



## EU Twinning Project on Statistics in Jordan



دائرة الإحصاءات العامة  
Department of Statistics

## تقديرات المناطق الصغيرة - مقدمة مبسطة -

دكتور أندرياس بيرغ  
عمان، 26.2.2024



# تقدير المناطق الصغيرة

- المقدمة
- Horvitz-Thompson
- Ratio and difference estimation / مقدر النسبة والفرق
- GREG / مقدر الانحدار العام



Delegation of the European  
Union to Jordan



# تقديرات المناطق الصغيرة

المقدمة ➤



Delegation of the European  
Union to Jordan



دائرة الإحصاءات العامة  
Department of Statistics



# تقديرات المناطق الصغيرة

➤ نحن لسنا بحاجة لتقديرات المناطق الصغيرة



Delegation of the European  
Union to Jordan



➤ إذا اعتمدنا على تقدير المناطق الصغيرة، فمن المحتمل أننا ارتكبنا بالفعل بعض الأخطاء في التخطيط لمسحنا فيما يتعلق بما يلي :

- حجم العينة الإجمالي
- الاختيار الخاطئ للمناطق/المجالات
- عدم التوافق بين نتائج المناطق المخطط لها والمقرر نشرها
- التصحيح اللاحق للنتائج المقرر نشرها (هل يمكننا حتى نشر النتائج في فئات فرعية/مستوى تصنيف أعمق؟)
- الاستهانة بشكل كبير من عدم الاستجابة



Delegation of the European  
Union to Jordan



➤ مثال :

- تم النظر في حجم عينة من 1000 شخص للحصول على تقدير للأردن بأكمله
- للإجابة على سؤال عن الإنفاق على تناول الطعام بالخارج
- بعد أخذ العينات، يقرر المرء إضفاء الطابع الإقليمي على التقديرات
- محافظة جرش بالصدفة تحصل فقط على صافي حجم عينات 5
- مع الأساليب الكلاسيكية حجم عينة 5، ستكون نتائج جرش غير موثوقة وغير قابلة للنشر



Delegation of the European  
Union to Jordan



➤ بشكل عام: الهدف هو تحسين تقديراتنا من حيث الدقة

➤ ويمكن تحقيق ذلك من خلال ما يلي:

➤ حجم العينة

➤ تصميم العينة

➤ أسلوب التقدير

➤ الأفضل: كمزيج من جميع العناصر الثلاثة



Delegation of the European  
Union to Jordan



- تقدير المناطق الصغيرة هو أداة يمكنها -ولكنها لا تضمن - في بعض الحالات تحسين جودة/موثوقية نتائجنا إذا كانت أحجام العينات صغيرة جدًا لإجراءات التقدير الكلاسيكية/التقليدية.
- وفي الحالات التالية تمثل الحاجة إلى استخدام تقدير المناطق الصغيرة:
- حجم العينة ثابت بالفعل
- تم سحب العينة بالفعل
- تقدير المناطق الصغيرة هو الحل الأخير لتحسين -إذا لزم الأمر - موثوقية نتائج المسح



Delegation of the European  
Union to Jordan



- نحن بحاجة إلى تقدير المناطق صغيرة إذا كانت نتائج التقدير الكلاسيكية غير موثوقة. متى لا يمكن الاعتماد عليهم؟ يعتمد على معايير الجودة التي ترغب في تحقيقها.
- على سبيل المثال من حيث تحديد العتبات (الحد الأدنى):

- Relative/absolute standard errors - الأخطاء القياسية النسبية/المطلقة
- MSE - Mean Square Error
- ..



Delegation of the European  
Union to Jordan



➤ ما هي التقديرات الكلاسيكية ؟

➤ فيما يتعلق بطرق أخذ عينات المسح، نود استخدام احتمالات الاختيار لاختيار وحدة من مجموعة سكانية لإنشاء تقديراتنا. لأن احتمالات الاختيار يتم تحديدها من خلال تصميم أخذ العينات. طريقة أخذ العينات المختارة، نسمي هذه التقديرات أيضًا قائمة على التصميم (Design-based)

➤ مقدر Horvitz-Thompson  
➤ - مقدر النسبة Ratio estimator

مقدر الانحدار العام - (General) Regression estimator-

➤ - مقدر الفرق Difference estimator



Delegation of the European  
Union to Jordan



➤ يتكون تقدير المناطق الصغيرة النموذجي من مزيج من:

