$

(12)

$$h_n = -w_n$$

Tilpasningshastighed:

$$T_n = \frac{(\beta_1 + \beta_2) Wfbz_n}{\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_n}$$

2.2. Første-års effekterne

*Ikke overraskende vil en stigning i obligationsudbuddet medføre en rentestigning det første år - jf. (1). Størrelsen af denne rentestigning ses at afhænge af den samlede obligationsefterspørgsels følsomhed overfor renteændringer i den betragtede periode. Jo større rentefølsomheden er i den danske henholdsvis udenlandske obligationsefterspørgsel, jo mindre rentestigning vil være påkrævet for at reetablere ligevægt. Det ses desuden, at rentefølsomheden i den udenlandske obligationsefterspørgsel vokser med niveauet for $Wfbz$. En stor udenlandsk kroneobligationsbeholdning medfører altså, at rentemultiplikatoren på kort sigt vil være forholdsvis lille. Nævneren i denne kortsigtede multiplikator - den samlede obligationsefterspørgsels rentefølsomhed i den betragtede periode ($\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0$) - kaldes i det følgende for *basisrentefølsomheden*.*

Stigningen i renteniveauet det første år indebærer, at ind- og udlændingene er villige til at opkøbe stigningen i obligationsudbuddet. Fordelingen af stigningen i den udestående obligationsmasse mellem ind- og udlændinge sker med rentefølsomheden i den inden- henholdsvis udenlandske obligationsefterspørgsel som vægte. Man kan overbevise sig om, at hele stigningen i obligationsbeholdningen bliver opkøbt ved at summe (2) og (3).

En stigning i den tyske rente (det langtsigtede ligevægtsrenteniveau) vil naturligvis også give anledning til en rentestigning det første år - jf. (7). Størrelsen af denne rentestigning, vil imidlertid afhænge af om parametrene α_1 og α_2 er lige store. Hvis dette er tilfældet, vil renteniveauet straks tilpasse sig sit nye ligevægtsniveau. Denne tilpasning vil endda foregå uden at ind- eller udlændingene ændrer obligationsbeholdningen - jf. (8) og (9).

I ADAM er den indenlandske obligationsefterspørgsel imidlertid kun i mindre grad følsom over for ændringer i det udenlandske renteniveau ($\alpha_1 > \alpha_2$). Den tyske rentestigning vil således medføre en dansk rentestigning det første år, som er betydelig mindre end den tyske. Det betyder, at udlændingene finder det fordelagtigt at sælge en del af obligationsbeholdningen det første år. Da obligationsudbuddet er uændret i dette eksperiment, vil renteniveauet tilpasse sig således, at indlændingene lige netop ønsker at købe de obligationer, som udlændingene gerne vil sælge (multiplikatorerne (8) og (9) summer altså til 0).

2.3. Rentemultiplikatorer på langt sigt

På langt sigt er multiplikatoregenskaberne i modellen (a)-(c) (og i ADAM) formuleret eksplicit i relationen for udlændingenes beholdning af kroneobligationer. Hvis visse konvergenskriterier er opfyldt, kan en permanent ændring i det indenlandske renteniveau kun forekomme i forbindelse med en ændring i det langtsigtede ligevægtsrenteniveau, $iwbz^*$. På langt sigt vil en ændring i obligationsudbuddet, den finansielle formue eller den indenlandske efterspørgsel altså ikke påvirke det indenlandske renteniveau.

I eksperimentet, hvor *den tyske rente ændres permanent*, vil det indenlandske renteniveau konvergere mod sit ligevægtsniveau i overensstemmelse med (10) i tabel 1. Det lidt komplicerede udtryk i (10) kan med fordel omskrives til en første ordens differensligning:

$$\begin{aligned} \text{Lad } m &= \frac{\partial iw_{bz}}{\partial iw_{bz}^*} . \text{ Da gælder jf. (10) :} \\ \frac{m_n - 1}{m_{n-1} - 1} &= 1 - T_{n-1} \Leftrightarrow \\ m_n &= m_{n-1} + T_{n-1}(m_L - m_{n-1}) , \text{ hvor } m_L = 1 \end{aligned} \quad (d)$$

Tilpasningen kan således beskrives ved en første-ordens differensligning, som konvergerer mod langsigtsmultiplikatoren $m_L=1$ (fuldt gennemslag) under visse, ikke særligt restriktive betingelser - jf. nedenfor.⁷ Udtrykket (10) har således en forholdsvis enkel tolkning: multiplikatoren i hver periode vil svare til summen af multiplikatoren i forrige periode og en andel, T , af uligevægten (eller den manglende tilpasning) i sidste periode. Rentenniveauets konvergens mod sit ligevægtsniveau følger altså princippet om partiel tilpasning, med en tilpasningshastighed svarende til T . Hvis tilpasningshastigheden er i nærheden af 1, vil tilpasningen foregå meget hurtigt. Befinder tilpasningshastigheden sig alternativt i nærheden af 0 (eller 2), vil tilpasningen foregå langsomt.

Tilpasningshastigheden er angivet nederst i tabel 1 og ses at afhænge af forholdet mellem den samlede rentefølsomhed i den *udenlandske* obligations efterspørgsel og basisrentefølsomheden.⁸ Hvis den samlede rentefølsomhed i den udenlandske obligationsefterspørgsel er stor i forhold til basisrentefølsomheden vil rentenniveauet hurtigt tilpasse sig ligevægtsniveauet. Omvendt selvfølgelig hvis den samlede rentefølsomhed i den udenlandske obligationsefterspørgsel er lille.

I modsætningen til den traditionelle model for partiel tilpasning er (d) imidlertid kendetegnet ved, at tilpasningshastigheden, T , er endogen.

⁷ Når konvergenzkriterierne opfyldes kan langsigtsmultiplikatoren bestemmes som følger:

$$\begin{aligned} \text{lad } m &= \frac{\partial iw_{bz}}{\partial iw_{bz}^*}, \\ m_n &= m_{n-1} + T_{n-1}(1 - m_{n-1}) \Leftrightarrow m_n - m_{n-1}(1 - T_{n-1}) = T_{n-1} \Leftrightarrow \\ m_n &= m_L = 1 \text{ når } m_n = m_{n-1} \end{aligned}$$

⁸ Med de nuværende parameterestimater og et niveau for $Wfbz$ på ca. 52 mia. 1980 kr. vil tilpasningshastigheden omtrentligt svare til ca. $\frac{1}{2}$.

Tilpasningshastigheden afhænger af niveauet for $Wfbz$ i multiplikatorforløbet. Helt præcist vil tilpasningshastigheden stige i et eksperiment, som indebærer, at renteniveauet initialt er steget i forhold til sit ligevægtsniveau. Det skyldes, at den udenlandske obligationsbeholdning - og dermed rentefølsomheden i den udenlandske obligationsefterspørgsel - stiger med niveauet for $Wfbz$.⁹ Omvendt vil tilpasningshastigheden falde i et eksperiment hvor renteniveauet initialt falder i forhold til sit ligevægtsniveau.

I eksperimentet, hvor *obligationsudbuddet ændres permanent*, vil rentemultiplikatoren også nærme sig sit ligevægtsniveau med en hastighed, som dikteres af tilpasningshastigheden T_n - jf. (4). I modsætning til i eksperimentet, hvor ligevægtsrenteniveauet ændres, vil en "open-market operation" imidlertid ikke påvirke renteniveauet på langt sigt - rentemultiplikatoren vil konvergere mod 0. I dette tilfælde kan multiplikatoren skrives:

$$\text{Lad } \bar{m} = \frac{\partial iw_b z}{\partial W_z} . \text{ Da gælder jf. (4) :} \quad (e)$$

$$\bar{m}_n = \bar{m}_{n-1} + T_{n-1}(\bar{m}_L - \bar{m}_{n-1}) , \text{ hvor } \bar{m}_L = 0$$

2.4 Obligationsbeholdningerne på langt sigt

Jf. ligevægtsbetingelsen (c) vil summen af den inden- og udenlandske obligationsbeholdning altid svare til det eksogene obligationsudbud. Denne identitet implicerer, at tilpasningen i den udenlandske obligationsbeholdning vil være et spejlbillede af tilpasningen i den indenlandske.

En stigning i det langsigtede ligevægtsrenteniveau (fx forårsaget af en stigning i den tyske rente) vil give anledning til, at udlændingene succesivt nedbringer obligationsbeholdningen i overensstemmelse med (11) i tabel 1 (det gælder jo at $\alpha_1 > \alpha_2$ i den finansielle delmodel i ADAM. Desuden forudsættes konvergens: $|1 - T_n| < 1 \forall n \in N$). Den successive tilpasning i den udenlandske obligationsbeholdning medfører et opadgående pres på det danske renteniveau. På langt sigt sikrer den fortsatte tilpasning i den udenlandske obligationsbeholdning, at det danske renteniveau konvergerer mod sit ligevægtsniveau.

Da udtrykket (11) kan være vanskeligt at tolke, er det formålstjenligt at omskrive udtrykket til en første ordens differensligning:

$$\text{Lad } w = \frac{\partial Wfbz}{\partial iw_b z^*} . \text{ Da gælder jf. (11):} \quad (f)$$

$$w_n = T_{n-1}(\alpha_2 - \alpha_1) + (1 - T_{n-1})w_{n-1}$$

⁹ Dette gælder indtil $Wfbz$ når et niveau som opfylder at: $\beta_2 Wfbz_1 = \alpha_1 \leftrightarrow T_n = 1$. Hvis $Wfbz$ stiger yderligere, vil tilpasningshastigheden begynde at aftage og tilpasningen vil være cyklisk.

Da det forudsættes, at renteniveauet konvergerer mod sit ligevægtsniveau, kan langsigt-multiplikatoren, w_L , skrives som:¹⁰

$$w_L = (\alpha_2 - \alpha_1) \quad (g)$$

Indsubstitueres dette udtryk i (f) kan tilpasningen i den udenlandske obligationsbeholdning skrives på den enkle form:

$$w_n = w_{n-1} + T_{n-1}(w_L - w_{n-1}) \quad , \quad \text{hvor } w_L = (\alpha_2 - \alpha_1) \quad (h)$$

Det ses således at udlændingenes obligationsbeholdning også tilpasses *partielt*, og at tilpasningshastigheden svarer til T .

Identiteten (c), der naturligvis er opfyldt i alle multiplikatoreksperimenter, indebærer, at den indenlandske obligationsbeholdning kan beskrives af en første ordens differensligning svarende til (f). Dette kan naturligvis også udledes analytisk på baggrund af (12):

$$\begin{aligned} \text{Lad } h &= \frac{\partial Wpbz}{\partial iw_bz^*} \quad . \quad \text{Da gælder jf. (12):} \\ h_n &= h_{n-1} + T_{n-1}(h_L - h_{n-1}) \quad , \quad \text{hvor } h_L = (\alpha_1 - \alpha_2) \end{aligned} \quad (i)$$

Beholdningernes tilpasning til langsigt-niveauet kan generelt skrives på formen (h) og (i). Det eneste, som vil variere i de betragtede eksperimenter er de langsigtede multiplikatorer w_L og h_L . I alle multiplikatoreksperimenter vil både renteniveauet og den inden- henholdsvis udenlandske obligationsbeholdning altså tilpasse sig i overensstemmelse med den modificerede model for partiel tilpasning.

Dette gælder naturligvis også i eksperimentet, hvor *obligationsudbuddet ændres*. En stigning i obligationsudbuddet vil kun påvirke den indenlandske obligationsefterspørgsel via de afledte ændringer i det indenlandske renteniveau. Da en ændring i obligationsudbuddet ikke har langsigtede renteeffekter (jf. (e)), vil den indenlandske obligationsbeholdning således være uændret på langt sigt:

$$\begin{aligned} \text{Lad } \bar{h} &= \frac{\partial wpbz}{\partial \bar{W}_z} \quad . \quad \text{Da gælder jf. (6):} \\ \bar{h}_n &= \bar{h}_{n-1} + T_{n-1}(\bar{h}_L - \bar{h}_{n-1}) \quad , \quad \text{hvor } \bar{h}_L = 0 \end{aligned} \quad (j)$$

¹⁰ Når renteniveauet har tilpasset sig sit ligevægtsniveau ønsker udlændingene ikke at ændre obligationsbeholdningen - jf. (b). Den langsigtede ændring i den udenlandske obligationsbeholdning, kan således bestemmes ved at sætte $w_n = w_{n-1}$ i (f).

Hele ændringen i obligationsudbuddet vil altså blive modsvaret af en tilsvarende ændring i den udenlandske obligationsbeholdning, svarende til en offset-koefficient på -1. Tilpasningen i den udenlandske obligationsbeholdning får formen:

$$\text{Lad } \bar{w} = \frac{\partial Wfbz}{\partial \bar{Wz}} . \text{ Da gælder jf. (5):} \quad (k)$$

$$\bar{w}_n = \bar{w}_{n-1} + T_{n-1}(\bar{w}_L - \bar{w}_{n-1}) , \text{ hvor } \bar{w}_L = 1$$

3. Modellens konvergenssegenskaber

Det fremgik af forrige afsnit, at renteniveaet og obligationsbeholdningernes tilpasning til ligevægtsniveauet kan beskrives af modellen for partiel tilpasning, dog med den modifikation, at tilpasningshastigheden, T , er endogen. Hvorvidt renteniveaet vitterligt konvergerer mod sit ligevægtsniveau, afhænger således af denne tilpasningshastighed og dermed af modellens parametre og niveauet for $Wfbz$.

Da rentenmultiplikatorernes tilpasning kan beskrives af en første-ordens differensligning jf. (d) og (e), vil følgende krav til de estimerede parametre og $Wfbz$ sikre, at renteniveaet altid konvergerer mod den langsigtede ligevægtsrente:

i) Monoton konvergens:

$$0 < T_n \leq 1 \quad \leftrightarrow \quad \alpha_1 > \beta_2 Wfbz_n \quad \wedge \quad \beta_1 > -\beta_2$$

ii) Cyklisk konvergens:

$$1 < T_n < 2 \quad \leftrightarrow \quad \alpha_1 < \beta_2 Wfbz_n \quad \wedge \quad \beta_2 Wfbz_n < \beta_1 Wfbz_n + \alpha_1$$

Hvorvidt tilpasningen til det langsigtede ligevægtsniveau sker cyklisk eller monotont, afhænger hermed af niveauet for $Wfbz$ i multiplikatoreksperimentet. Af (i) og (ii) ovenfor fremgår det, at tilpasningen vil foregå monotont (cyklisk) hvis den indenlandske obligationsefterspørgsels rentefølsomhed, α_1 , er større (mindre) end den udenlandske obligationsefterspørgsels følsomhed overfor ændringer i rentespændet i forrige periode, $\beta_2 Wfbz_{-1}$.

Ved det nuværende niveau for $Wfbz$ (ca. 52 mia. 1980-kr.) og med den normale opsætning af ADAM vil renteniveaet konvergere monotont mod sit ligevægtsniveau. De estimerede rentefølsomheder i ADAM tilsiger, at den udenlandske obligationsbeholdning skal være større end ca. 280 mia. 1980-kr. før renteniveaet tilpasser sig erratisk.¹¹

¹¹ Bet bemærkes i øvrigt, at renteniveaet altid konvergerer monotont, selv når den udenlandske obligationsbeholdning bliver uendelig stor, hvis den udenlandske obligationsefterspørgsel kun afhænger af rentespændet i indværende periode (d.v.s. når $\beta_2=0$)

I forlængelse heraf bør det imidlertid understreges, at rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel ændres når værdien af parametrene $krea4$ og i i særdeleshed $kiwl$ - modificeres. Hvis parameteren $kiwl$ sættes lig 1, vil renteniveauet tilpasse sig cyklisk allerede ved det nuværende niveau for $Wfbz$. Det skyldes at rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel, α_1 , bliver betydeligt mindre end den udenlandske obligationsefterspørgsels følsomhed overfor rentespændet i forrige periode. Problemet er imidlertid ikke særlig stort, fordi tilpasningshastigheden, T , i denne situation, vil være numerisk stor - tilpasningen sker meget hurtigt.

3.1 Et grænsetilfælde - udlændingene sælger hele obligationsbeholdningen

I praksis vil konvergenskravene i) og ii) altid være opfyldt, med mindre udlændingene når at sælge hele obligationsbeholdningen inden tilpasningen er til ende - dvs. inden renteniveauet atter svarer til den langsigtede ligevægtsrente.

Hvis det danske renteniveau falder i forhold til sit ligevægtsniveau, vil udlændingene sælge ud af obligationsbeholdningen, hvorved rentefølsomheden i den udenlandske obligationsefterspørgsel falder. Hvis udlændingene sælger hele obligationsbeholdningen inden tilpasningen er til ende, vil den mekanisme, som normalt sikrer at renteniveauet konvergerer mod sit ligevægtsniveau, ikke længere være til stede. I modellen (a)-(c) vil den denne særlige situation indebære, at tilpasningshastigheden T konvergerer mod 0:

$$\lim_{Wfbz \rightarrow 0} T \rightarrow 0 \quad (l)$$

Jf. multiplikatorerne (d) og (e), vil dette desuden indebære, at rentemultiplikatorernes konvergens mod ligevægtsniveauet ikke længere kan garanteres:

jf. (d) findes at:

$$\lim_{T_n \rightarrow 0} m_n = m_{n-1} \quad (\neq m_L) \quad (m)$$

Jf. (e) gælder at:

$$\lim_{T_n \rightarrow 0} \bar{m}_n = \bar{m}_{n-1} \quad (\neq \bar{m}_L) \quad (n)$$

Renteniveauet vil således stabilisere sig på et niveau, der - som hovedregel - adskiller sig fra det ligevægtsrenteniveau, som eksplicit er formuleret i specifikationen af den udenlandske obligationsefterspørgsel. Det vil gælde alle tænkelige eksperimenter, hvis udlændingene når at sælge hele obligationsbeholdningen, før tilpasningen er til ende.

Vi kan nu formulere de betingelser, som skal opfyldes, for at rentemultiplikatorerne skal konvergere mod deres ligevægtsniveau. Det selvfølgelig krav

er naturligvis, at udlændingene ikke når at sælge hele deres obligationsbeholdning inden tilpasningen er til ende. Betragtes i første omgang eksperimentet: *en permanent ændring i obligationsudbuddet*, kan betingelsen for konvergens skrives på formen:¹²

$$Wfbz_n^g > \alpha_1 \Delta iwz_n - \Delta \bar{Wz} \quad (\leq -\bar{w}_L \Delta \bar{Wz} \quad , \quad \bar{w}_L = 1) \quad (o)$$

Hvor $Wfbz_n^g$ udtrykker den udenlandske obligationsbeholdning i grundforløbet. Et stort delta står for den *absolutte* ændring i den relevante variabel. Multiplikatorerne er altså ikke normeret med det betragtede stød.¹³

På langt sigt vil rentemultiplikatoren konvergere, hvis betingelsen (o) er opfyldt. Dette kræver, at den udenlandske obligationsbeholdning i grundforløbet er større end den *negative* ændring i obligationsudbuddet. Udlændingene skal altså være i stand til at "opsuge" den initiale ændring i obligationsudbuddet (i betingelsen (o) er rentemultiplikatoren lig 0 på langt sigt - jf (e)). Dette betyder specielt, at renteniveauet altid konvergerer imod sit ligevægtsniveau, hvis eksperimentet indebærer en stigning i obligationsudbuddet. Som et generelt resultat kan det vises, at renteniveauet altid konvergerer i eksperimenter, som medfører, at renteniveauet initialt stiger i forhold til sit ligevægtsniveau.

Hvis obligationsudbuddet alternativt falder, så vil renteniveauet imidlertid ikke altid konvergere mod sit ligevægtsniveau. Er faldet i obligationsudbuddet således større end den udenlandske obligationsbeholdning i grundforløbet, vil båndet mellem det danske henholdsvis tyske renteniveau nemlig *altid* briste uanset størrelsen af rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel.

Betingelsen (o) indikerer imidlertid, at størrelsen af rentefølsomheden i den indenlandske rentefølsomhed, α_1 , har indflydelse på, hvornår båndet mellem det danske og tyske renteniveau brister — dvs. det tidspunkt hvor udlændingene har solgt hele deres obligationsbeholdning. I eksperimenter, hvor ligevægtsrenteniveauet er uændret, vil en stigning i den indenlandske rentefølsomhed udsætte det tidspunkt, hvor bindingen mellem det danske og tyske renteniveau ophører.