- Design-based estimator - مقدر القائم على التصميم
- synthetic estimator - مقدر تركيبي



Delegation of the European  
Union to Jordan



## Horvitz-Thompson مقدر



Delegation of the European  
Union to Jordan



في أخذ عينات المسح، غالبًا ما نقوم بأخذ عينات مع احتمالات اختيار مختلفة.  
 المقدر البسيط غير المتحيز لمجموع السكان أو متوسط السكان مع الأخذ في الاعتبار احتمالات الاختيار غير المتكافئة هو ما يسمى  
 مقدر Horvitz Thompson

$$\hat{Y} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\pi_i} y_i$$

للمجموع السكاني:

$y_i$  ووحدات العينات  $\pi_i$  مع احتمالية الاختيار

أخذ عينات عشوائية بسيطة دون استبدال:  $\pi_i = \frac{n}{N}$  مثال

# التقدير

Ratio estimator - مقدر النسبة ➤



Delegation of the European  
Union to Jordan



# التقدير

إذا كانت المعلومات المساعدة متاحة، فيمكننا بشكل عام تحسين جودة تقديراتنا بشكل كبير باستخدام التقديرات التي تتضمن هذه المعلومات

$$\hat{Y} = \frac{X}{\sum_{i=1}^n x_i} \sum_{i=1}^n y_i$$

Ratio estimator – مقدر النسبة:

مع  $x_i$ ،  $y_i$  وحدات عينات ومجموع السكان  $X$  من متغير مساعد



Delegation of the European  
Union to Jordan  
Estimation



## خصائص مقدر النسبة:

- تتحسن الدقة للارتباط بين  $X$  و  $Y$
- ليس غير متحيز، ولكن على الأقل تقريبياً (  $n$  كبير )

القاعدة الأساسية: عند المقارنة مع Horvitz-Thompson، يمكننا توقع تحسن ملحوظ في الدقة عند  $30 \leq n$  ومعامل الارتباط  $0,6 \leq$

# التقدير

مثال: محيط القرع



Delegation of the European  
Estimation  
Union to Jordan



Difference estimator - مقدر الفرق - ➤



Delegation of the European  
Union to Jordan



# التقدير

في حين أن مقدر النسبة يعتمد على علاقة مضاعفة كبيرة، فإن مقدر الفرق يوضح نقاط قوته مع علاقات مضافة كبيرة مع المتغيرات المساعدة

مقدر الفرق – difference estimator

$$\hat{Y} = \frac{N}{n} \sum_{i=1}^n y_i + \left( X - \frac{N}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)$$

تصويب مقدر أخذ العينات حسب الفرق في القيمة الإجمالية والمجموع المقدر للمتغير المساعد



Delegation of the European  
Union to Jordan



# التقدير

خصائص مقدر الفرق:

- ينبغي أن تكون المتغيرات المساعدة مماثلة للمتغير المستهدف من حيث البعد والوظيفة
- غير متحيز

القاعدة الأساسية: عند المقارنة مع Horvitz-Thompson، يمكننا توقع تحسن ملحوظ في الدقة عندما

$$\rho_{xy} > 0,5 \frac{sd(y)}{sd(x)}$$



Delegation of the European  
Union to Jordan  
Estimation



# التقدير

مثال: الإيرادات للسنوات 50 الماضية



Delegation of the European  
Estimation  
Union to Jordan



Regression estimator - مقدر الانحدار ➤



Delegation of the European  
Union to Jordan



دائرة الإحصاءات العامة  
Department of Statistics



# التقدير

يمكن توقع مزيد من التحسن باستخدام مقدر الانحدار (العام) (GREG)  
يستخدم مقدر الانحدار العلاقة الخطية بين المتغير المستهدف  $y$  ومتغير  $x$  المساعد هنا: (مقدر المتوسط):  
$$\bar{y}_r = \bar{y} + b(\bar{X} - \bar{x})$$

$\bar{x}$  هي تقديرات هورفيتز-طومسون لمتغيرات العينة،  $\bar{X}$  القيمة السكانية الحقيقية للمتغير المساعد.  
يمكننا تفسير هذا المقدر على أنه تصحيح لمتوسط العينة فيما يتعلق بالمتغير المساعد  
يمكن حساب المعامل  $b$  بطرق مختلفة، عادة ما يتم تقديرها من خلال قيم العينة



Delegation of the European  
Union to Jordan  
Estimation



# التقدير

## خصائص مقدر الانحدار:

- يجمع بين مقدر الفرق ومقدر النسبة
- بالنسبة للعينات الصغيرة، فإن هذا المقدر حساس بشكل خاص للقيم المتطرفة!