I eksperimentet, hvor *det langsigtede ligevægtsrenteniveau ændres permanent*,

¹² Denne konvergensbetingelse sikrer at: $T_n > 0 \quad \forall n > 0$

¹³ Den normerede udgave kan skrives:

$$\left| \frac{Wfbz_n^g}{\Delta \bar{Wz}} \right| > |\alpha_1 \bar{m}_n - \bar{w}_L| \quad , \quad (> |-\bar{w}_L| \quad , \quad \bar{w}_L = 1)$$

kan konvergensbetingelsen skrives:¹⁴

$$Wfbz_n^g > \alpha_1 \Delta iwbz - \alpha_2 \Delta iwbz^* \quad (\leq -w_L \Delta iwbz^* , w_L = \alpha_2 - \alpha_1) \quad (p)$$

på langt sigt vil konvergens betyde at: $\Delta iwbz \rightarrow \Delta iwbz^*$. Det ses således af (p), at hvis ligevægtsrenteniveauet initialt falder, så vil konvergenskriteriet altid være overholdt. Det skyldes naturligvis, at udlændingenes incitament til at holde kroneobligationer forøges i denne type eksperimenter.

Hvis ligevægtsrenteniveauet initialt stiger, kan konvergenskravet (p) blive brudt. Skal renteniveauet konvergere, kræves, at udlændingene er i stand til at sælge den mængde obligationer, som indlændingene gerne vil købe ved det nye, højere, indenlandske (og udenlandske) renteniveau. Udlændingenes beholdning af kroneobligationer i grundforløbet skal altså være større end den tilvækst i den indenlandske obligationsbeholdning, som foranlediges af den danske henholdsvis udenlandske rentestigning. Det er præcis det, som indeholdes i (p) (der gælder jo at $w_L = -h_L$).

Det fremgår af (p), at den indenlandske rentefølsomhed, α_1 , er af stor betydning for om renteniveauet konvergerer i dette eksperiment. En stigning i den indenlandske obligationsefterspørgsels rentefølsomhed stiller større krav til udlændingenes beholdning af kroneobligationer i grundforløbet og vil oftere medføre manglende konvergens i multiplikatoreksperimenter. Det modsatte er tilfældet ved en stigning i den indenlandske obligationsefterspørgsels følsomhed over for ændringer i det udenlandske renteniveau.

¹⁴ Den normerede udgave kan i dette tilfælde skrives:

$$\left| \frac{Wfbz_n^g}{\Delta iwbz^*} \right| > |\alpha_1 m_n - \alpha_2| , \quad (\leq |-w_L| , w_L = \alpha_2 - \alpha_1)$$

4. Nærmere om *Wfbz*-problemet

I det fremtidige arbejde med den finansielle delmodel i ADAM, er der flere problemer, som trænger sig på. På baggrund af modellen (a)-(c) er det muligt formulere flere af disse problemer forholdsvist præcist. Samtidig kan den reducerede model anvendes til at vurdere, hvordan de samlede modelegenskaber påvirkes af eventuelle løsningsmodeller.

Et af de problemer, som givetvis trænger sig mest på, er, at bindingen mellem det danske og tyske renteniveau kan ophøre i multiplikatoreksperimenter. Dette problem, der rent teknisk er skitseret afsnit 3.1, knytter sig til specifikationen af udlændingenes køb af kroneobligationer, der sikrer at udlændingenes beholdning ikke kan blive negativ.

Det er vigtigt at være opmærksom på at *Wfbz*-problemet ikke kan løses, hvis den lineære specifikation af det indenlandske porteføljevalg henholdsvis den logaritmiske specifikation af udlandets obligationsefterspørgsel bibeholdes. *Accepteres de eksisterende funktionsformer i den finansielle delmodel, vil enhver ændring i specifikationen af det indenlandske porteføljevalg kun påvirke rentedannelsen via rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel, α_1 .* Dette centrale resultat indebærer, at reestimation af det finansielle system eller et forsøg på at øge den indenlandske rentefølsomhed ved at specificere fx *Wzbf* som en *lineær* funktion af det dansk-tyske rentespænd givetvis *ikke* vil bære frugt.

Konsekvenserne af at ændre den indenlandske rentefølsomhed er gennemgået i afsnit 4.3. Afsnittet giver et indblik i den overordentligt tvetydige rolle den indenlandske obligationsefterspørgsels rentefølsomhed spiller i modellen. Afsnit 4.3 skal betragtes som et appendix.

I de næste afsnit skitseres 2 løsninger på *Wfbz*-problemet.

4.1 Linearisering af *Wfbz*-relationen

Wfbz-problemet kan løses ved at specificere den udenlandske obligationsefterspørgsel i absolutte ændringer, og ikke - som i øjeblikket - i logaritmiske ændringer.

Det har bl.a. været på tale at omskrive den nuværende *Wfbz*-relation, til en relation i absolutte ændringer med udgangspunkt i niveauet for *Wfbz* i 1990. Denne model er imidlertid forholdsvist utilfredsstillende, primært fordi den ikke kan forsvares statistisk. Rentefølsomheden i den udenlandske obligationsefterspørgsel vil, i et vist omfang, være grebet ud af den blå luft. En anden og mere tiltalende mulighed vil være, at anvende en estimeret relation for den

udenlandske obligationsefterspørgsel specificeret i absolutte ændringer.¹⁵

Et generelt problem, som knytter sig til de efterspørgselsfunktioner der er specificeret i absolutte ændringer er, at den modellerede beholdning kan blive negativ. Modelleres udlandets obligationsefterspørgsel således i absolutte ændringer, vil bindingen mellem det danske og tyske renteniveau, i visse tilfælde blive sikret ved, at udlændingene udbyder ("går kort i") kroneobligationer. I betragtning af de anselige porteføljeomlægninger der typisk kræves for at sikre båndet mellem det danske og tyske renteniveau, virker denne mekanisme nok forholdsvis urealistisk.

Konsekvenserne for de samlede modelegenskaber af at introducere en lineariiseret $Wfbz$ -relation, kan anskueliggøres på baggrund af modellen (a)-(c). Hvis $Wfbz$ -relationen lineariseres med udgangspunkt i niveauet for $Wfbz$ i 1990, kan specificationen af den udenlandske obligationsefterspørgsel (b), erstattes af udtrykket:

$$Wfbz_t = Wfbz_{t-1} + \hat{\beta}_1(iwbz_t - iwbz_t^*) + \hat{\beta}_2(iwbz_{t-1} - iwbz_{t-1}^*) \quad (q)$$

$$\text{hvor } \hat{\beta}_1 = \beta_1 Wfbz_{90} \quad , \quad \hat{\beta}_2 = \beta_1 Wfbz_{90}$$

Rentefølsomheden i den udenlandske obligationsefterspørgsel, vil således ikke længere være en funktion af niveauet for $Wfbz$ i det betragtede multiplikatorforløb. Det betyder bl.a., at tilpasningsparameteren er konstant og at obligationsbeholdningernes henholdsvis renteniveaus tilpasning i multiplikator-eksperimenter kan beskrives af modellen for partiel tilpasning.

Tilpasningshastigheden kan skrives:

$$\hat{T} = \frac{\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2}{\alpha_1 + \hat{\beta}_1} \quad (r)$$

Rentemultiplikatorene i den modificerede model i forbindelse med en ændring i ligevægtsrenteniveauet henholdsvis obligationsudbuddet er illustreret i tabel 2 på næste side.

Rentemultiplikatorerne i tabel 2 har samme struktur som de tilsvarende multiplikatorer præsenteret i tabel 1. Den helt centrale forskel er, at multiplikatorerne ikke længere afhænger af udviklingen i den udenlandske obligationsbeholdning i multiplikatorforløbet. Første-års multiplikatorerne og den hastighed hvormed renteniveauet nærmer sig sit ligevægtsniveau, vil ikke længere afhænge af det anvendte grundforløb.

¹⁵ I Per Bremer Rasmussen, Britt Andresen: "Relationen for udlandets beholdning af danske obligationer" (d 16.9-91), skildres et antal estimationer af udlandets obligationsefterspørgsel specificeret i absolutte ændringer.

Tabel 2. Rentemultiplikatorer (lineariseret *Wfbz*-relation)

		Første-års effekt	Multiplikator i periode n
Ændring i obligationsudbud,	Wz	$\widehat{m}_1 = \frac{1}{\alpha_1 + \widehat{\beta}_1}$	$\widehat{m}_n = \widehat{m}_1 (1 - \widehat{T})^{n-1}$
Ændring i tysk rente,	$iwbz^*$	$m_1 = 1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \widehat{\beta}_1}$	$m_n = 1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \widehat{\beta}_1} (1 - \widehat{T})^{n-1}$

Endelig vil en linearisering af *Wfbz* løse konvergensproblemet, idet den udenlandske obligationsbeholdning nu kan blive negativ - jf (v). I praksis vil renteniveauet altid konvergere mod det langsigtede ligevægtsniveau.¹⁶

Lineariseres den nuværende *Wfbz*-relation med udgangspunkt i niveauet for *Wfbz* i 1990, kan modelligningen skrives:¹⁷

$$\begin{aligned} \frac{Wfbz}{pytr} = \frac{Wfbz_{-1}}{pytr_{-1}} + [& 13185 (iwbz - iwbdm - 0.0083) \cdot 100 \\ & + 4395 (iwbz_{-1} - iwbdm_{-1} - 0.0083) \cdot 100 \\ & - 6458 Dlog(pcp/pcpt) \cdot 100 \\ & - 9452 Dlog(pcp/pcpt)_{-1} \cdot 100 \\ & - 1670 Dlog(pcp/pcpt)_{-2} \cdot 100 \end{aligned} \quad (s)$$

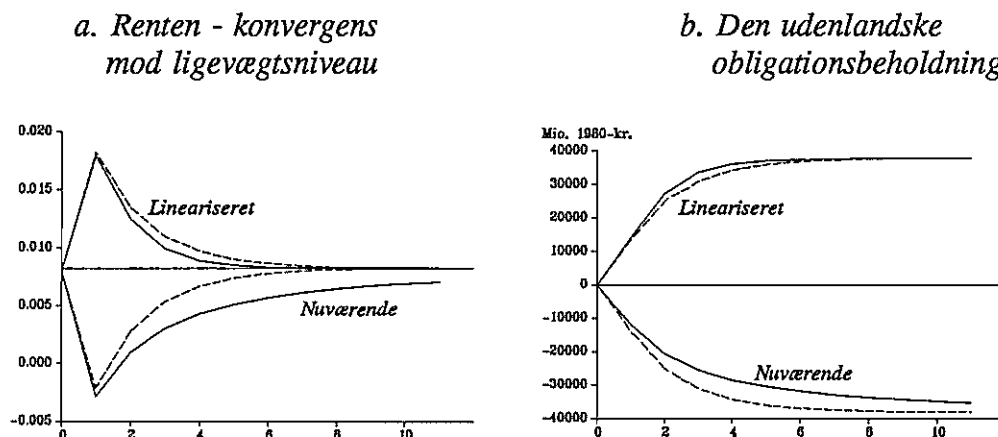
I figur 1 på næste side illustreres konsekvenserne af at erstatte den nuværende *Wfbz*-relation med den lineariserede udgave (s), i forbindelse med en permanent stigning henholdsvis et permanent fald i obligationsudbuddet.

Det fremgår, at første-års multiplikatorerne stort set er ens, hvilket afspejler, at den lineariserede udgave kan betragtes som en lokal approksimation til den nuværende specifikation. Desuden implicerer den lineariserede udgave at multiplikatorerne er symmetriske - tilpasningshastigheden er uafhængig af niveauet for *Wfbz* i multiplikatorforløbet.

¹⁶ Tilpasningen vil imidlertid stadig være eratisk, hvis parametren *kiw1* sættes lig 1.

¹⁷ Det bemærkes at deflateren er indraget eksplicit i modsætning til i den resterende del af papiret. Beholdningerne i udtrykket (s) er altså opgjort i løbende priser.

Figur 1. Effekter af en stigning henholdsvis et fald i obligationsudbuddet



Anm: Multiplikatorerne over X-aksen repræsenterer effekterne af en *stigning* i obligationsudbuddet

Endelig vil den samlede models langsigtegenskaber være uændrede, hvis *Wfbz*-relationen lineariseres som i (s) - jf. figur 1.a. Det langsigtede ligevægtsrenteniveau specificeret i (c) henholdsvis i den nuværende relation er altså ens.

4.2 Ændringsrelation for indlændingenes nettolåntagning i udlandet, *Wflp*

Danskernes nettolåntagning i udlandet, *Wflp*, er i øjeblikket bestemt residualt og afhænger lineært af bla. den danske og tyske pengemarkedsrente og af den private sektors finansielle formue.

Wfbz-problemet kan løses ved at specificere nettolåntagningen i udlandet i absolute ændringer, som en funktion af det dansk-tyske rentespænd.¹⁸ Dette vil betyde, at nettolåntagningen succesivt vil vokse, når det indenlandske renteniveau overstiger sit ligevægtsniveau. Nettolåntagningen i udlandet kunne fx skrives:

$$Wflp_t = Wflp_{t-1} + \theta(iwbz - iwbz^*) \quad (u)$$

Specifikationen (u) kræver et par kommentarer: For det første bør det understreges, at det ligevægtsrenteniveau, der indgår i (u), bør være det samme som det ligevægtsrenteniveau der direkte er specificeret i *Wfbz*-relationen. Hvis dette ikke er tilfældet, vil modellens langsigtegenskaber afhænge af om *Wfbz*-relationen eller *Wflp*-relationen dominerer tilpasningen. Det langsigtede

¹⁸ En anden mulighed er, at specificere bankernes valutastilling, *Wbvf*, i absolute ændringer som en funktion af det dansk-tyske rentespænd og lade valutastillingen indgå i bestemmelsen af bankernes obligationsbeholdning. Denne model vil have de samme konsekvenser for modelegenskaberne, men vil givetvis medfører at bankernes obligationsbeholdning ofte bliver negativ. En af fordelene ved at anvende *Wflp* er, at det primært er nettostørrelser som kan gå hen og blive negative - nemlig *wpbz* og *Wnlb*.

ligevægtsrenteniveau vil altså ikke være entydigt. Hvis man alligevel vælger at introducere to ligevægtsrentespænd, vil obligationsbeholdningerne ikke konvergere i multiplikatoreksperimenter. Dette er selvfølgelig en uholdbar langsigtegenskab og får givetvis betydelige konsekvenser for rentestrømmene mellem modellens sektorer.

For det andet bør det påpeges, at der ikke er plads til flere niveauvariabler på højresiden af (u). Hvis den finansielle formue i niveau fx introduceres på højresiden, vil det langsigtede ligevægtsrenteniveau pludselig blive formueafhængigt.

Endelig bør rentespændet ikke indgå lagget i (u). Hvis dette er tilfældet, vil renteniveauets tilpasning til ligevægtsniveauet tendere mod at være cyklisk.

Den ændring i nettolåntagningen, som finder sted når renteniveauet afviger fra ligevægtsniveauet skal naturligvis placeres på de indenlandske kapitalmarkeder. I praksis skal formuerestriktionen for hele den private sektor opfyldes. Formuerestriktionen for sektoren kan skrives:¹⁹

$$\overline{Wq}_t = Wpbz_t + \text{Likviditet}_t - Wflp_t \quad (v)$$

Man kunne forledes til at tro, at en isoleret ændring i den udenlandske nettolåntagning ville påvirke placeringspotentialer Wq i (v). Dette placeringspotentialer er imidlertid eksogent for den private sektors rentefølsomme porteføljevalg og bestemmes som sektorens finansielle formue fratrukket alle de beholdninger som enten er eksogene eller bestemt af adfærden i de øvrige sektorer. For at opfylde budgetrestriktionen (v) må vi således kræve, at en ændring i nettolåntagningen i udlandet enten placeres i obligationer eller i primær likviditet. En stigning i indlændingenes nettolåntagning i udlandet vil således kun give anledning til en "balanceoppustning".

Hvis en andel, α_5 , af indlændingenes nettolåntagning i udlandet, placeres i obligationer, kan den modificerede ligning for danskernes obligationsefterspørgsel skrives:

$$Wpbz_t = Wpbz_0 + \alpha_1 iw bz_t - \alpha_2 iw bz_t^* + \alpha_3 Wq_t + \alpha_4 Ytr + \alpha_5 Wflp_t \quad (a')$$

Det skitserede løsningsforslag indebærer, at den reducerede model (a)-(c) erstattes af ligningerne (a'), (b), (c) og (u). Den nye model adskiller sig bla. fra modellen (a)-(c) ved at tilpasningsparameteren modificeres. Det er vist i appendiks, at tilpasningsparameteren kan skrives på formen:

¹⁹ Likviditet skal her opfattes som pengeinstitutternes beholdning af sedler, mønt og giroindskud, $Wbcz$, den private ikke finansielle sektors beholdning af sedler mønt og giroindskud, $Wpcz$, fratrukket pengeinstitutternes lån i nationalbanken, $Wnlb$

$$\tilde{T}_n = \frac{\alpha_5 \theta + (\beta_1 + \beta_2) Wfbz_n}{\alpha_5 \theta + \alpha_1 + \beta_1 Wfbz_n} \quad (x)$$

Det afgørende problem i den nuværende modelversion er, at tilpasningsparameteren går mod 0, hvis udlændingene sælger hele obligationsbeholdningen inden tilpasningen er til ende. I den modificerede udgave vil dette ikke forekomme. Selvom udlændingene har solgt hele obligationsbeholdningen vil indlændingene stadig mindske nettolåntagningen i udlandet, hvilket påvirker renteniveauet i opadgående retning (tilbagebetaling af lån sker jo bla. ved at den private sektor mindsker obligationsefterspørgslen). Dette fremgår da også af (x):

$$\tilde{T} \rightarrow \frac{\alpha_5 \theta}{\alpha_5 \theta + \alpha_1} \text{ for } Wfbz \rightarrow 0 \quad (y)$$

Da tilpasningsparameteren ikke længere konvergerer mod 0 er *Wfbz*-problemet altså løst.

Den modificerede models multiplikatoregenskaber er illustreret i tabel 3 på næste side.

Rentemultiplikatorerne har samme struktur, som de multiplikatorer der er skildret i tabel 1. Den eneste forskel er, at rentefølsomheden i *Wflp*-relationen er introduceret i basisrentefølsomheden (nævneren i førsteårsmultiplikatoren) og i bestemmelsen af tilpasningshastigheden. Meget peger på, at det skitserede løsningsforslag vil give anledning til, at renteniveauet tilpasses hurtigere end tilfældet er i den nuværende modelversion.

Multiplikatorerne for obligationsbeholdningerne adskiller sig fra dem i tabel 1, fordi indlændingene nu også succesivt ændrer obligationsbeholdningen indtil renteniveauet svarer til sit ligevægtsniveau. Det betyder bla. at tilpasningen vil ske hurtigere men også, at der ikke stilles så store krav til udlandets beholdning af kroneobligationer i grundforløbet.

I eksperimentet hvor *obligationsudbuddet øges permanent*, kan den langsigtede ændring i den indenlandske obligationsbeholdning - jf (4) i tabel 3 - skrives:

$$\bar{h}_L = \bar{h}_L + \alpha_5 \frac{\partial Wflp_\infty}{\partial \bar{Wz}} = \alpha_5 \theta \bar{m}_1 \left[1 + \sum_{j=1}^{\infty} \prod_{i=1}^j (1 - \tilde{T}) \right] \text{ idet } \bar{h}_L = 0 \text{ jf. (j)} \quad (z)$$

Tabel 3. Multiplikatorer i den modificerede model

Ændring i obligationsudbuddet, Wz

	Rentemultiplikatorer	Indenlandsk obligationsbeholdning
	(1)	(3)
Kort sigt (1 år)	$\tilde{m}_1 = \frac{1}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0}$	$\tilde{h}_1 = \frac{\alpha_1 + \alpha_5 \theta}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0}$
	(2)	(4)
Periode n	$\tilde{m}_n = \tilde{m}_1 \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \tilde{T}_i)$	$\tilde{h}_n = \left[\alpha_1 \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \tilde{T}_i) + \alpha_5 \theta \left(1 + \sum_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^j (1 - \tilde{T}_i) \right) \right] \tilde{m}_1$

Ændring i den tyske rente, $iwbz^*$

	Rentemultiplikatorer	Indenlandsk obligationsbeholdning
	(5)	(7)
Kort sigt (1 år)	$\tilde{m}_1 = 1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0}$	$\tilde{h}_1 = (\alpha_1 - \alpha_2) \left[1 - \frac{\alpha_1 + \alpha_5 \theta}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \right]$
	(6)	(8)
Periode n	$\tilde{m}_n = 1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \tilde{T}_i)$	$\tilde{h}_n = (\alpha_1 - \alpha_2) \left[1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \tilde{T}_i) \right] - (\alpha_1 - \alpha_2) \frac{\alpha_5 \theta}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \left[1 + \sum_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^j (1 - \tilde{T}_i) \right]$

Denne langsigteffekt kan udelukkende tilskrives, at indlændingene succesivt ændrer nettolåntagningen i udlandet når renteniveauet adskiller sig fra det langsigtede ligevægtsrenteniveau. Den langsigtede ændring i den udenlandske obligations-beholdning er naturligvis givet ved $1-(z)$.

I eksperimentet, hvor *den tyske rente ændres permanent*, kan den langsigtede ændring i den indenlandske obligationsbeholdning tilsvarende skrives:

$$\tilde{h}_L = h_L + \alpha_5 \frac{\partial Wflp_\infty}{\partial iwbz^*} \leftrightarrow$$

$$\tilde{h}_L = (\alpha_1 - \alpha_2) - (\alpha_1 - \alpha_2) \frac{\alpha_5 \theta}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \left[1 + \sum_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^j (1 - \tilde{T}_i) \right] \quad \text{jf. (i)} \quad (\text{æ})$$

Det kan vises, at renteniveauet og obligationsbeholdningerne tilpasser sig det langsigtede ligevægtsniveau i overensstemmelse med en modificeret model for partiel tilpasning. I modsætning til multiplikatorerne i tabel 1, vil det langsigtede ligevægtsniveau for den indenlandske obligationsbeholdning afhænge af udviklingen i den udenlandske obligationsbeholdning i multiplikatorforløbet. Til illustration kan tilpasningen i den indenlandske obligationsefterspørgsel i forbindelse med en permanent ændring i obligationsudbuddet skrives:

Der gælder jf. (z) og (4) i tabel 3:

$$\tilde{h}_n = \tilde{h}_{n-1} + \tilde{T}_{n-1} (\tilde{h}_L - \tilde{h}_{n-1}) \quad , \quad \text{hvor} \quad \tilde{h}_L = \alpha_5 \theta \tilde{m}_1 \left(1 + \sum_{j=1}^{\infty} \prod_{i=1}^j (1 - \tilde{T}_i) \right) \quad (\text{ø})$$

Endelig bør det bemærkes, at ændringen i den indenlandske nettolåntagning i udlandet typisk vil være forholdsvis stor når den udenlandske obligationsbeholdning - og dermed rentefølsomheden i den udenlandske obligationsefterspørgsel - er lille. I denne situation må $Wflp$ -relationen stå for den overvejende del af tilpasningen. Omvendt selvfølgelig, hvis den udenlandske obligationsbeholdning er stor.

Som et specialtilfælde, kan man betragte udviklingen i den indenlandske obligationsbeholdning i forbindelse med en permanent ændring i obligationsudbuddet, når udlændingene har solgt hele obligationsbeholdningen - $Wfbz = 0$. I denne situation må vi kræve, at indlændingene "opsuger" hele ændringen i den udestående obligationsmasse - multiplikatoren (4) i tabel 3 have værdien 1 på alle tidspunkter:

Hvis $Wfbz_n = 0 \quad \forall n > 0$, da gælder jf. (x)

$$\tilde{T} = \frac{\alpha_5 \theta}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta} \quad \Leftrightarrow \quad 1 - \tilde{T} = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta}$$

Hermed gælder jf. (4) i tabel 3:

$$\bar{h}_n = \bar{m}_1 (\alpha_1 + \alpha_5 \theta) \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta} \right)^{n-1} + \bar{m}_1 \alpha_5 \theta \left[1 + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta} \right) + \dots + \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta} \right)^{n-2} \right] \quad *$$

$$\bar{h}_n = \bar{m}_1 \left[(\alpha_1 + \alpha_5 \theta) \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta} \right)^{n-1} + \alpha_5 \theta \left(\frac{1 - \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta} \right)^{n-1}}{1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta}} \right) \right] \quad **$$

$$\bar{h}_n = \bar{m}_1 (\alpha_1 + \alpha_5 \theta) = 1 \quad \forall n > 0 \quad (d)$$

Det kan analogt vises, at hvis udlændingenes obligationsbeholdning forudsættes lig 0, så vil den indenlandske obligationsbeholdning være uændret i alle eksperimenter, hvor obligationsudbuddet forbliver uændret. Dette gælder således bla. for multiplikatoren når den tyske rente ændres jf. (8) i tabel 3. I denne særlige situation vil den kraftige stigning i indlændingenes nettolåntagning i udlandet altså ikke blive placeret i obligationer, men i likviditet - jf. (v).

4.3 Konsekvenserne af at ændre den indenlandske rentefølsomhed

Når man skal vurdere effekterne af ændrede parametre i den finansielle model, er det nødvendigt at formulere en målsætning - et kriterium - som så vidt muligt bør være opfyldt. En sådan målsætning kunne formuleres:

- i) Det indenlandske renteniveau bør hurtigt tilpasse sig sit langsigtede ligevægtsniveau.

Det indebærer i særdeleshed at:

- ii) En tysk renteændring skal medføre en betydelig grad af tilpasning i det indenlandske renteniveau i det første år. Den indenlandske renteniveau bør have gennemført størstedelen af tilpasningen allerede inden for det første par år.
- iii) Ethvert eksogent stød, som ikke påvirker det langsigtede ligevægtsrenteniveau, bør kun medføre "små" renteændringer. Desuden bør effekten af et sådan stød hurtigt være udspillet

En ændring af rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel vil påvirke rentedannelsen af 3 kanaler. For det første vil basisrentefølsomheden blive modificeret, hvilket bl.a. påvirker første-års multiplikatorerne. For det andet vil tilpasningshastigheden T blive ændret, hvilket, sammen med den ændrede basisrentefølsomhed, har konsekvenser for rentemultiplikatorerne i

tilpasningsfasen. Endelig vil en ændring i den indenlandske rentefølsomhed påvirke modellens konvergensgenskaber.

– Første-års multiplikatorerne

Ændringen i første-årsmultiplikatorerne i forbindelse med en ændring i rentefølsomheden, α_1 , kan let findes med udgangspunkt i multiplikatorerne i tabel 1:

I eksperimentet, hvor obligationsudbuddet ændres, findes jf. (1) i tabel 1 at:

$$\frac{\partial \bar{m}_1}{\partial \alpha_1} = \frac{-\bar{m}_1}{\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0} < 0 \quad (\text{aa})$$

I eksperimentet, hvor den tyske rente ændres, findes jf. (7) i tabel 1 at:

$$\frac{\partial m_1}{\partial \alpha_1} = \frac{-m_1}{\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0} < 0 \quad (\text{ab})$$

Der vil således være modstrid mellem det man kan kalde målsætningerne for de samlede modelegenskaber. En stigning i rentefølsomheden vil godt nok mindske multiplikatoren i forbindelse med eksogene stød, som ikke påvirker det langsigtede ligevægtsrenteniveau (jf. (aa)) - helt i overensstemmelse med målsætningerne i) og iii) ovenfor. Derimod vil en stigning i rentefølsomheden medføre, at en ændring i den tyske renteniveau får et mindre gennemslag i det indenlandske renteniveau det første år - i modstrid med i) og ii).

- Tilpasningsparameteren, T

En stigning i rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel, vil generelt medføre at renteniveauet er længere tid om at tilpasse sig sit ligevægtsniveau. Tilpasningshastigheden vil altså falde.

I multiplikatoreksperimenter, som påvirker *det langsigtede ligevægtsrenteniveau*, vil dette indebære, at tendensen til at rentemultiplikatoren mindskes når den indenlandske rentefølsomhed stiger, øges over tiden. En stigning i den indenlandske rentefølsomhed vil således medføre, at ændringer i det tyske renteniveau har et mindre gennemslag i det danske renteniveau det første år (jf. (ab)) – men også at denne tendens forstærkes med tiden. Konsekvenserne af en stigning i den indenlandske rentefølsomhed vil altså være i modstrid med "kriteriet" i) ovenfor.

Betragtes "*indenlandske*" eksperimenter – dvs. *eksogene stød som ikke påvirker det langsigtede ligevægtsrenteniveau*" – er situationen en lidt anden. Det blev vist i (aa) at rentemultiplikatorerne i denne type eksperimenter mindskes det første år, når den indenlandske rentefølsomhed øges - helt i overensstemmelse med de angivne kriterier. Den faldende tilpasningshastighed

implicerer imidlertid, at dette resultat ikke gælder i hele tilpasningsforløbet. På et eller andet tidspunkt vil den trægere tilpasning nemlig dominere førsteårseffekten i (aa). På et eller andet tidspunkt i tilpasningsfasen, vil rentemultiplikatoren altså stige - og det er jo i modstrid med de angivne kriterier.

Hvorvidt dette kan betragtes som et alvorligt problem, afhænger af, hvor stor en del af tilpasningen, som har fundet sted når rentemultiplikatoren "skifter" fortegn. Betragtes eksperimentet: *en ændring i obligationsudbuddet*, er det altså interessant at vurdere på hvilket tidspunkt, n , følgende ulighed ikke længere er opfyldt:

$$\frac{\partial \bar{m}_n}{\partial \alpha_1} \leq 0$$

Med udgangspunkt i multiplikatoren (4) fra tabel 1, kan denne ulighed skrives:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{T_i}{1-T_i} (\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_i)^{-1} \leq (\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0)^{-1} \text{ for } 0 < T_i < 1 \quad (\text{ac})$$

For at få et indtryk af, hvornår uligheden er opfyldt, er det formålstjenligt at se bort fra, at $Wfbz$ og dermed tilpasningshastigheden, T , ændres i multiplikatoreksperimenter. Sættes $Wfbz_i = Wfbz_0$, kan uligheden skrives på den enkle form:

$$\sum_{i=1}^{n-1} \frac{T_0}{1-T_0} (\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0)^{-1} < (\alpha_1 + \beta_1 Wfbz_0)^{-1} \Leftrightarrow$$

$$(n-1)T_0 < 1-T_0 \Leftrightarrow$$

$$n < T_0^{-1} \text{ for } 0 < T_0 < 1 \quad (\text{ad})$$

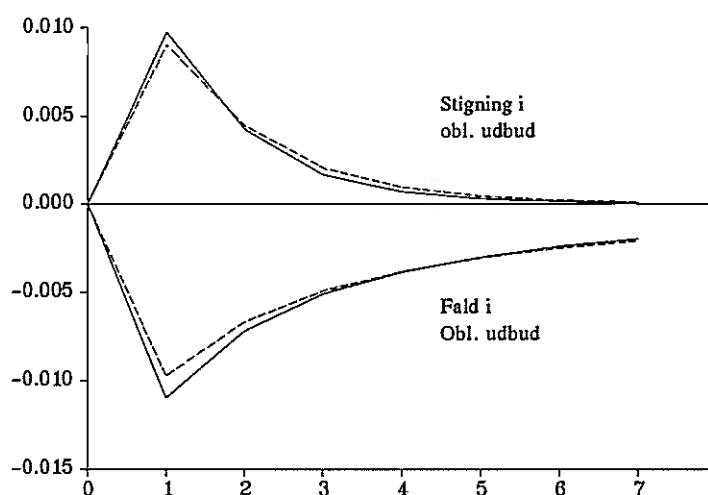
Tages udgangspunkt i niveauet for den udenlandske obligationsbeholdning i 1991 og de gældende parameterestimer, vil tilpasningsparameteren svare til ca. 1/2. Det betyder, at uligheden (ad) knap nok er opfyldt i periode 2. Uligheden (ad) indikerer således, at rentemultiplikatoren i "indenlandske" eksperimenter "øges forholdsvist hurtigt", når rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel øges.

Generelt vil det tidspunkt, hvor rentemultiplikatoren bliver større, afhænge af niveauet for $Wfbz$ i multiplikatoreksperimentet - jf. (ac). Det skyldes naturligvis, at tilpasningsparameteren T afhænger af niveauet for $Wfbz$ i multiplikatorforløbet.

I figur 1 nedenfor illustreres konsekvenserne af at øge den indenlandske obligationsefterspørgsels rentefølsomhed med 4 mia. 1980-kr. (små 20 pct.) i den finansielle delmodel. Den fuldt optrukne kurve angiver rentemultiplikatoren i den finansielle delmodel i forbindelse med en stigning henholdsvis et

fald i obligationsudbuddet på 38 mia. 1980-kr. Den stiplede kurve afspejler de tilsvarende multiplikatorer efter at rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel er øget.

Figur 1. Effekt af at ændre rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel



Multiplikatoreksperimenterne indikerer, at det skitserede problem trods alt er af begrænset betydning. En stigning i den indenlandske obligationsefterspørgsels rentefølsomhed vil godt nok kunne give anledning til, at rentemultiplikatoren øges i periode 2 (dette er jo tilfældet i eksperimentet hvor obligationsudbuddet øges). Den stigning i rentemultiplikatoren, som kan registreres vil imidlertid generelt være forholdsvis lille. Dette resultat skal naturligvis tilskrives, at en stor stigning i rentefølsomheden medfører et forholdsvis stort fald i første-års multiplikatoren. Det vil således tage længere tid, før den faldende tilpasningshastighed begynder at dominere.

– Konvergens

Endelig vil en stigning i rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel have konsekvenser for modellens konvergenssegenskaber. I overensstemmelse med konvergenskravene angivet i afsnit 3.1, vil en stigning i den indenlandske rentefølsomhed indebære, at eksperimenter, hvor tilpasningen sker cyklisk, ikke vil forekomme så ofte.

Det er imidlertid vigtigt at gentage, at en stigning i den indenlandske rentefølsomhed kan have ubehagelige konsekvenser i eksperimenter, hvor renteniveauet initialt falder i forhold til sit ligevægtsniveau. I denne type eksperimenter kan det som bekendt forekomme, at udlændingene sælger hele obligationsbeholdningen inden tilpasningen er til ende - renteniveauet vil altså ikke konvergere mod sit ligevægtsniveau - jf. afsnit 3.1.

En isoleret stigning i den indenlandske rentefølsomhed, vil stille større krav til den udenlandske obligationsbeholdning, hvis eksperimentet indebærer en

permanent ændring i det langsigtede ligevægtsrenteniveau. Hvis renteniveauet skal konvergere mod sit ligevægtsniveau i denne type eksperimenter, kræves, at udlændingene er i stand til at sælge de obligationer, som indlændingene måtte ønske at købe ved det nye, højere, indenlandske renteniveau. En stigning i den indenlandske rentefølsomhed betyder imidlertid, at en indenlandsk rentestigning giver anledning til en større stigning i den indenlandske obligationsbeholdning. Hvis renteniveauet skal konvergere, skal udlændingene altså være i stand til at imødekomme den større indenlandske obligationsefterspørgsel.²⁰

Betragtes alternativt et "*indenlandsk*" eksperiment, er situationen en lidt anden. I dette tilfælde vil en ændring i den indenlandske rentefølsomhed ikke påvirke det generelle konvergenskrav i (o).²¹ Det krav, man må stille til den udenlandske obligationsbeholdning, vil altså ikke afhænge af den indenlandske rentefølsomhed. Der gælder imidlertid, at en stigning i den indenlandske rentefølsomhed typisk vil udsætte det tidspunkt, hvor båndet mellem det danske og tyske renteniveau brister, hvilket primært skyldes, at den hastighed hvormed den udenlandske obligationsbeholdning tilpasser sig, vil aftage.

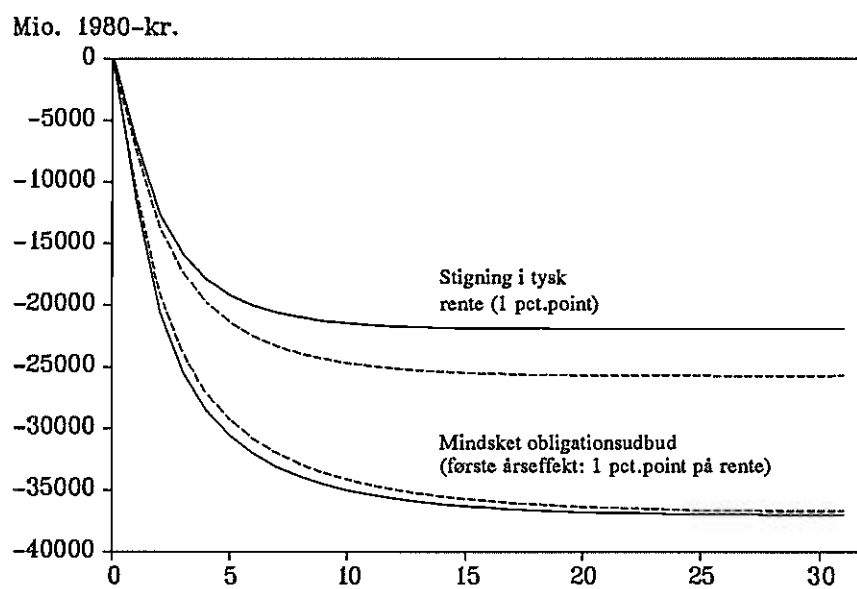
I figur 2 på næste side ses konsekvenserne for den udenlandske obligationsbeholdning af at øge den indenlandske rentefølsomhed. De fuldt optrukne kurver angiver udviklingen i den udenlandske obligationsbeholdning i forbindelse med en stigning i den tyske rente på et procentpoint samt et fald i obligationsudbuddet på 38 mia. 1980-kr (dette stød medfører et fald i renteniveauet det første år på ca. et procentpoint - jf. figur 1). De stiplede kurver afspejler udviklingen i den udenlandske obligationsbeholdning i tilsvarende eksperimenter efter at rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsel er øget.

Det fremgår således, at en stigning i rentefølsomheden i den indenlandske obligationsefterspørgsels, α_1 , vil medføre tiltagende konvergensproblemer, når eksperimentet indebærer en stigning i det langsigtede ligevægtsrenteniveau. Det kan desuden konkluderes, at hvis den lineære form, som i øjeblikket anvendes i specifikationen af det indenlandske porteføljevalg, bibeholdes, så vil *Wfbz*-problemet ikke kunne løses.

²⁰ Hvis den indenlandske obligationsefterspørgsels følsomhed over for ændringer i det udenlandske obligationsrenteniveau, α_2 , øges svarende til stigningen i den indenlandske rentefølsomhed, α_1 , vil det generelle konvergenskrav ikke blive påvirket. Det vil imidlertid indebære at det tidspunkt, hvor båndet brydes (det tidspunkt hvor udlændingene har solgt sin obligationsbeholdning) bliver udsat.

²¹ Det generelle konvergenskrav er, at udlændingene skal være i stand til at opsuge hele ændringen i den udestående obligationsmasse.

Figur 2. Den udenlandske obligationsbeholdning *Wfbz*. Effekt af en stigning i den indenlandske rentefølsomhed



APPENDIKS

Den generelle model kan skrives:

$$Wpbz_t = Wpbz_0 + \alpha_1 iwzbz_t - \alpha_2 iwzbz_t^* + \alpha_3 Wq_t + \alpha_4 Ytr_t + \alpha_5 Wflp_t \quad (1)$$

$$Wflp_t = Wflp_{t-1} + \theta (iwzbz_t - iwzbz_t^*) \quad (2)$$

$$Wfbz_t = Wfbz_{t-1} [1 + \beta_1 (iwzbz_t - iwzbz_t^*) + \beta_2 (iwzbz_{t-1} - iwzbz_{t-1}^*)] \quad (3)$$

$$\overline{Wz}_t = Wfbz_t + Wpbz_t \quad (4)$$

På baggrund af (1)-(4) kan det renteniveau, som skaber ligevægt på obligationsmarkedet, skrives:

$$iwzbz_t = [\overline{Wz}_t - Wpbz_0 + \alpha_2 iwzbz_t^* - \alpha_3 Wq_t + \alpha_4 Ytr_t - \alpha_5 Wflp_{t-1} + \alpha_4 \theta iwzbz_t^* - Wfbz_{t-1} (1 - \beta_1 iwzbz_t^* + \beta_2 (iwzbz_{t-1} - iwzbz_{t-1}^*))](\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_{t-1})^{-1} \quad (5)$$

En permanent ændring i obligationsudbuddet

Rentemultiplikatoren:

Lad nu

$$m_t = \frac{\partial iwzbz_t}{\partial \overline{Wz}_t}$$

førsteårs-effekten af en permanent stigning i obligationsudbuddet kan beregnes af (5):

$$m_1 = [\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0]^{-1} \quad (6)$$

Da vi tager udgangspunkt i et forløb, hvor renteniveauet svarer til sit ligevægtsniveau, kan multiplikatoren i periode t beregnes ved at differentiere (5) mht. obligationsudbuddet og anvende (4), (1) og (2).

$$m_t = \left[1 - \alpha_5 \frac{\partial Wflp_{t-1}}{\partial \overline{Wz}_{t-1}} - \frac{\partial Wfbz_{t-1}}{\partial \overline{Wz}_{t-1}} - \beta_2 Wfbz_{t-1} \frac{\partial iwzbz_{t-1}}{\partial \overline{Wz}_{t-1}} \right] (\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_{t-1})^{-1} \Leftrightarrow$$

$$m_t = \frac{\alpha_1 - \beta_2 Wfbz_{t-1}}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_{t-1}} \frac{\partial iwzbz_{t-1}}{\partial \overline{Wz}_{t-1}} \Leftrightarrow$$

$$m_t = [1 - \tilde{T}_{n-1}] m_{t-1} \quad \text{hvor} \quad \tilde{T}_{n-1} = \frac{\alpha_5 \theta + (\beta_1 + \beta_2) Wfbz_{t-1}}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_{t-1}}$$

Ved fortsat indsubstitution findes at:

$$m_t = m_1 \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \tilde{T}_i) \quad (7)$$

Hvis α_5 sættes lig 0 reduceres modellen til systemet (a)-(c). Rentemultiplikatorerne (6) og (7) reduceres til multiplikatorerne (1) og (4) i tabel (1).

Den indenlandske obligationsbeholdning:

Lad nu

$$h_t = \frac{\partial Wpbz_t}{\partial \bar{Wz}_t}$$

Første-års multiplikatoren kan let findes på baggrund af (1),(2) og (6):

$$h_1 = \frac{\alpha_1 + \alpha_5 \theta}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \quad (8)$$

Multiplikatoren i periode t, kan bestemmes på baggrund af (1), (2) og (7) at:

$$\begin{aligned} h_t &= (\alpha_1 + \alpha_5 \theta) m_{t-1} + \alpha_5 \frac{\partial Wfp_{t-1}}{\partial \bar{Wz}_{t-1}} \leftrightarrow \\ h_t &= (\alpha_1 + \alpha_5 \theta) m_1 \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \tilde{T}_i) + \alpha_5 \theta m_1 \left[1 + \sum_{j=1}^{n-2} \prod_{i=1}^j (1 - \tilde{T}_i) \right] \\ h_t &= m_1 \left(\alpha_1 \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \tilde{T}_i) + \alpha_5 \theta \left(1 + \sum_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^j (1 - \tilde{T}_i) \right) \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Multiplikatorerne reduceres til multiplikatorerne (3) og (6) i tabel 1, hvis α_5 sættes lig 0.

Den udenlandske obligationsbeholdning

Ændringen i den udenlandske obligationsbeholdning i forbindelse med en permanent ændring i obligations udbuddet findes nu let ved at anvende (4), (8) og (9).

En permanent ændring i den tyske rente

Rentemultiplikatoren:

Lad nu

$$m_t = \frac{\partial i w b z_t}{\partial i w b z_t^*}$$

Første-års multiplikatoren kan bestemmes med udgangspunkt i (5):

$$m_1 = \frac{\alpha_2 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \Leftrightarrow$$

$$m_1 = 1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \quad (10)$$

Multiplikatoren i periode t kan bestemmes på baggrund af (1),(2),(4) og (5). Der gælder således jf (5):

$$m_t = \frac{\alpha_2 + \alpha_5 \theta - \alpha_5 \frac{\partial Wfip_{t-1}}{\partial i w b z_{t-1}^*} - \frac{\partial Wfbz_{t-1}}{\partial i w b z_{t-1}^*} + \beta_1 Wfbz_{t-1} - \beta_2 Wfbz_{t-1} (m_{t-1} - 1)}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_{t-1}} \Leftrightarrow$$

$$m_t = 1 + \frac{-\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_5 \frac{\partial Wfip_{t-1}}{\partial i w b z_{t-1}^*} + \frac{\partial Wpbz_{t-1}}{\partial i w b z_{t-1}^*} - \beta_2 Wfbz_{t-1} (m_{t-1} - 1)}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_{t-1}}$$

$$m_t = 1 + \left(\frac{\alpha_1 - \beta_2 Wfbz_{t-1}}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_{t-1}} \right) (m_{t-1} - 1) \Leftrightarrow$$

$$m_t - 1 = (1 - \tilde{T}_{t-1})(m_{t-1} - 1) \quad , \quad \text{hvor} \quad \tilde{T}_t = \frac{\alpha_5 \theta + (\beta_1 + \beta_2) Wfbz_t}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_t} \quad (11)$$

jf (11) gælder at:

$$\frac{m_t - 1}{m_{t-1} - 1} \frac{m_{t-1} - 1}{m_{t-2} - 1} \dots \frac{m_2 - 1}{m_1 - 1} = \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \tilde{T}_i) \Leftrightarrow$$

Indsubstitueres (10) i (11) kan rentemultiplikatoren i periode t skrives:

$$m_t = 1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \tilde{T}_i) \quad (11)$$

Multiplikatorerne (10) og (11) reduceres til multiplikatorerne (7) og (10) i tabel 1, hvis α_5 sættes lig 0.

Den indenlandske obligationsbeholdning:

Lad nu

$$h_t = \frac{\partial Wpbz_t}{\partial iwzbz_t^*}$$

Første-års multiplikatoren bestemmes direkte af (1),(2) og (10):

$$h_1 = (\alpha_1 + \alpha_5 \theta) - \alpha_2 - \alpha_5 \theta$$

$$h_1 = (\alpha_1 - \alpha_2) \left[1 - \frac{\alpha_1 + \alpha_5 \theta}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \right] \quad (12)$$

Multiplikatoren i periode t kan bestemmes ved (1),(2),(4),(5) og (11).

$$8h_t = (\alpha_1 + \alpha_5 \theta) \left[1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \tilde{T}_i) \right] - \alpha_2 - \alpha_5 \theta + \alpha_5 \frac{\partial Wflp_{t-1}}{\partial iwzbz_{t-1}^*} \leftrightarrow$$

$$h_t = (\alpha_1 + \alpha_5 \theta) \left[1 - \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \prod_{i=1}^{t-1} (1 - \tilde{T}_i) \right] - \alpha_2 - \alpha_5 \theta +$$

$$\frac{\alpha_5 \theta (\alpha_2 - \alpha_1)}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \left[1 + \sum_{j=1}^{n-2} \prod_{i=1}^j (1 - \tilde{T}_i) \right] \leftrightarrow$$

$$h_t = (\alpha_1 - \alpha_2) \left[1 - \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \prod_{i=1}^{n-1} (1 - \tilde{T}_i) \right] -$$

$$(\alpha_1 - \alpha_2) \frac{\alpha_5 \theta}{\alpha_1 + \alpha_5 \theta + \beta_1 Wfbz_0} \left[1 + \sum_{j=1}^{n-1} \prod_{i=1}^j (1 - \tilde{T}_i) \right] \quad (13)$$

Multiplikatoren (12) og (13) reduceres til multiplikatorene (9) og (12) i tabel 1, når α_5 sættes lig 0.

Den udenlandske obligationsbeholdning

Ændringen i den udenlandske obligationsbeholdning, ved en ændring i den tyske rente, kan let findes ved at anvende (4) på (12) og (13) - obligationsudbuddet er jo uændret.

En sammenligning af enhedsværdier i importen og ADAM's importpriser

Resumé:

I papiret beskrives sammenhængen mellem importpriserne i ADAM og enhedsværdierne fra udenrigshandelsstatistikken. De problemer der er ved at anvende engrospriser som en prokxy for importpriser beskrives. Det påpeges bl. a., at de lave priselasticiteter i ADAMs importrelationer kan skyldes anvendelsen af engrospriser. Endelig er sammenhængen mellem importprisbegrebet i ADAM og enhedsværdierne illustreret med udgangspunkt i nogle enkle estimationer, som tillader bevægelser i avancerne i engrosleddet.

enhd.jh

Nøgleord: import, enhedsværdi, pass-through, priselasticitet

1. Indledende bemærkninger

Det er et betydeligt problem, at de prisserier, som dækker udenrigshandelen er forholdsvis utilstrækkelige. En konsekvens af dette er, at man i Nationalregnskabet (NR) har valgt det udgangspunkt, at en indenlandsk produceret vare på det mest disaggregerede niveau har samme pris i alle anvendelser. I de endelige nationalregnskabstal tages således ikke systematisk højde for, at producenter kan tænkes at prisfastsætte forskelligt på forskellige markeder.

På kort sigt er der imidlertid ikke tvivl om, at eksistensen af forholdsvis segmenterede markeder skaber grundlag for en betydelig grad af prisdiskrimination. Da de fleste varemarkeder er mere eller mindre segmenterede, enten pga. geografiske eller varekarakteristiske forhold, vil prisdiskrimination nok snare være reglen end undtagelsen.

Det er især de betydelige udsving i de toneangivende valutakurser, som i de senere år har medført, at interessen for begrebet prisdiskrimination er blevet skærpet. Et standardeksempel, som ofte fremhæves i litteraturen er, at salgsprisen på japanske biler (målt i JPY) til henholdsvis Europa og USA har udviklet sig endog meget forskelligt i 1980'erne.

Udenrigshandelsstatistikens begrænsninger har desuden medført, at man i NR har valgt at anvende importpriserne fra engrosprisindekset som en proxy for den sande med ukendte importpris.¹ Da engrospriserne bl.a. indeholder importørernes avancer, kan valget have forholdsvis alvorlige konsekvenser, især i perioder med betydelige valutakursudsving.

2. Engrospriser og enhedsværdier

Importen i faste priser er i nationalregnskabet beregnet ved at deflatere importværdierne på udenrigshandelsstatistikens 7-cifrede vareniveau med de tilgængelige (evt. sammenvejede) engrosprisindeks.¹ Metoden indebærer, at de mængdeindeks, som beregnes på baggrund af importen i faste priser, er laspeyres-indeks (faste vægte) og at det implicite prisindeks er et paasche-indeks (løbende vægte). Reelt er importprisindeks på nationalregnskabets varebalanceniveau således en sammenvejning af engrospriser med varenes deflaterede importværdi som vægte.

Engrospriserne beregnes som bekendt månedligt på grundlag af priser, der er gældende den 25. i hver måned. Engrosprisindekset er et reelt prisindeks og afspejler primært udviklingen i de danske importørers salgspriser ekskl. moms og punktafgifter og uden reduktion for rabatter (men inkl. told og importafgifter). Kun i de tilfælde, hvor en indenlandsk producent importerer en vare direkte til eget brug, er der tale om en reel cif-importpris, inkl. told og importafgifter.

Importpriserne i nationalregnskabet er altså opgjort af importør og indeholder

¹ For enkelte importkomponenter skeles desuden til udviklingen i enhedsværdierne.

de danske importørers avancer. Udsving i importørernes avancer opfattes således som bevægelser i det anvendte importprisbegreb. Dette indebærer, at opdelingen af importværdien på priser henholdsvis mængder vil være særlig usikker i perioder med betydelige valutakursudsving og kan betyde mærkbare systematiske fejl i det offentliggjorte nationalregnskab. Fx vil en undervurdering af importprisivæksten på 1 procentpoint medføre, at væksten i BNP (i faste priser) undervurderes med godt 0.3 procentpoint. Denne fejlkilde har ganske givet medvirket til, at de estimerede priselasticiteter i ADAMs importrelationer er så små.²

Den eneste alternative prokxy for de danske importpriser er enhedsværdierne fra udenrigshandelsstatistikken. Enhedsværdierne bestemmes residualt, som forholdet mellem importværdierne og det importerede kvantum opgjort i mængdeenheder, typisk kg eller stk.

Der er, som bekendt, mange problemer forbundet med at anvende enhedsværdier som prokxy for importpriser. For det første er en enhedsværdi jo ikke et egentligt prisindeks. Det betyder bla., at enhedsværdier forbrugstarifpositioner, som er heterogene i vægt og kvalitet, kan udvise sving, som ikke skyldes egentlige prisbevægelser. I modsætning til engrospriser er enhedsværdier i øvrigt ikke korrigeret for kvalitetsændringer, hvilket principielt kan medføre, at enhedsværdier og engrospriser divergerer. Endelig er der givetvis en tendens til, at en vare falder i vægt over tiden, uden at dette nødvendigvis giver sig udslag i reelle prisstigninger. Da et vægtfald ofte medfører en stigning i enhedsværdierne, kan dette forhold bidrage til, at enhedsværdierne divergerer fra en sand men ukendt importpris.

Et mere teknisk problem er, at de offentliggjorte enhedsværdiindeks er fisherkædeindeks, hvilket primært skyldes et ønske om at tage højde for de substitutionseffekter som ofte foranlediges af ændringer i enhedsværdierne. Da de implicite prisindeks i NR og i ADAM er paasche-indeks vil en ændring i de relative priser i en given varegruppe ikke blive registreret ens i de to indeks. Typisk vil et paasche-indeks undervurdere en stigning og overvurdere et fald i priserne.

I beregningerne nedenfor, er det forsøgt at korrigere for denne forskel i beregningsmetode. Enhedsværdierne på 2-cifret sitc-niveau er aggregeret til 1-cifret niveau med indførselen i faste priser som vægte. Det indebærer, at enhedsværdierne på 'ADAM-niveau' egentlig er en slags paasche-indeks, idet man dog må erindre, at de grundliggende enhedsværdiindeks (på det 2-cifrede sitc-niveau) er fisher-indeks.³

² Konsekvenser for de estimerede priselasticiteter gennemgås senere i papiret

³ Konstruktion af enhedsværdier på 'ADAM-niveau' er skildret i appendiks B. Alle de disaggregerede enhedsværdier, ADAM's importpriser fordelt på sitc-kapitler og de aggregerede enhedsværdier er iøvrigt skildret i figurer sidst i papiret.

Endelig er udenrigshandelsstatistikken plaget af forholdsvis mange brud i opgørelsesmetode og vareklassifikation.

3. En lille partiel kortsigtet model

Da enhedsværdierne kan opfattes som importørernes købspriser, hvorimod engrospriserne overvejende er salgspriser, er det nærliggende at vurdere sammenhængen mellem de to prisbegreber i en økonometrisk ramme.

For at præcisere nogle af de forhold, som kan påvirke sammenhængen mellem de to prisbegreber, opstilles i første omgang en lille statisk model, som bygger på en traditionel prisfastsættelsesregel. Det er imidlertid antaget, at den repræsentative importørs mark-up er endogen, og at importørens produktionsstruktur kan beskrives af en Cobb-Douglas produktionsfunktion.⁴ Den indenlandske importør anvender således en anden faktor (fx arbejdskraft) i forbindelse med videresalget af importproduktet.

Den danske importørs prisfastsættelsesregel skrives:

$$(1) \quad P_m = \left(1 + \frac{1}{\xi}\right)^{-1} MC, \quad MC = A W^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} I^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} X^{\frac{1}{\alpha+\beta}-1}$$

hvor

- P_m : Indenlandsk salgspris (ADAMs importpriser)
- ξ : Priselasticitet i den indenlandske efterspørgsel
- MC : Marginale omkostninger (Cobb-Douglass)
- W : Aflønning af alternativ faktor
- I : Sand importpris
- X : Importørens produktion (Indenlandsk salg)
- α, β = Faktorintensiteter

Importørernes avancer er endogeniseret ved at lade priselasticiteten afhænge af det indenlandske prisniveau og ved at tillade en eller anden form for skala i produktionen. For at forenkle beregningerne er det desuden antaget, at den sande importpris er eksogen. Dette indebærer i denne sammenhæng, at den udenlandske producent ikke ændrer importprisen i udenlandsk valuta, hvis de indenlandske efterspørgselsforhold ændres. Eventuelle valutakursbevægelser vil således slå helt igennem i den sande importpris.

⁴ Da modellen er 'hjemmebrygget', er beregningerne skildret udførligt i appendiks A.

Efter nogle omskrivninger af (1) differentieret mht. I , kan sammenhængen mellem engrospriserne og 'den sande importpris' skrives:⁵

$$(2) \quad \frac{\partial P_m}{\partial I} \frac{I}{P_m} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \left[1 - \frac{\partial \xi}{\partial P_m} \frac{P_m}{\xi} (1 + \xi)^{-1} - \left(\frac{1}{\alpha + \beta} - 1 \right) \xi \right]^{-1}$$

Sammenhængen mellem engrospriserne og de 'sande' importpriser er således en kompleks funktion af importørens produktionsstruktur og de indenlandske efterspørgselsforhold.

Det sidste led i den kantede parentes er et udtryk for, hvordan eventuelle skalafordele i produktionen påvirker prisen. Betydelige skalafordele i produktionen vil øge gennemslaget i engrospriserne og kan principielt betyde, at engrospriserne ændres procentuelt mere end de sande importpriser. Da stigende skalaafkast jo indebærer, at de marginale omkostninger er aftagende, kan et eventuelt importprisfald nemlig skabe grundlag for et indenlandsk prisfald, som er større end faldet i de sande importpriser.

Hvis produktionsfunktionen derimod er homogen af 1. grad vil det kun være de indenlandske efterspørgselsforhold og anvendelsen af alternative indenlandske faktorer i produktionen, som kan påvirke gennemslaget.

Er priselasticiteten i den indenlandske efterspørgsel i øvrigt uafhængig af prisniveauet (2. led i den kantede parentes er lig 0), vil prisen kun afhænge af, hvorvidt importøren anvender andre faktorer end importvaren i produktionen. Er det f.eks. nødvendigt enten at ansatte arbejdskraft eller at gennemføre en eller anden form for forædling, vil prisen være mindre end 1. Eksistensen af indenlandsk skabt værditilvækst i engrosleddet indebærer i øvrigt, at de importerede produkter og de produkter, som sælges af de indenlandske importører, ikke er homogene. Et prisen mindre end 1 vil således være reglen frem for undtagelsen, også på længere sigt.

Endelig er prisen i høj grad afhængigt af de indenlandske efterspørgselsforhold. Hvis efterspørgselsfunktionen er af CES-typen vil priselasticiteten per definition være uafhængig af prisniveauet og prisen afhænger kun af faktorsammensætningen. For andre traditionelle efterspørgselsfunktioner, vil sammenhængen mellem priselasticitet og prisniveau imidlertid medvirke til at ændre prisen.

Hvis efterspørgselsfunktionen skrives på den generelle form $X = F(P_m)$, kan (2) omskrives til:⁶

⁵ Se appendiks A

⁶ Der er her forudsat konstant skalaafkast

$$(3) \quad \frac{\partial P_m I}{\partial I P_m} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{1 + \xi}{2 \xi - \mu}, \quad \mu = \frac{\partial (\partial F / \partial P_m)}{\partial P_m} \frac{P_m}{\partial F / \partial P_m}$$

Størrelsen μ er et approksimativt udtryk for, hvor meget hældningen på efterspørgselskurven procentuelt ændres, når prisniveauet ændres med en procent. Det ses af (3), at hældningen på efterspørgselskurven har stor betydning for prispenningslaget. For strengt konvekse efterspørgselskurver vil μ være negativ og således bidrage positivt til prispenningslaget.⁷ Man kan faktisk konstruere troværdige efterspørgselsfunktioner, som medfører at prispenningslaget bliver større end 1. (For CES-funktionen er $\mu = \epsilon - 1$, hvilket netop sikrer at andet led i (3) er lig 1.) For strengt konkave efterspørgselsfunktioner vil μ derimod være positiv, hvilket påvirker prispenningslaget i negativ retning.

I grænsetilfældet, hvor efterspørgselskurven er lineær, har μ værdien 0. I dette tilfælde kan (3) skrives:

$$\frac{\partial P_m I}{\partial I P_m} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{1 + \xi}{2 \xi}$$

Er efterspørgselskurven lineær kan prispenningslaget altså ikke overstige en halv. I denne modelramme vil prispenningslaget således være mindre end en halv, hvis efterspørgselskurven er strengt konkav, henholdsvis større end en halv, hvis efterspørgselskurven er strengt konveks.

Det er forudsat, at importøren har en form for monopolstatus på sit marked. Dette indebærer, at de indenlandske forbrugere ikke på kort sigt kan parallelimportere et produkt, selv om den sande importpris og engrosprisen er forskellig. For nogle homogene produkter, feks. råvarer handlet på børser og mange landbrugsvarer, er der imidlertid en kendt verdensmarkedspris. For disse produkter vil efterspørgselskurven være horisontal, og priselasticiteten i (1) vil nærme sig $-\infty$. For denne type produkter må man naturligvis forvente et prispenningslag på 1.

Det skal understreges, at de nævnte resultater primært gælder på kort sigt. Man må formode, at varearbitrage på længere sigt vil udligne prisforskelle mellem identiske varer i import- og i engrosleddet. Eksistensen af indenlandsk skabt værditilvækst eller skalafordelte (feks. rabatter) kan imidlertid indebære, at importørens monopolstatus kan bibeholdes i en forholdsvis lang periode. Desuden medfører eksistensen af indenlandsk skabt værditilvækst, at produkterne i import- og i engrosleddet ikke er perfekte substitutter. I disse tilfælde, vil prispenningslaget ganske givet være mindre end en, selv på langt sigt.

⁷ Det skal erindres, at importøren i denne modelramme altid vil befinde sig et sted på efterspørgselskurven hvor $\epsilon < -1$.

Den skitserede model peger på nogle af de forhold, som kan være medvirkende til, at ændringer i de sande importpriser ikke slår helt igennem i importpriserne i ADAM. Det skal imidlertid erindres, at et reduceret prisgennemslag også kan skyldes andre forhold. Feks. vil man kunne konstatere et reduceret prisgennemslag på kort sigt, hvis priserne fastsættes på terminslignende vilkår eller, hvis prisændringer er forbundet med omkostninger.

4. Nogle konsekvenser: målefejl og estimationsbias

Til trods for, at enhedsværdier ikke i øjeblikket er et alternativ til de eksisterende importpriser i ADAM, skal de problemer, som valget af prisindeks kan have for de estimerede priselasticiteter, kort omtales.

Det er omtalt i indledningen, at anvendelsen af engrospriser til deflatering af importværdier kan medføre ændringer i de registrerede importmængder, som ikke reelt har fundet sted. Det er formålstjenligt at præcisere dette problem, fordi målefejlen i importpriserne også kan have konsekvenser for den estimerede importpriselasticitet.

Bestemmelsen af importen i faste priser er i NR baseret på, at importværdierne antages sande. Lad nu VM være den sande importværdi og lad F_s henholdsvis F_r være den sande og den registrerede import i faste priser. Den begåede målefejl på importen i faste priser kan skrives:

$$(4) \quad F_{\text{fejl}} = F_r - F_s = \frac{VM}{P_m} - \frac{VM}{I}$$

Sammenhængen mellem engrospriserne og de sande importpriser er givet ved (1).

Eventuelle målefejl vil være særligt alvorlige i forbindelse med kraftige ændringer i de sande importpriser. - Fx vil store valutakursudsving resultere i egentlige målefejl. Den begåede målefejl i forbindelse med ændringer i den sande importpris kan findes ved at differentiere (4) mht. I. (Det antages altså at prisen på den indenlandske faktor ikke afhænger af den sande importpris):

$$(5) \quad \frac{\partial F_r}{\partial I} \frac{I}{F_r} - \frac{\partial F_s}{\partial I} \frac{I}{F_s} = \frac{\partial VM}{\partial I} \frac{I}{VM} - \frac{\partial P_m}{\partial I} \frac{I}{P_m} - \frac{\partial F_s}{\partial I} \frac{I}{F_s} \quad \leftrightarrow$$

$$\frac{\partial F_r}{\partial I} \frac{I}{F_r} - \frac{\partial F_s}{\partial I} \frac{I}{F_s} = 1 - \theta$$

θ er gennemslaget fra de sande importpriser til importpriserne i ADAM (se (2)). Fejlen i de registrerede importmængder afhænger således af de forhold, som påvirker importprisernes gennemslag i engrospriserne.

Hvis $\Theta=1$ vil udviklingen i engrospriserne helt afspejle den sande importpris og de målte mængdeændringer vil afspejle de faktiske. Er prisgennemslaget derimod mindre end 1, feks. pga. skalafordele eller indenlandsk værditilvækst i engrosleddet, vil de registrerede mængdeændringer afvige fra de faktiske. Et prisgennemslag på $\frac{1}{2}$ vil feks. indebære, at en stigning i de 'sande' importpriser på 10 pct. resulterer i en fejl i de registrerede mængdeændringer på hele 5 pct.

Det skal imidlertid understreges at fejlen beregnet i (6) er den størst tænkelige. Det skyldes, at alle andre priser implicit er forudsat konstante. Da de indenlandske faktorpriser i virkeligheden udviser nogen samvariation med importpriserne vil den reelle fejl ganske givet være noget mindre end i (6). Hvis de indenlandske faktorpriser og importpriserne er perfekt korrelerede vil fejlen slet ikke forekomme.

Disse målefejl vil, som tidligere omtalt, medføre systematiske fejl i den offentliggjorte reale BNP-vækst. En anden konsekvens er imidlertid, at den konstaterede priselasticitet i importen δ_r , har en tendens til at afvige fra den sande δ_s . Sammenhængen mellem den registrerede og den sande priselasticitet kan skrives:

$$\delta_r = \frac{\frac{\partial F_r I}{\partial I F_r}}{\frac{\partial P_m I}{\partial I P_m}} = \frac{\frac{\partial VM I}{\partial I VM} - \frac{\partial P_m I}{\partial I P_m}}{\frac{\partial P_m I}{\partial I P_m}} \quad \Leftrightarrow$$

$$\delta_r = \frac{1 + \delta_s}{\theta} - 1$$

Det ses af dette udtryk, at den registrerede priselasticitet ofte vil afvige fra den sande priselasticitet. Afvigelsen afhænger af den sande priselasticitet og af den 'sande importpris' gennemslag i de anvendte importpriser. Specielt vil den registrerede elasticitet altid svare til den sande, hvis det valgte importprisbegreb nøjagtigt følger bevægelserne i den sande importpris. Sammenhængen mellem den sande og den registrerede elasticitet er imidlertid ikke helt entydig når dette ikke er tilfældet. Der kan sondres mellem 3 tilfælde:

$\delta = -1$: Svarer den sande importpriselasticitet til -1, vil den registrerede importpris være middelret, uafhængig af importprisgennemslag. En priselasticitet på -1 indebærer som bekendt, at en prisændring lader værdierne uændrede og kun slår ud i mængderne. Selvom det anvendte importprisbegreb kun i mindre omfang følger bevægelserne i de sande importpriser, vil den registrerede importpriselasticitet således svare til den sande. Den ubehagelige målefejl i mængderne eksisterer imidlertid stadig.

$\delta > -1$: Hvis den sande priselasticitet er større end -1, hvilket synes at være

tilfældet for mange uforarbejdede importkomponenter, vil den registrerede importpriselasticitet være større end den sande. I det ekstreme tilfælde, hvor det anvendte importprisbegreb næsten ikke afspejler bevægelserne i den sande importpris, vil den registrerede priselasticitet konvergere mod $+\infty$.

$\theta < -1$: Er den sande priselasticitet mindre end -1 , vil den registrerede elasticitet systematisk undervurdere den sande. I det tænkte tilfælde, hvor den valgte importprisdeflator næsten ikke afspejler udviklingen i den sande importpris, vil den registrerede priselasticitet konvergere mod $-\infty$.

Disse resultater kan ikke uden videre siges at gælde for de importpriselasticiteter, som er estimeret i ADAM's importrelationer. Det skyldes bla., at prishomogenitetsantagelsen i ADAM indebærer, at de estimerede importpriselasticiteter egentlig er et vejet gennemsnit af en egen- og en krydspriselasticitet. Samtidig er der, i de her skitserede argumenter, helt set bort fra stokastik. Ikke desto mindre er der meget der peger på, at de nævnte målefejl kan have været medvirkende til, at priselasticiteterne i ADAM's importligninger er blevet så små.

5. Lidt empiri

I det følgende er det søgt at estimere sammenhængen mellem ADAM's importpriser (ekskl. told) og enhedsværdierne fra udenrigshandelsstatistikken. Det primære mål er, at bestemme et såkaldt prispregningsforhold. Da enhedsværdierne søges korrigeret for systematiske målefejl, kan man (lidt vidtløftigt) tolke de estimerede prispregningsforhold som et gennemsnit fra en sand men ukendt importpris til det importprisbegreb, som anvendes i ADAM.

I første omgang er det imidlertid valgt at vurdere sammenhængen mellem enhedsværdierne fra udenrigshandelsstatistikken og importpriserne fra ADAM, med udgangspunkt i en meget enkel model:

$$DLOG(P_t^m) = \theta DLOG(I_t) + \varepsilon_t \quad (i)$$

Denne enkle sammenhæng tager ikke eksplicit højde for de ukendte målefejl i enhedsværdierne eller dynamikken i avancerne. Modellen kan således tolkes som et specialtilfælde af (1) og tjener kun det formål at illustrere samvariationen mellem ændringer i engrospriser og ændringer i enhedsværdier. Resultaterne er skildret i tabel 1 nedenfor.

For flere varegrupper har resultaterne vist sig at være forholdsvis følsomme overfor valget af estimationsperiode. For det første registreres et markant fald i forklaringsgraden for varegrupperne sitc 1 og sitc 7, hvis perioden fra 1972 til 1974 inddrages. Det kan primært tilskrives et betydeligt brud i varegrupperingen i udenrigshandelsstatistikken i 1974.

For det andet er der for varegrupperne sitc 5, 6 og 8, en tendens til, at

prisgennemslaget falder når perioden fra 1986 til 1988 indrages i beregningen. Dette brud skal ses på baggrund af det fald i importpriserne, som igangsattes af det betydelige dollarkursfald i slutningen af 1985. For varegrupperne 6 og 8 er faldet i enhedsværdierne således ikke slået igennem i engrospriserne. Grossisterne har altså enten kompenseret for en stigning i prisen på en eller flere alternative faktorer, eller valgt at øge stykavancerne. Da den divergens, som kan konstateres efter 1985 ikke genfindes i resten af den betragtede periode, kan udviklingen i øvrigt skyldes asymmetri i grossisternes prisfastsættelsesadfærd.

For sitc 5 synes faldet i enhedsværdierne efter 1985 at medføre et endnu større fald i engrospriserne. Dette forhold er forholdsvis vanskeligt at forstå. Set i lyset af modellen i afsnit 3, kan udviklingen begrundes af 'perverse' efterspørgselsforhold eller eventuelle skalafordele i produktionen.

Det brud i sammenhængen mellem engrospriser og enhedsværdier som kan konstateres efter 1986 understreger, at de indenlandske engrospriser ikke kun bestemmes af importpriserne. Især for de forarbejdede varegrupper er der plads til betydelige varige forskelle mellem enhedsværdier og engrospriser.

Tabel 1. Sammenhæng mellem enhedsværdier og ADAM's importpriser¹

Estimationsperiode	1972-1988			1972-1985			1975-1988		
	Θ	DW	R ²	Θ	DW	R ²	Θ	DW	R ²
SITC 0	0.95	2.2	0.96	0.95	2.3	0.96	0.95	1.8	0.95
SITC 1	0.82	0.9	0.49	0.83	0.9	-0.02	0.83	1.2	0.76
SITC 2	0.80	1.1	0.83	0.81	1.2	0.74	0.86	0.7	0.78
SITC 3	0.98	2.3	1.00	0.98	2.6	1.00	0.99	1.8	1.00
SITC 5	1.02	1.9	0.96	1.03	2.0	0.97	0.9	1.4	0.92
SITC 6	0.97	1.5	0.86	0.99	1.6	0.82	0.92	1.8	0.88
SITC 7	0.85	1.9	0.39	0.85	1.9	-0.43	0.83	2.0	0.80
SITC 8	0.97	1.1	0.64	1.03	1.4	0.64	0.92	1.4	0.62

1. Alle estimationer foretaget på årsobservationer

For de fleste varegrupper er ADAM's importpriser ikke forklaret særligt overbevisende. Sammenhængen mellem engrospriser og enhedsværdier synes således at være mere kompleks end (i) tilsiger. Kun for varegrupperne 0 og 3 kan engrospriserne med nogen ret siges at følge bevægelserne i enhedsværdierne.

For de øvrige varegrupper er estimationerne plaget af betydelig systematik i residualerne, strukturelle brud efter 1985 og/eller en forholdsvis lav

forklaringskraft. Hvis prisdannelsen i engros-leddet vitterligt kan beskrives af den partielle model i afsnit 3, er disse problemer imidlertid ikke så overraskende. For det første vil den del af bevægelserne i prisen på den 'indenlandske' faktor i engros-leddet, som ikke er correlleret med enhedsværdierne, medføre en forringet forklaringsgrad. For det andet vil en langsom tilpasning i avancerne og det forhold at (i) mangler mindst en forklarende variabel kunne medføre systematik i residualerne og bias i det estimerede prisgennemslag. Endelig kan den manglende korrektion for målefejl i (i) også bidrage til henholdsvis residuals systematik og estimations-bias. Accepteres den partielle model i afsnit (3), vil (i) altså være fejlspecificeret.

For at imødekomme disse problemer er det forsøgt at estimere prisgennemslaget Θ med udgangspunkt i den modelramme som er skitseret i afsnit 3. De vigtigste karakteristika i denne model kan opfanges ved, i første omgang, at skrive engrospriserne som et Cobb-Douglass prisindeks. Da prisgennemslaget, som illustreret, vil afhænge af produktions- og efterspørgselsstruktur er det imidlertid forsøgt at skabe plads til bevægelser i indkomstfordelingen.

For at fange en eventuel tilpasning til en langsigts-markup (dynamikken i avancerne) er det forsøgt at estimere egentlige fejlkorrektionsspecifikationer. Modellen i afsnit 3 kan formuleres som en fejlkorrektionsmodel, ved feks. at antage at priselasticiteten i (1) konvergerer mod et givet niveau på langt sigt. Det er således forsøgt at estimere følgende generelle model, som første trin i Engle-Grangers 2-trins procedure.

$$p_t^m = \alpha_1 + \sum_{j=0}^n \theta_{1,j} i_{t-j} + \sum_{k=0}^l \theta_{2,k} w_{t-k} + \alpha_2 trend_t + u_t \quad (ii)$$

Alle variabler er transformeret logaritmisk og w er en prokxy for den eller de indenlandske faktorer, som indgår i forarbejdningen i engrosleddet. Da niveaurelationen (ii) er plaget af en betydelig grad af multikollinearitet (muko) har det været nødvendigt at pålægge nogle a-priori restriktioner på de laggede regressorer. I praksis har en specifikation, hvor enhedsværdierne opdeles i et ulagget bidrag og et lagget bidrag i form af et vægtet gennemsnit af de 3 forrige års enhedsværdier vist sig at give de mest troværdige resultater. I nogle tilfælde har det desuden været umuligt at indrage laggede variabler i estimationen.

Eksistensen af muko medfører imidlertid nogle betydelige fortolkningsmæssige problemer. For det første kan lagstrukturen kun fastlægges meget upræcist, hvilket indebærer, at dynamikken i (ii) ikke kan tillægges særlig betydning. Da koefficienterne til første års-gennemslaget og de laggede gennemslag er negativt correllerede kan det totale langsigtede prisgennemslag (summen af disse koefficienter) imidlertid fastlægges mere præcist.

Desuden er de laggede enhedsværdier stærkt correllerede med den anvendte prokxy for den indenlandsk skabte værditilvækst,- henholdsvis timeløn og/eller

BFI-deflator. Dette har betydet, at man ikke med særlig stor sikkerhed kan fastslå, om engrospriserne vitterligt kan beskrives af modellen illustreret i afsnit 3.

Samtidig vil specifikationen af trend-variablen jo altid være forholdsvis arbitrær. Da det i praksis er en logaritmisk trend, der har genereret de mest troværdige resultater vil trenden og de øvrige forklarende variabler også være correllerede. Iøvrigt er der meget der peger på, at proksyen for den indenlandske værditilvækst i flere tilfælde har været i stand til at fange en eventuel divergens mellem enhedsværdierne og ADAM's importprisbegreb.

Den estimerede fejlkorrktionsmodel har fået formen:

$$DLOG(P_t^m) = \phi_1 + \phi_2 DLOG(I_t) + \phi_3 DLOG(w_t) + \phi_4 ECM_{t-1} + \varepsilon_t \quad (iii)$$

Hvor ECM_{t-1} er de laggede residualer fra (ii).

De betydelige multikolaritetsproblemer har betydet, at proksyen for prisen på den indenlandsk skabte værditilvækst og det vægtede gennemsnit af laggede enhedsværdier ikke har kunnet indgå i estimationerne samtidigt. I flere tilfælde har de to størrelser således vist sig at være signifikante, men utolkelige. Det er derfor valgt at præsentere 2 modeller i tabellen nedenfor.

Model A er den skitserede fejlkorrktionsmodel, hvor den ulaggede enhedsværdi henholdsvis de laggede enhedsværdier alene indgår i beregningen. Proksyen for prisen på den indenlandsk skabte værditilvækst er altså udeladt. Denne beregning skulle således give et indtryk af, hvorvidt enhedsværdierne i udenrigshandelen selvstændigt kan forklare bevægelserne i ADAM's importprisbegreb.

I model B er de vægtede, laggede enhedsværdier erstattet af et udtryk for prisen på den indenlandsk skabte værditilvækst. Der er gennemført beregninger både med timelønnen i industri og med BFI-deflatoren, og for hver varegruppe er valgt selvfølgelig faldet på den proksy, som 'tjener sagen bedst'. Formålet med denne beregning er i sagens natur, at vurdere om modellen i afsnit 3 kan vise sig berettiget.

Resultaterne er skildret summarisk i tabel 2 nedenfor. Estimationerne er iøvrigt dokumenteret i appendix C.

De skildrede kort- og langsigteffekter udtrykker den procentuelle ændring i ADAM's importpriser, forårsaget af en procentuel ændring i henholdsvis enhedsværdier og 'BFI-proksy' på kort og langt sigt.

Tabel 2. Estimationsresultater

	Enhedsværdier		Proksy for pris på indenl. værditilvækst		Trend	R2 ¹	Spredning ¹	DW ¹
	Første års effekt	langt sigts effekt	Første års effekt	Langt sigts effekt				
SITC 0								
Model A	0.93	0.99	-	-	+	0.978	0.0126	1.8
Model B	0.93	0.89	-	0.10	-	0.983	0.0124	1.7
SITC 1								
Model A	0.88	0.88	-	-	+	0.926	0.0153	1.8
Model B	0.85	0.72	-	0.19	-	0.943	0.0135	1.8
SITC 2,4								
Model A	0.85	0.86	-	-	+	0.957	0.0193	1.8
Model B	0.84	0.86	0.26	0.31	-	0.974	0.0149	2.3
SITC 3³								
Model A	1.0	1.0	-	-	-	1.000	0.0139	1.6
SITC 5								
Model A	1.02	1.00	-	-	+	0.972	0.0174	1.4
Model B	0.96	0.88	0.16	0.15	-	0.981	0.0143	1.5
SITC 6								
Model A	0.76	1.00	-	-	+	0.964	0.0082	1.9
Model B	0.75	0.82	0.22	0.22	+	0.961	0.0083	1.4
SITC 7								
Model A	0.83	0.87	-	-	-	0.938	0.0083	2.2
Model B	0.83	0.76	-	0.14	+	0.925	0.0087	1.6
SITC 8								
Model C ²	0.65	0.91	1.20	-	-	1.000	0.0072	2.0
Model B	0.65	0.65	0.43	0.43	-	0.940	0.0121	1.8

1) Teststørrelserne knytter sig til fejlkorrigeringsmodellen (iii), med mindre andet er nævnt

2) Estimeret som en niveaurelation. Timelønnen indgår i ændringer for at fange bevægelser i avancerne

3) Niveaurelation.

Det overordnede billede er, at enhedsværdierne for varegrupperne 0,3,5,6 og 8 i nogen udstrækning er i stand til at forklare udviklingen i de tilsvarende importpriser i ADAM - i særdeleshed på langt sigt. Det er imidlertid kun for

sitc. nr. 3, at de 2 prisserier helt følges ad. For alle andre varegrupper kan man konstatere større eller mindre 'målefejl'⁸ i importprisserne, primært i det første år. Det skal selvfølgelig understreges, at et prisgennemslag mindre end en, kun kan opfattes som en målefejl hvis den systematiske divergens mellem enhedsværdierne og den sande, men ukendte, importpris er modeleret korrekt.

For sitc. nr 0, der jo primært består af landbrugsprodukter, er prisgennemslaget estimeret til ca. en på langt sigt. Det bemærkes imidlertid, at den alternative model B i princippet forklarer udviklingen i ADAM's importpriser ligeså overbevisende som model A. Man kan således ikke umiddelbart slutte, at prisen på de importerede landbrugsprodukter bestemmes på verdensmarkedet. Denne forholdsvis ubehagelige konklusion underbygges iøvrigt af, at valget af prokxy for prisen på den indenlandsk skabte værditilvækst (*PYFN* henholdsvis *LNA* fra ADAM) trods alt er meget arbitrært.

Hvis den alternative model B accepteres har det primært betydning for udviklingen i ADAM's importpriser på lidt længere sigt. Generelt er der en tendens til, at prokxyen for prisen på den indenlandske værditilvækst begrænser enhedsværdiernes gennemslag i langt sigts specifikationen (iii). Det er i denne sammenhæng vigtigt at understrege, at den estimerede model reelt kan repræsentere andre økonomiske sammenhænge end beskrevet i afsnit 3. Man kunne f.eks. forestille sig, at importørerne delvist fastsætter prisen med udgangspunkt i det indenlandske prisniveau. I dette tilfælde skal w_i opfattes som en prokxy for prisen på den konkurrerende indenlandske produktion.

En anden generel observation er, at enhedsværdiernes gennemslag i ADAM's importpriser, for model A's vedkommende, i store træk er ens på kort og langt sigt. Kun varegrupperne sitc 6 og 8 synes at være kendetegnet af nogen træghed i gennemslaget. For sitc-gruppe 8 kan dette skyldes multikolaritet, idet gennemslaget for denne varegruppe er beregnet med udgangspunkt i en niveauspecifikation (se iøvrigt appendix c).

Prisgennemslaget for industriprodukterne sitc 6 og 7 er signifikant mindre end en. I størrelsesordenen 75 pct. af ændringerne i enhedsværdierne slår igennem i de tilsvarende ADAM-importpriser på kort sigt. Da markederne for de forarbejdede varegrupper typisk er segmenterede og præget af prisdiskrimination er dette ikke helt uventet. Man kan imidlertid undre sig over, at ADAM's priser på de råvarelignende varer i sitc-gruppe 1 og 2 ikke i højere grad følger enhedsværdierne.

⁸ Målefejl i det omfang ADAM's importpriser betragtes som en prokxy for de sande men ukendte importpriser

6. Afrunding

Alt i alt peger de skitserede resultater altså på, at anvendelsen af engrosprisindekset som primær kilde ved konstruktion af importprisser i NR, vitterligt medfører systematiske målefejl. Især for de forarbejdede varegrupper er der, ikke uventet, en tendens til, at importøren sætter en pris, som ikke helt følger den sande importpris. Kun for varegruppe 3 og i mindre grad for varegruppe 0 og 5, synes engrospriserne præcist at følge bevægelserne i den sande importpris.

Det forhold, at proksyen for den indenlandske værdiskabelse er signifikant for alle varegrupper (undtaget sitc 3) peger i øvrigt på det centrale problem, at engrospriser primært er salgspriser, hvorimod enhedsværdier og den sande importpris jo er købspriser. Hvorvidt proksyen fanger eksistensen af indenlandsk skabt værditilvækst i engrosleddet eller at grossisten konkurrerer med indenlandske producenter er ikke afgørende.

Meget peger desuden på, at importørernes avancer afhænger af de sande importpriser, og ikke mindst, at importørerne vitterligt skaber værditilvækst i det indenlandske engrosled. Modellen i afsnit 3 har således vist sin berettigelse.

Det skal imidlertid understreges at der ikke er noget statistisk belæg for at foretrække denne tolkning. Som illustreret i tabel 1, kan engrospriserne ligeså vel være bestemt af udviklingen i enhedsværdierne og eventuelt en trend for at tage højde for kvalitetskorrektionen af engrospriserne. En endelig afklaring af dette spørgsmål kræver både et større datamateriale, feks. enhedsværdier på kvartalsbasis, og et forsøg med et mere nuanceret mål for den indenlandske værditilvækst henholdsvis de indenlandske priser.

Endelig skal det understreges, at de illustrerede resultater kan lide under, at afstanden fra importpriser i NR til enhedsværdier i udenrigshandelen trods alt er stor. Et lidt skræmmende eksempel er, at importpriserne i NR ad-hoc korrigeres, hvis der konstateres store uoverensstemmelser mellem enhedsværdier og NR-priser.

APPENDIX A

Baggrunden for de ræsonnementer, der er gennemgået i afsnit 3, er en enkel partiel kortsigtsmodel. Enhedsværdierne tolkes som den indenlandske importørs købspriser, hvorimod importpriserne i ADAM (NR) jo egentlig er salgspriser.

Til trods for, at importørerne nok kun forædler og bearbejder de importerede produkter i et meget begrænset omfang, approksimeres importørens produktionsstruktur af en enkel Cobb-Douglass produktionsfunktion. Det antages desuden at importøren fastsætter en pris givet de indenlandske efterspørgselsforhold.

Importprisen i indenlandsk valuta antages eksogen. Den udenlandske producent justerer altså ikke udbudsprisen (i udenlandsk valuta) når de indenlandske efterspørgselsforhold eller valutakursen ændres.

Følgende variabler indgår:

$$\begin{aligned} P_m &= \text{Det indenlandske prisniveau} \\ I &= \text{Enhedsværdier (faktorpris)} \\ X &= \text{Indenlandsk produktion} \\ M &= \text{Udenlandsk eksport (import)} \\ \xi &= \text{Indenlandsk priselastisitet} \\ \alpha, \beta &= \text{Faktorintensiteter for henholdsvis arbejdskraft og import} \\ \omega &= \text{Priselastisitetens priselastisitet} \left(\frac{\partial \xi}{\partial P_m} \frac{P_m}{\xi} \right) \\ \theta &= \text{Enhedsværdiers gennemslag i de indenlandske salgspriser} \left(\frac{\partial P_m}{\partial I} \frac{I}{P_m} \right) \\ \lambda &= \text{Et udtryk for efterspørgselskurvens hældning} \left(\frac{f''}{f'} \frac{P_m}{f} \right) \end{aligned}$$

Den indenlandske importørs prisfastsættelsesregel kan skrives:

$$\begin{aligned} \Pi &= P_m(X) X - C(X) \quad \Leftrightarrow \\ (1) \quad P_m &= \left(1 + \frac{1}{\xi}\right)^{-1} MC, \quad MC = A W^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} I^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} X^{\frac{1}{\alpha+\beta}-1} \end{aligned}$$

Den indenlandske importørs omkostningsstruktur er fundet ved at minimere omkostningerne givet den indenlandske efterspørgsel og under forudsætning af, at produktionsstrukturen kan beskrives af en Cobb-Douglass produktionsfunktion. Importøren antages således at anvende en eller flere indenlandske faktorer i forbindelse med formidling og videresalg af den betragtede importvare. Det skal understreges, at en importør, som blot videresælger importproduktet, også kan rummes i denne modelramme. I dette tilfælde vil β være lig en henholdsvis α lig 0. Efterspørgselen efter importproduktet vil således være proportional

med den indenlandske importefterspørgsel.

Ved differentiation af (1) mht. I, findes at:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_m}{\partial I} &= \frac{\partial \xi}{\partial I} (1+\xi)^{-2} \left(\frac{1}{\alpha+\beta} \right) K W^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} I^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} X^{\frac{1}{\alpha+\beta}-1} \\ &+ \left(1+\frac{1}{\xi}\right)^{-1} \left(\frac{1}{\alpha+\beta} \right) K W^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{\beta}{\alpha+\beta} \right) I^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}-1} X^{\frac{1}{\alpha+\beta}-1} \\ &+ \left(1+\frac{1}{\xi}\right)^{-1} \left(\frac{1}{\alpha+\beta} \right) K W^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} I^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \left(\frac{1}{\alpha+\beta} - 1 \right) X^{\frac{1}{\alpha+\beta}-2} \frac{\partial X}{\partial P_m} \frac{\partial P_m}{\partial I} \end{aligned}$$

De sande importpriserne gennemslag i engrospriserne, Θ , kan findes som:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_m I}{\partial I P_m} &= \frac{\partial \xi}{\partial P_m} \frac{P_m}{\xi} \frac{\partial P_m I}{\partial I P_m} (1+\xi)^{-1} + \frac{\beta}{\alpha+\beta} + \left(\frac{1}{\alpha+\beta} - 1 \right) \xi \frac{\partial P_m I}{\partial I P_m} \quad \rightarrow \\ \Theta &= \frac{\beta}{\alpha+\beta} \left[1 - \omega (1+\xi)^{-1} - \left(\frac{1}{\alpha+\beta} - 1 \right) \xi \right]^{-1} \end{aligned}$$

Tages udgangspunkt i en generel efterspørgselsfunktion af typen $X=F(P_m)$ kan sammenhængen mellem priselasticiteten og prisniveauet bestemmes:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{f'}{f} P_m \\ \frac{\partial \xi}{\partial P_m} \frac{P_m}{\xi} &= \frac{(f'' P_m + f') - f' f' P_m}{f^2} \frac{P_m f}{f' P_m} \\ (3) \quad \frac{\partial \xi}{\partial P_m} \frac{P_m}{\xi} &= 1 - \left[\xi - \frac{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial P_m} \right)}{\partial P_m} \frac{P_m}{\partial f / \partial P_m} \right] \\ \omega &= 1 - \xi + \lambda \end{aligned}$$

De sande importprisers gennemslag i engrospriserne findes ved at indsætte (3) i (2). Det forudsættes, at produktionen er kendetegnet ved konstant skalaafkast ($\alpha+\beta=1$):

$$(4) \quad \theta = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{1 + \xi}{2 \xi - \lambda}$$

Bestemmelse af de marginale omkostninger

Udtrykket for de marginale omkostninger er, som omtalt, fundet ved at løse et enkelt optimeringsproblem. For en ordens skyld, er det valgt vise resultatet. Produktionsfunktionen er af Cobb-Douglass typen:

$$F(L, M) = A L^\alpha M^\beta$$

Hvor L er et udtryk for anvendelsen af den indenlandske faktor. Hvis den betragtede producent minimerer omkostningerne givet efterspørgslen, kan førsteordensbetingelserne skrives:

$$\begin{aligned} (1) \quad W + \pi A \alpha L^{\alpha-1} M^\beta &= 0 \\ (2) \quad P_m + \pi A L^\alpha \beta M^{\beta-1} &= 0 \\ (3) \quad F(L, M) - A L^\alpha M^\beta &= 0 \end{aligned}$$

Hvor π er produktionens skyggepris. Faktorefterspørgselsfunktionerne kan findes af (1), (2) og (3). Ved indsættelse i omkostningsfunktionen findes at:

$$C = W \left[\left(\frac{F}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{W}{P_m} \frac{\beta}{\alpha} \right)^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \right] + P_m \left[\left(\frac{F}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{W}{P_m} \frac{\beta}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \right]$$

$$C = (F/A)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left[(\beta/\alpha)^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} W^{1-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} P_m^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + (\beta/\alpha)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} W^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} P_m^{1-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \right]$$

$$C = A^{-\frac{1}{\alpha+\beta}} \left((\beta/\alpha)^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + (\beta/\alpha)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \right) \left[P_m^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} W^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} F^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \right]$$

De marginale omkostninger kan hermed skrives:

$$MC = K W^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} P_m^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} F^{\frac{1}{\alpha+\beta}-1}, \quad K=K(\alpha, \beta, A)$$

APPENDIX B

Enhedsværdier og kvantumindeks i udenrigshandelen er fischer-kædeindeks og adskiller sig således fra de opgørelsesmetoder, som anvendes i nationalregnskabet og i ADAM. For at konstruere et pris-indeks, som i et vist omfang kan sammenlignes med ADAMs importprisserier, er de 2-cifrede enhedsværdier sammenvejet med en konstrueret serie for importen i faste priser. Fastpris-serien er dannet på baggrund af importværdierne i 1980 og kvantumindeks på 2-cifret sitc-niveau. Det konstruerede prisindeks kan betragtes som paasche-indeks, idet man dog må erindre, at enhedsværdierne stadig er fischer-kædeindeks på det 2-cifrede sitc-niveau.

Helt specifikt er prisserierne dannet ved:

$$P_t^{sicc(i)} = \frac{\sum_j M_{80}^{ij} K_t^{ij} I_t^{ij}}{\sum_j M_{80}^{ij} K_t^{ij}}$$

hvor:

- M_{80} = Importværdier i 1980
- K = kvantumindeks 1980=100
- I = enhedsværdiindeks 1980=100
- j = Andet ciffer i sitc-nomenklaturen

Som omtalt er indekserne fra udenrigshandelsstatistikken plaget af adskillige databrud i den betragtede periode.

- til og med 1973 indgår Danmarks samhandel med Færøerne og Grønland ikke i Danmarks udenrigshandelsstatistik og dermed heller ikke i indeksberegningerne.

- I perioden 1971 til 1978 var grundlaget for beregningerne en opgørelse efter generalhandelsprincippet. Siden 1979 har grundlaget for indeksberegningerne været en opgørelse efter specialhandelsprincippet. Forskellen på de to principper er at specialhandelsprincippet ikke medtager de varer, som indføres og oplægges på private lagre i frihavnen, på toldoplæg, på importoplæg for landbrugsvarer samt provianteringslagre. I øvrigt medtages ikke varer, som alene godsregistreres og herefter udføres. Derimod medtages varer, som indføres og senere genudføres, forudsat at varen er fortoldet ved indførslen.

I 1974 ændredes SITC-varegrupperingen i øvrigt markant for grupperne 1,7 og 8. Serierne er i beregningerne kædet sammen ved at anvende priser på det 2-cifrede niveau før 1974 som indikatorer for de disaggregerede varegrupper efter 1974.

APPENDIX C

Model A. Langt sigts sammenhæng

	LOG(I ₀) ²	LOG(POL) ¹	LOG(TID)	konstant	DW	R2	spredning	Estimationsperiode
SITC 0	0.88 (19)	0.11 (2.9)	0.009 (4.2)	-	1.34	0.998	0.0149	1973-1988
SITC 1	0.81 (16)	0.07 (1.4)	0.011 (4.2)	-	1.82	0.996	0.0169	1975-1988
SITC 2,4	0.86 (14)	-	0.253 (7.3)	-0.58 (7.1)	1.14	0.995	0.0219	1975-1988
SITC 5	1.00 (101)	-	0.002 (4.1)	-	1.27	0.998	0.0178	1971-1988
SITC 6	0.84 (10)	0.16 (2.5)	0.019 (5.0)	-	0.82	0.996	0.0193	1974-1988
SITC 7	0.71 (14)	0.17 (3.9)	0.008 (3.2)	-	1.44	0.999	0.0083	1975-1988

Model A. Fejlkorrektionsmodel

	DLOG(I ₀)	ECM ₁	Konstant	R2	spredning	DW	Estimationsperiode
SITC 0	0.92 (20)	-0.71 (2.4)	0.007 (1.4)	0.967	0.0149	1.5	1974-1988
SITC 1	0.88 (17)	-1.18 (3.6)	-	0.926	0.0153	1.8	1976-1988
SITC 2,4	0.85 (16)	-0.55 (1.8)	0.019 (3.2)	0.957	0.0193	1.8	1975-1988
SITC 5	1.02 (29)	-0.69 (2.5)	-	0.972	0.0174	1.4	1972-1988
SITC 6	0.76 (18)	-0.58 (4.2)	0.015 (4.9)	0.964	0.0082	1.9	1975-1988
SITC 7	0.83 (13)	-1.14 (3.4)	0.006 (1.4)	0.938	0.0083	2.2	1976-1988

1) POL: vægtet gennemsnit af enhedsværdier. Fortrinsvist $0.5 \cdot I_1 + 0.3 \cdot I_2 + 0.2 \cdot I_3$

2) I₀ : ulagget enhedsværdi

MODEL B. Langt sigts sammenhænge

	LOG(I ₀)	LOG(LNA)	LOG(PYFN)	LOG(TID)	konstant	DW	R2	spredning	Estimationsperiode
SITC 0	0.89 (24)	0.10 (3.8)	-	-	0.40 (3.7)	1.7	0.999	0.0132	1971-1988
SITC 1	0.72 (11)	-	0.19 (3.2)	-	-	1.0	0.994	0.0157	1975-1988
SITC 2,4	0.86 (21)	0.31 (11)	-	-	-1.2 (10)	1.5	0.997	0.0158	1975-1988
SITC 5	0.88 (27)	-	0.15 (4.2)	-	-	1.6	0.998	0.0166	1971-1988
SITC 6	0.82 (14)	0.22 (3.9)	-	0.006 (2.4)	-	1.0	0.997	0.0158	1974-1988
SITC 7	0.76 (14)	-	0.14 (2.4)	-	-	1.4	0.999	0.0093	1975-1988
SITC 8	0.65 (19)	-	0.43 (12)	-	-	1.5	0.999	0.0115	1973-1988

MODEL B. Fejlkorrektionsmodel

	DLOG(I ₀)	DLOG(LNA)	DLOG(PYFN)	ECM _{t-1}	konstant	R2	spredning	DW	Estimationsperiode
SITC 0	0.93 (30)	-	-	-0.91 (3.7)	0.008 (2.3)	0.983	0.0124	1.7	1972-1988
SITC 1	0.85 (14)	-	-	-1.10 (3.9)	0.019 (3.8)	0.943	0.0135	1.8	1976-1988
SITC 2,4	0.84 (19)	0.26 (4.6)	-	-0.71 (2.1)	-	0.974	0.0149	2.3	1976-1988
SITC 5	0.96 (25)	-	0.16 (2.5)	-0.89 (4.0)	-	0.981	0.0143	1.5	1972-1988
SITC 6	0.75 (16)	-	0.22 (4.9)	-0.86 (5.1)	-	0.961	0.0083	1.4	1975-1988
SITC 7	0.83 (24)	-	-	-1.00 (3.6)	-	0.925	0.0087	1.6	1976-1988
SITC 8	0.65 (11)	-	0.43 (6.5)	-0.74 (2.7)	-	0.940	0.0121	1.8	1974-1988

Niveaurelationen for sitc nr. 8

	Estimat	T-værdier
LOG(I ₀)	0.65	21.5
LOG(POL)	0.26	7.5
LOG(TID)	0.18	7.8
0.52*DLOG(LNA) + 0.18*DLOG(LNA) ₋₁	1.59	9.5
KONSTANT	-0.49	7.8
R2	1.000	
DW	2.04	
Spredning	0.0072	

BILAG 1. Correlationskoefficienter

I tabellerne skildres correlationen mellem de aggregerede prisindeks (AGG.) og de 2-cifrede prisindeks. F.eks. er correlationen mellem det aggregerede SITC0-prisindeks og prisindekset for SITC01 bestemt til 0.98.

TABEL 1. Prisserierne i niveau

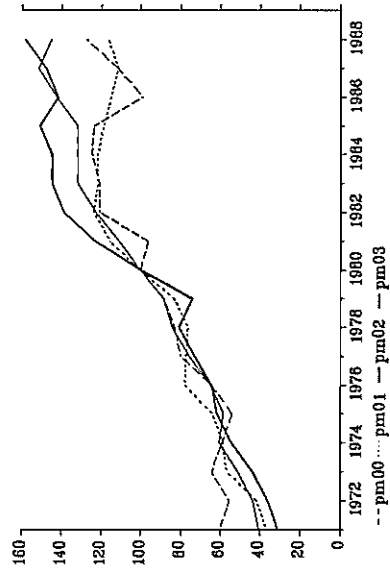
	SITC0	SITC1	SITC2	SITC3	SITC4	SITC5	SITC6	SITC7	SITC8
AGG.	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0	0.950								
1	0.980	0.981	0.824		0.996	0.995	0.984	0.995	0.972
2	0.977	0.955	0.932	0.979	0.960	0.979	0.997	0.998	0.987
3	0.967		0.980	0.999	0.974	0.991	0.997	0.988	0.944
4	0.987		0.992	0.991		0.988	0.995	0.999	0.968
5	0.992		0.956	0.878		0.996	0.997	0.947	0.997
6	0.957		0.986			0.968	0.994	0.987	0.981
7	0.887		0.973			0.852	0.996	0.996	0.964
8	0.890		0.930			0.996	0.984	0.986	0.980
9	0.952		0.972			0.984	0.994	0.981	0.992

Tabel 2. Prisserierne i ændringer

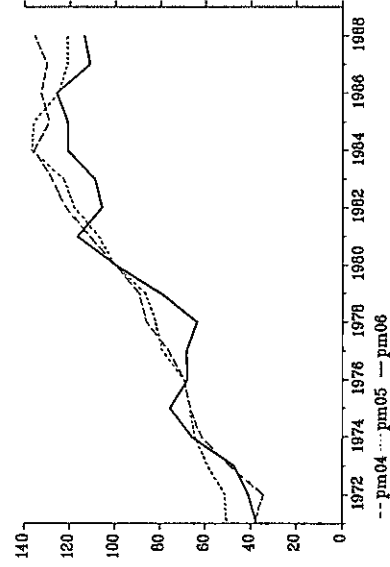
	SITC0	SITC1	SITC2	SITC3	SITC4	SITC5	SITC6	SITC7	SITC8
AGG.	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0	0.477								
1	0.641	0.853	0.201		0.988	0.981	0.354	0.701	0.450
2	0.441	0.861	0.889	0.864	0.874	0.887	0.856	0.869	0.676
3	0.650		0.823	0.996	0.941	0.880	0.841	0.698	0.139
4	0.649		0.903	0.965		0.807	0.857	0.957	0.873
5	0.776		0.605	0.783		0.931	0.931	0.396	0.995
6	0.292		0.917			0.812	0.791	0.741	0.720
7	0.705		0.586			0.419	0.929	0.884	0.529
8	0.878		0.792			0.929	0.808	0.737	0.886
9	0.272		0.645			0.914	0.797	0.699	0.924

Enhedsværdier, SITC 0. (1980=100)

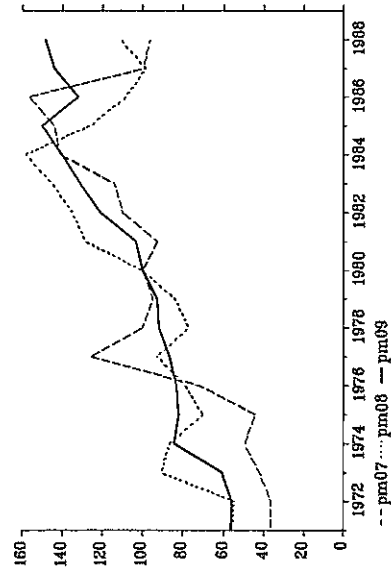
Figur 1. SITC 00-03



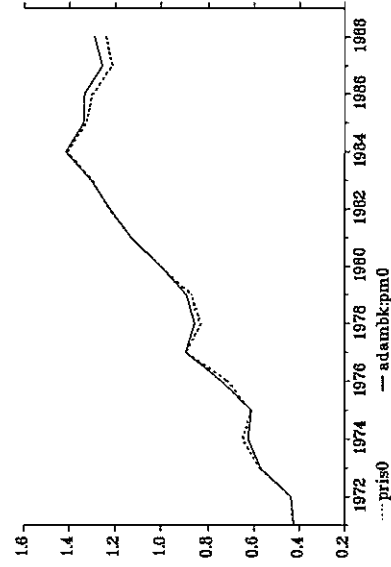
Figur 2. SITC 04-06



Figur 3. SITC 07-09



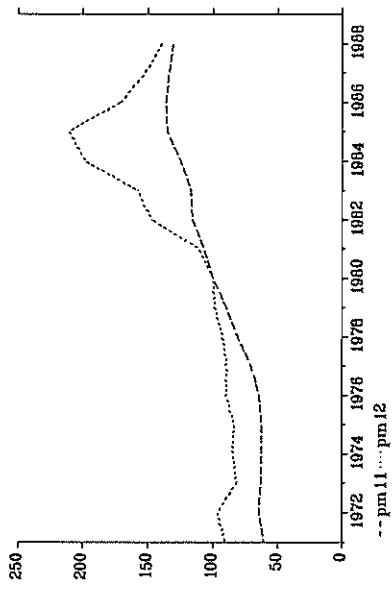
Figur 4. Aggregerede importpriser



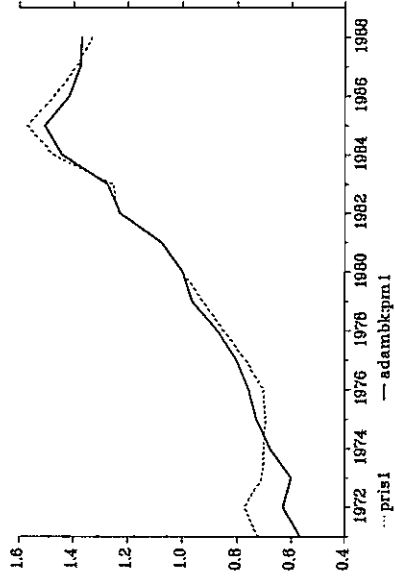
PRIS0 : Aggregerede enhedsværdier
 ADAMBK:PM0 : Importpris i ADAM

Enhedsværdier, SITC 1, (1980=100)

Figur 5. SITC 11-12



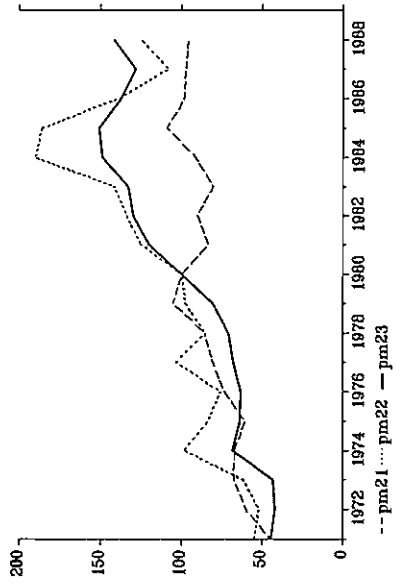
Figur 6. Aggregerede importpriser



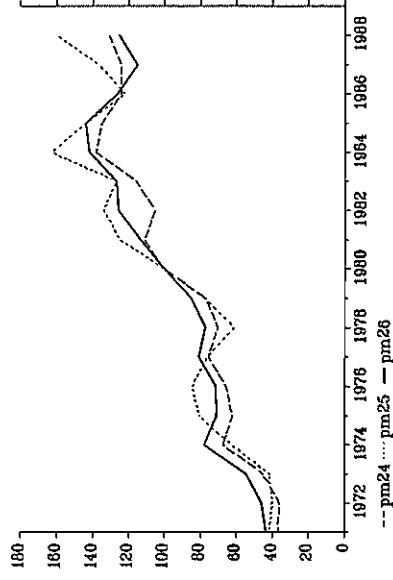
PRIS1 : Aggregeret enhedsværdi
ADAMBK:PM1 : Priser fra ADAM

Enhedsværdier, SITC 2. (1980=100)

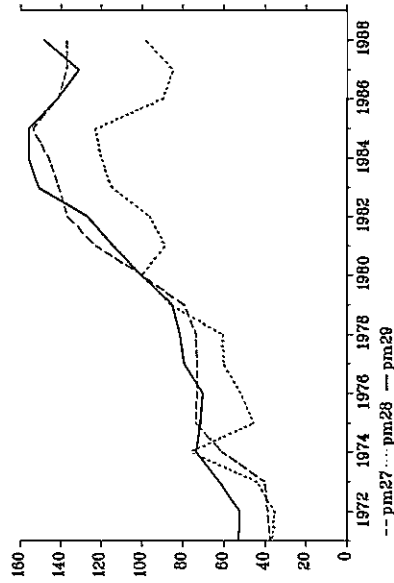
Figur 7. SITC 21-23



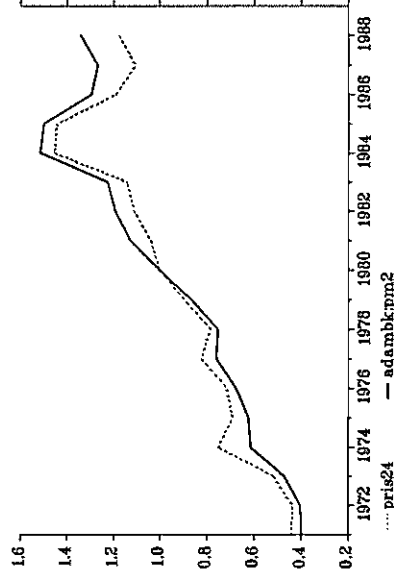
Figur 8. SITC 24-26



Figur 9. SITC 27-29



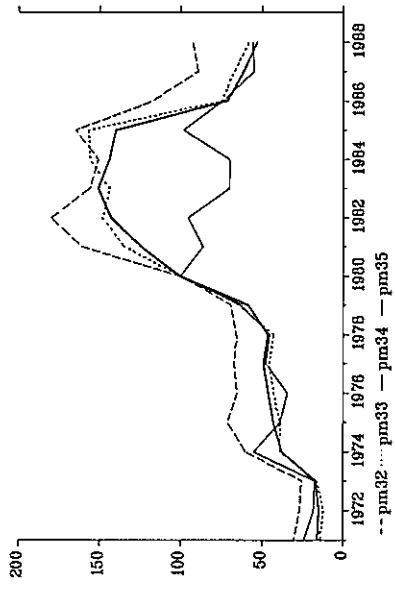
Figur 10. Aggregerede importpriser



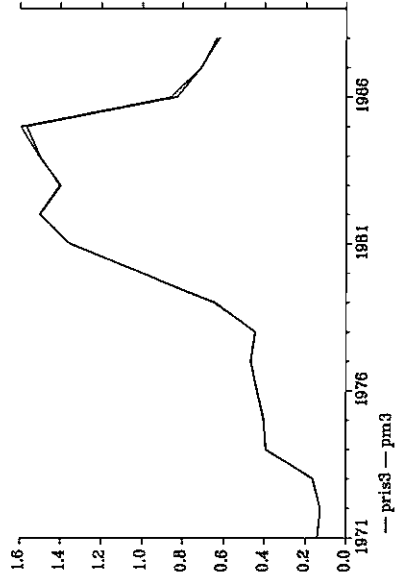
PRIS24 : Aggregerede enhedsværdier. SITC 2,4
 ADAM24:PM2 : Priser fra ADAM. SITC 2,4

Enhedsværdier, SITC 3 OG 4. (1980=100)

Figur 11. SITC 32-35

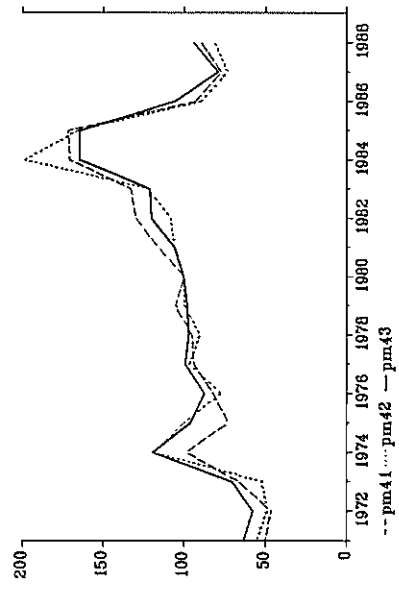


Figur 12. Aggregerede importpriser



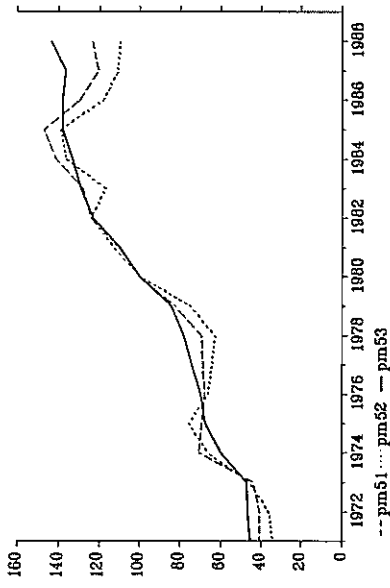
PRIS3 : Aggregeret enhedsværdi
PM3 : Pris fra ADAM

Figur 13. SITC 41-43

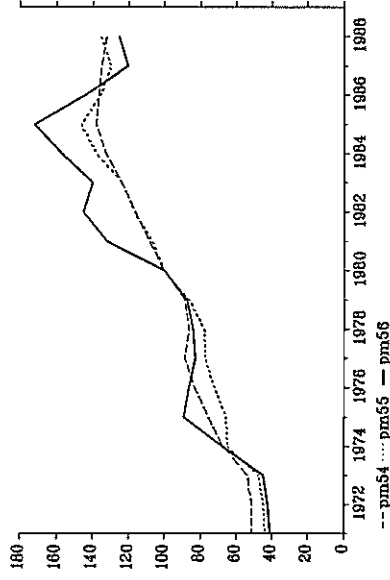


Enhedsværdier, SITC 5. (1980=100)

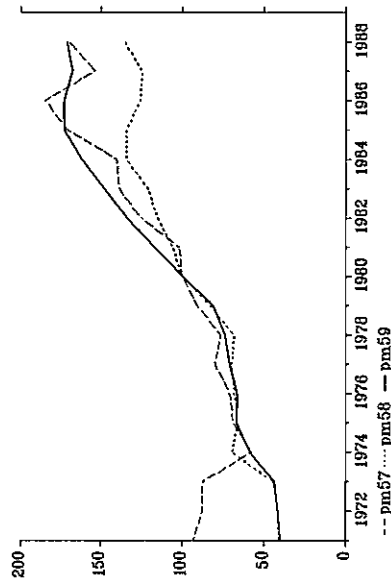
Figur 14. SITC 51-53



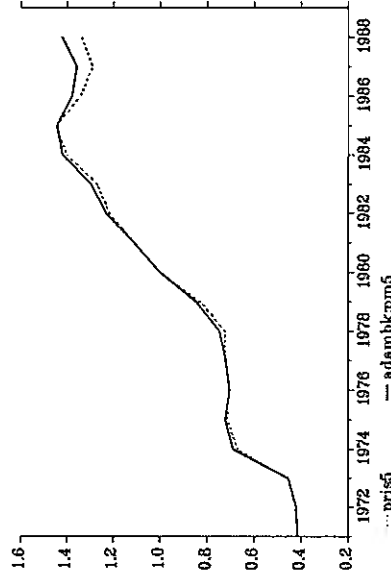
Figur 15. SITC 54-56



Figur 16. SITC 57-59



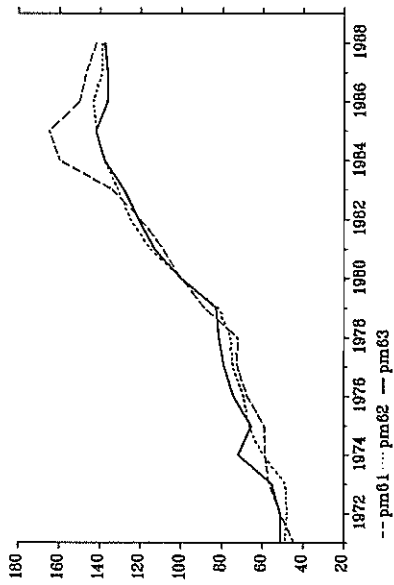
Figur 17. Aggregerede importpriser



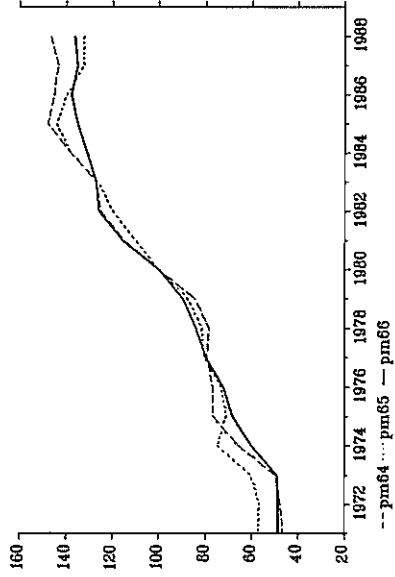
PRIS5 : Aggregeret enhedsværdii
ADAMBK:PM5 : Pris fra ADAM

Enhedsværdier, SITC 6. (1980=100)

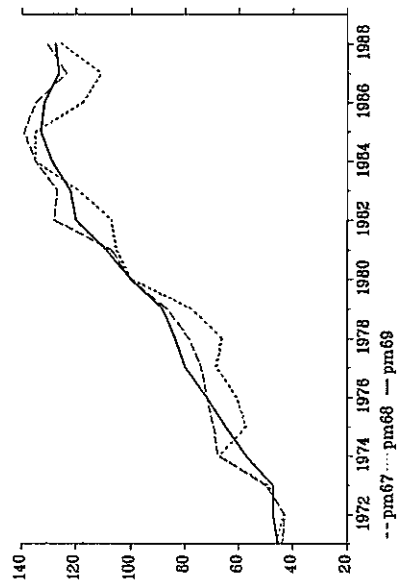
Figur 18. SITC 61-63



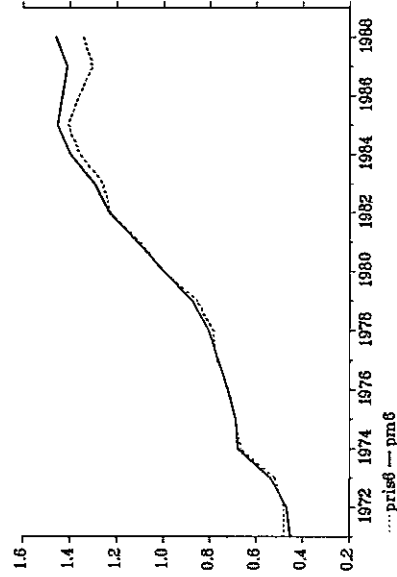
Figur 19. SITC 64-66



Figur 20. SITC 67-69



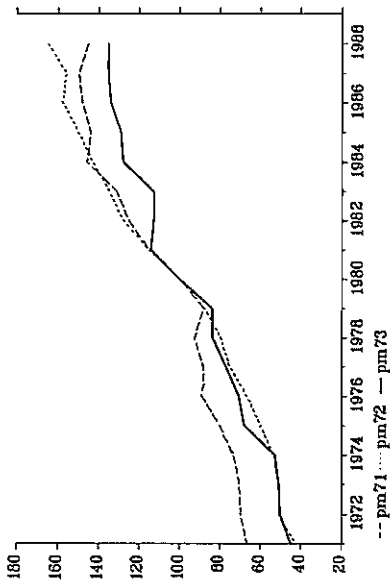
Figur 21. Aggregerede importpriser



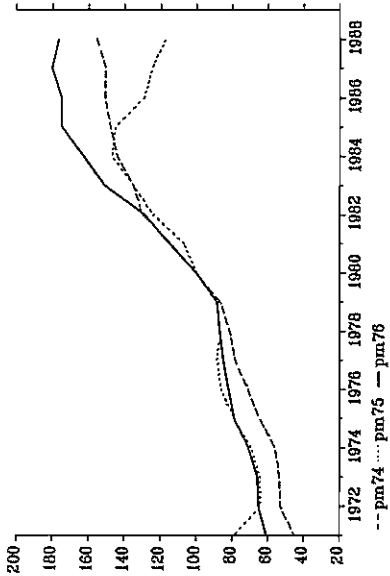
PRIS6 : Aggregeret enhedsværdi
PM6 : Pris fra ADAM

Enhedsværdier, SITC 7. (1980=100)

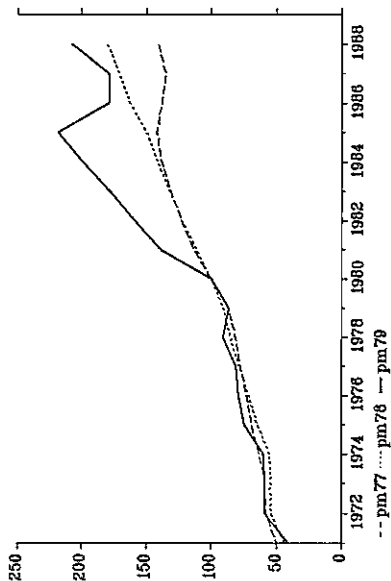
Figur 22. SITC 71-73



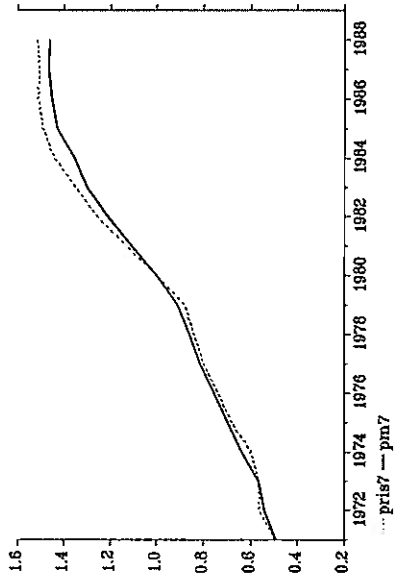
Figur 23. SITC 74-76



Figur 24. SITC 77-79



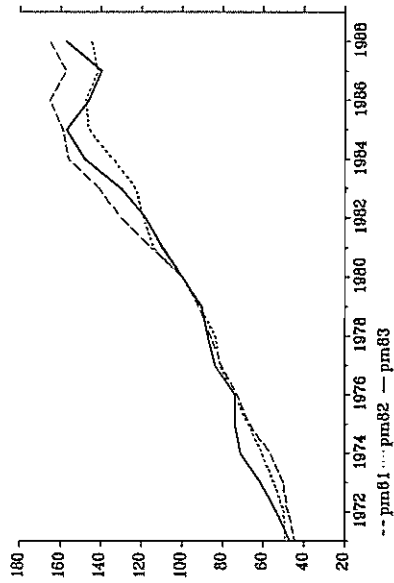
Figur 25. Aggregerede importpriser



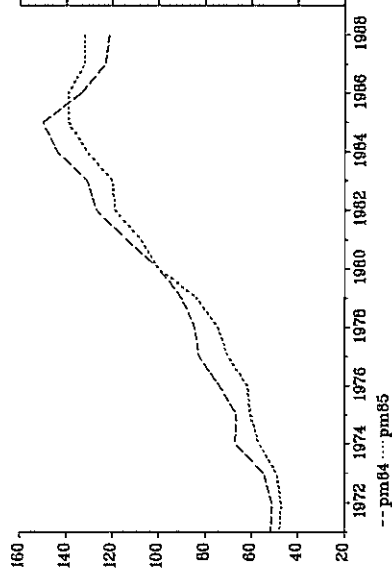
PRIS7 : Aggregeret enhedsværdi
PM7 : Pris fra ADAM

Enhedsværdier, SITC 8. (1980=100)

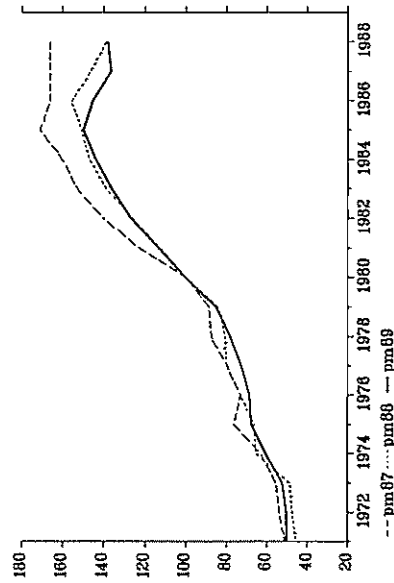
Figur 26. SITC 81-83



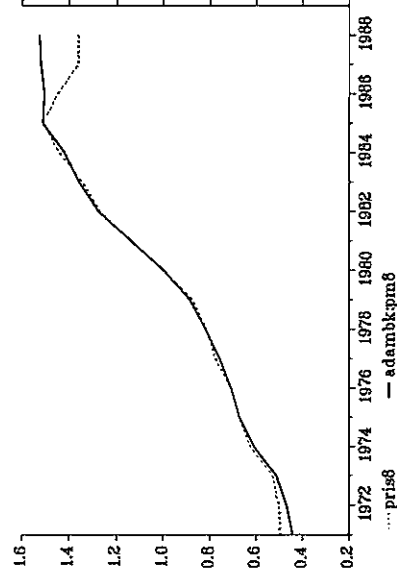
Figur 27. SITC 84-86



Figur 28. SITC 87-89



Figur 29. Aggregerede importpriser



PRIS8 : Aggregeret enhedsværdi
ADAMBK:PM8 : Pris fra ADAM

Nogle kritiske kommentarer til det løbende arbejde i modelgruppen

Resumé:

I papiret kritiseres det løbende arbejde i modelgruppen. Der lægges vægt på den måde, hvorpå gruppen i øjeblikket formidler modelarbejdet. Endelig kastes et blik på nogle af de modelspecifikke problemer, som er faldet mest i øjnene.

bruger.jh

Nøgleord: bruger, kritik

Formidling af ADAM

ADAM-produktet i den nuværende form er primært tilrettet de krav, som stilles af de professionelle brugere i BD og DØS. Formidlingen af ADAM sker således overvejende via modelgruppepapirer af en forholdsvis teknisk karakter. En tilbundsgående forståelse af disse papirer kræver et betydeligt forhåndskendskab til modellen og forudsætter ofte et kendskab til tidligere modelgruppepapirer. Den del af brugerne som enten er nye eller anvender modellen ad-hoc, skal således yde en resurcekrævende indsats før overblikket så småt begynder at indfinde sig.

Problemet er nok ikke i så høj grad at få nye kunder. Der er jo trods alt en del prestige forbundet med at abonnere på den model, som anvendes til politikplanlægning i centraladministrationen. Problemet er i højere grad, at det på et senere tidspunkt kan blive overordentligt vanskeligt at bibeholde kundemassen, fordi brugere uden erfaring og tilstrækkelig back-up hurtigt kører træt i de mange problemer, man uundgåeligt støder på i en indledende fase.

Da et af modelgruppens mål jo er at udbrede modelanvendelsen varigt, vil det ganske givet blive nødvendigt at øge den uddannelsesmæssige indsats. Mange kunder anvender kun ADAM på ad-hoc basis, hvilket bla. indebærer, at indlæringsperioden bliver uforholdsmæssig lang. Der synes desuden at være en tendens til, at anvendelsen af modellen er betinget af, at en enkelt økonom tilfældigvis har lidt modelerfaring.

Det vil på denne baggrund være formålstjenligt med et forholdsvis overskueligt skrift om modelbrug, multiplikatorberegninger og såkaldte 'pittfalls'. Da det aldrig vil blive let at arbejde med ADAM skal et sådan skrift, som primært stiles til ad-hoc brugeren, kun være en introduktion, som gør opmærksom på de oftest forekommende problemer. Med det fornødne held vil et skrift af denne type medføre, at brugere ikke kun abonnerer på modellen men også anvender den. Endelig er der fra flere sider ydret ønske om en meget komprimeret dokumentation (evt. et opslagsværk) om de vigtigste sammenhænge i modellen.

For alle brugere, er det selvfølgelig meget vigtigt, at en ny modelversion dokumenteres grundigt. I løbet af de sidste år er dokumentationen af det løbende arbejde i modelgruppen da også blevet overordentligt opprioriteret. Der er imidlertid stadig nogle områder, som er meget sparsomt omtalt i modelpapirene og som er af stor betydning for forståelsen af modelegenskabene.

Man savner således ofte en vurdering af om modellen som helhed og de enkelte relationer i særdeleshed er i overensstemmelse med de detailstudier, som kan findes i litteraturen. Sammenligninger med andre undersøgelser vil sætte de opnåede resultater i perspektiv og vil medvirke til at forbedre modelbrugernes muligheder for at vurdere en ny modelversion.

Da mange relationer er estimeret på 'noget nær' reduceret form, er en

uddybende gennemgang af de opnåede resultater ofte ønskelig. Mange brugere vil ganske givet finde interesse i en gennemgang af de (til tider) implicite strukturelle former.- Eksempler er den implicite boligefterspørgsel i kontantprisrelationen, den implicite sammenhæng mellem lang-sigts ledigheds niveau og kompensationsgrad i lønrelationen og den implicite steady-state forbrugskvote. Det vil være en betydelig hjælp i forbindelse med udarbejdelse og formidling af fremskrivninger.

Der bør desuden lægges vægt på at gennemgå, hvordan nye specifikationer påvirker modelegenskaber og modelbrug. Helt aktuelt understreges dette af, at den nye ikke-lineære WFBZ-specifikation egentlig kun tillader multiplikatoreksperimenter, som medfører et voksende renteniveau. Samtidig skal man i den nye version være påpasselig med at eksogenisere renten, hvilket bla. skyldes, at behandlingen af rentestrømmene ikke er helt konsistent. 'Små-problemer' af denne art kunne ganske givet undgås, hvis en ny modelversion blev gennemtestet grundigt inden udsendelse. En procedure af denne karakter kræver imidlertid resurser og virkelig god planlægning.

Et element i en sådan modevaluering vil være, at foretage ex-post simulationer over flere konjunkturcykler, primært for at sikre at modellen, med nogen præcision, kan reproducere et historisk forløb. Da ADAM overvejende er baseret på enkeltlignings-økonometri kan nye (i særdeleshed ikke-lineære) specifikationer være en forbedring på 'enkeltiligningsniveau' men ikke nødvendigvis på 'modelniveau'. Lange ex-post simulationer kan altså afsløre model-bias, som ikke i første omgang konstateres i enkeltligningsresidualerne. Ex-post simulationer kan desuden danne baggrund for en vurdering af om nye modelversioner vitterligt er 'bedre' (i ovennævnte forstand) end gamle. Et fuldstændig uvidenskabelig test baseret på størrelsen $\Sigma\alpha_i\%RMSE$, hvor α er den vægt, som tildeles variabel i , kan være et udgangspunkt.¹

Da man jo med nogen ret kan hævde, at ex-post in-sample simulationer er selvbekræftende, vil det være aktuelt at foretage out-of-sample simulationer i år med kendte eksogene.

Et andet check på en modelversion kunne være, med udgangspunkt i plausible værdier for de eksogene variabler, at konstruere et ex-ante balanceret-vækst forløb. Det vil bidrage til at forøge kendskabet til modellens langt-sigtsegenskaber. Desuden vil 'uforklarlige' brud i udviklingen i forskellige kvoter (løn, restindkomst, forbrug, produktivitet mv.) og, ikke mindst, i sektorenes fordringsserhvervelser i nogle tilfælde pege på centrale problemer i modelversionen.

Endelig er det naturligvis en god idé at udarbejde et stort antal multiplikatorer. Da der i bruger kredse er tradition for at betragte ADAM som en lineær model, er det vigtigt at understrege, at de eksisterende ikke-lineariteter kan betyde at

¹Teststørrelsen lider selvfølgelig af den svaghed, at valget af vægte er helt arbitrært.

udgangspunktet i nogle tilfælde kan være endog meget afgørende for multiplikatorernes størrelse. Det vil iøvrigt lette udarbejdelsen af multiplikatorer hvis brugerne forsynes med en troværdig, veldokumenteret multiplikatorbank. Samtidig bør de relationer, som medvirker til denne asymmetri i multiplikatorberegninger, dokumenteres særligt grundigt.

Arbejdet med at analysere en modelversion grundigt tjener flere formål. For det første kan brugeren egentlig ikke tolke sine resultater, hvis ikke modellen er tilstrækkeligt analyseret og dokumenteret. For det andet vil modelbyggeren støde på fejl og mangler i forbindelse med 'modeldissektionen', som måske kan blive rettet i tide. Endelig er den grundige modelanalyse en forudsætning for det videre modelarbejde.

Afrundende skal det understreges, at alle brugere nærer respekt for modelgruppens faglige kvaliteter. Som bruger må man derfor undre sig over, at formidlingen af den nye modelversion på brugermøderne i december 1991, bar præg af undskyldninger og manglende koordination. Hvis man ønsker at bibeholde så mange kunder som muligt, er en koordineret og professionel formidling af modellen meget vigtig. Brugere uden betydelig ADAM-erfaring vil helt naturligt identificere modellens kvaliteter med den professionalisme og sikkerhed, hvormed modelgruppen fremlægger sine resultater.

Lidt om modellen

I forbindelse med arbejdet med ADAM støder man løbende ind i henholdsvis praktiske og modeltekniske problemer. Da den nye modelversion er ændret på stort set alle områder, er mange af de problemer, som opstod i forbindelse med anvendelse af NOV89-versionen ikke længere aktuelle. De kommentarer, som knyttes til modellen i det følgende er således primært rettet mod nogle af de problemer, som ikke blev korrigeret i den nye modelversion. - Først nogle generelle kommentarer:

ADAM er som bekendt meget detaljeret og har traditionelt været bedst egnet til kortsigtede prognoser og multiplikatoreksperimenter. De modelændringer, som er gennemført i løbet af de sidste 5 år og det arbejde som udføres i øjeblikket, er imidlertid primært rettet mod modellens udbudsside. Modellen er altså blevet mere anvendelig i forbindelse med de mellemlange fremskrivninger. Dette forhold bør understreges, formidles og dokumenteres mere end tilfældet er i øjeblikket.

Et andet kritikpunkt, som ofte nævnes i 'model-debatten', er, at den betydelige detaljeringsgrad i modellen sker på bekostning af en lidt lemfældig omgang med det mikroøkonomiske fundament. For at imødekomme dette udfald kunne man prioritere økonomi-teoretiske papirer lidt højere end tilfældet er i øjeblikket. Der er imidlertid ingen tvivl (i mit sind) om, at den valgte aggregeringsstruktur er en stor styrke. I nogle dele af modellen er der dog et uforholdsmæssigt stort antal variabler, og en sanering vil ganske givet kunne

øge brugerens overblik. Her tænkes primært på FINDAN.

De brugere, som tilstræber at benytte modellen i forbindelse med fremskrivninger, har et ekstraordinært behov for dokumentation og vejledning. Det skyldes primært, at det indikatorsystem, som brugeren udvikler i forbindelse med den løbende konjunkturvurdering, ofte udarbejdes inden for de rammer, som udstikkes af strukturen i ADAM. Udviklingen af et højfrekvent indikatorsystem af denne type er en meget arbejdskrævende proces. Det vil imidlertid være en stor hjælp, hvis brugerne fik en dokumentation af indikatorsystemet NARES, der som bekendt anvendes i BD og i Nationalbanken.

I forbindelse med den løbende modeludvikling har det været nødvendigt at konstruere et antal variabler. Da modelbrugere i forbindelse med udarbejdelse af forecast skal tage stilling til alle disse konstruktioner, er det lidt problematisk at datagenereringen ikke er bedre dokumenteret. Nogle eksempler er usercosts i investeringsrelationen og det offentligt støttede boligbyggeri.

Dummyerne i ADAM er et meget vigtigt arbejdsredskab, fordi man ofte har behov for at eksogenisere dele af modellen. Det er især i forbindelse med de helt kortsigtede fremskrivninger, at masse-eksogeniseringer kan være meget tidsbesparende. Det er imidlertid lidt problematisk at nogle af de dummyer, som i øjeblikket findes i modellen, egentlig ikke kan anvendes. Det drejer sig primært om eksogeniseringsmulighederne i det lineære udgiftssystem (DLU). Det grundliggende problem er, at J-leddene for de forbrugskomponenter der indgår i DLU også indgår i bestemmelsen af den samlede grænsenyttelighed. Da indikatorerne for de respektive forbrugskomponenter ofte er forholdsvis opdaterede er det lidt anstrengende, at man ikke kan lægge skønnene for disse komponenter fast i modellen. En løsning på problemet kunne være at konstruere en lille (AREMOS) model, som fastlægger J-leddene givet brugerens skøn for de respektive forbrugskomponenter.

Man kan iøvrigt konstatere brud på den udmærkede konvention, at en dummy kan betragtes som et (binært) svar på et spørgsmål. Et eksempel, hvor reglen stadig gælder er: Er de private maskininvesteringer eksogeniseret? - svaret er: DFIPM. Stiller man derimod spørgsmålet: Er renten eksogen? - så får man svaret DIWBZ, hvilket godt nok er sandt, men ikke desto mindre meget vildledende (i den nye modelversion). Renten vil være således være eksogen, men simulationen vil være mere eller mindre ubrugelig.

Det skal endelig nævnes, at man som bruger har behov for historiske banker, der rammer sig selv. Det skyldes bla., at prognoseårene ligger mellem 4 og 5 år længere fremme end den typiske estimationsperiode, hvilket indebærer, at modellen har god tid til at køre af sporet. En historisk bank, som rammer sig selv indeholder nogle oplysninger i form af den systematik, som kan spores i de genererede historiske J-led.

Ud over disse generelle kritikpunkter, er der nogle modelspecifikke problemer,

som skaber nogen irritation i brugerkredse:

- I **FINDAN** (den nye modelversion) er der betydelige vanskeligheder forbundet med at anvende eksogeniseringsdummys og ikke mindst, pengepolitiske reaktionsparametre. Da endogeniseringen af rentestrømmene ikke er gennemført helt konsistent, vil multiplikatorberegninger, hvor KREA2, KREA3 eller KREA4 er slået til, medføre en til tider mærkbar og inkonsistent ændring i TIPP2. Endelig konvergerer modellen ikke, hvis KREA6 slås til. (Hvis staten neutraliserer ændringer i den officielle likviditet ved at låne i udlandet). Disse problemer vil iøvrigt blive grundigt gennemgået i et senere papir.

Da nationalbankens netto-renteindtægter er søgt endogeniseret i den nyeste modelversion samtidig med, at den disponible indkomst nu indeholder den private sektors netto-renteindtægter, er det meget vigtigt at have et godt overblik over **interaktionen mellem FINDAN og ADAM**. Som bruger ville det således være en stor hjælp med en beskrivelse af disse sammenhænge.

I ADAM er det desuden vanskeligt at danne sig et indtryk af/undersøge om sammenhængen mellem indkomst-, opsparings- og nettofordringsbegreberne er indbyrdes konsistente. Da fordringserhvervelsen og nettorenteindtægterne bestemmes residualt er det altså problematisk at vurdere årsagerne til ændringer i den private sektors formue.

- **Modellens nerve, input-output systemet**, spiller som bekendt en altafgørende rolle i pris- og mængdesammenbindingen. Det er imidlertid arbejdskrævende at justere i koefficienterne, bla. fordi man implicit foretager justeringer andre steder i den relevante IO-søjle. At stable et program på benene, som kan gøre systemet mere tilgængeligt vil nok være for resurcekrævende. Derimod vil nogle velkonstruerede tabeller nok forøge overblikket.

- **Skattesystemet** i ADAM er for mange brugere en black-box, som godt nok er blevet mere tilgængelig efter den seneste modelrevision. I prognosearbejdet tager det således uforholdsmæssig lang tid at få skattedelen på plads. Der er ingen tvivl om, at en dokumentation af sammensætning og brug af skattemodellen vil finde megen anvendelse.

- Endelig er **eksportsiden** i modellen ikke specificeret særligt behændigt. For det første er eksportrelationerne plaget af forholdsvis små priselasticiteter og relativt utroværdige lang-sigtsegenskaber. For det andet lider prissfastsættelsen i udenrigshandelen under den 'dyre' forudsætning, at en vare har samme pris i alle anvendelser. Hvis man ønsker at foretage et bytteforholdseksperiment må man således enten acceptere, at eksportørerne prissfastsætter forholdsvis inoptimalt eller korrigerer manuelt. Vælger man den sidste løsning opstår der imidlertid endnu et problem. De ændringer i de erhvervsfordelte bruttofaktorindkomster, som skyldes prisdifferentiering i eksporten fordeles nemlig på nogle udvalgte erhverv med erhvervenes vareforbrug som vægte. Det rigtige ville sandsynligvis være at vægte med erhvervenes

8

- Da skattesystemet er svært at gennemskue vil en dokumentation af anvendelse og struktur i skattemodellen finde megen anvendelse.
- En revision af eksportsiden i ADAM er tiltrængt