Delegation of the European  
Estimation  
Union to Jordan



# التقدير

مثال: الوزن والطول



Delegation of the European  
Estimation  
Union to Jordan



دائرة الإحصاءات العامة  
Department of Statistics



# التقدير

يتضمن مقدر الانحدار العام (GREG) بالإضافة إلى أوزان عينات مختلفة معينة ويمكن عرضها على النحو التالي:

$$\hat{t}_{GREG} = \sum_{i=1}^n w_i y_i + \hat{\beta}' \left( \sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^n w_i x_i \right)$$

مع:

$$\hat{\beta} = \left( \sum_{i=1}^n w_i x_i x_i' \right)^{-1} \left( \sum_{i=1}^n w_i x_i y_i \right)$$

في الواقع نحن نقدر فقط بشكل مباشر معامل الانحدار وليس المتغير المستهدف نفسه، والذي يتم اشتقاقه بعد ذلك من خلال علاقة الانحدار



Delegation of the European  
Union to Jordan  
Estimation



# التقدير

ويعتمد التباين في تقدير GREG إلى حد كبير على العلاقة بين المتغير المستهدف والمتغير (المتغيرات) المساعدة. نسخة مبسطة من التباين لـ GREG-Estimator في حالة متغير مساعد واحد فقط يؤدي إلى

$$V(\hat{t}_{GREG}) = \frac{S_Y^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot (1 - \rho^2)$$



Delegation of the European  
Union to Jordan  
Estimation



# التقدير

تقديرات المناطق الصغيرة ➤



Delegation of the European  
Union to Jordan



دائرة الإحصاءات العامة  
Department of Statistics



# التقدير

المنطقة الصغيرة: ماذا يعني ذلك؟

• تشير المنطقة الصغيرة إلى طبقة/مجموعة فرعية وما إلى ذلك حيث لا يوجد سوى عدد قليل جدًا من وحدات العينة

يمكن أن يحدث هذا إذا

- لم يتم التخطيط للعينة الأصلية لهذا النوع من المجموعات الفرعية
- تسمى مناطق عينات المجموعة الفرعية هذه آنذاك "المجالات غير المخطط لها"
- ارتفاع معدل عدم الاستجابة يترك لنا نقاط بيانات قليلة في هذه الطبقة/المجموعة الفرعية

• مثال: عينة  $n = 1000$  صفحة في الثانية على طبقات المحافظة



Delegation of the European  
Union to Jordan  
Estimation



# التقدير

المنطقة الصغيرة: ماذا يعني ذلك؟

- المنطقة هنا ليست بالضرورة تشير لوحدة جغرافية
- مثال: عينة  $n = 200$  من السمندل



Delegation of the European  
Estimation  
Union to Jordan



# التقدير

المساحة الصغيرة: ما هي عواقب التقدير؟  
القليل من وحدات العينة تعني:

- تقديرات غير دقيقة (حيث يتوقع أن يكون الفرق كبيرا جدا)
- إذا كانت هناك وحدات 1 فقط أو حتى لا توجد وحدات أخذ عينات، فمن المستحيل التقدير التقليدي
- - < نتائج التقديرات الكلاسيكية غير موثوقة ولا يمكن حسابها أو نشرها!



Delegation of the European  
Estimation  
Union to Jordan



# التقدير

فكرة تقدير المناطق الصغيرة:  
"اقتراض القوة":

• استخدام/إضافة متغيرات مساعدة أو بديلة متوفرة

- على مستوى إجمالي أعلى،
- مثال: البلديات - الولاية،
- العيب: بهذا الاختيار، غالبًا ما يتم تسوية الصفات الخاصة للبلدية المستهدفة
- ليس في المنطقة المستهدفة ولكن في منطقة ذات خصائص متشابهة جدا وارتباط كبير بالمنطقة المستهدفة
- مدينة المنتجع البحري - جميع مدن منتجعات العطلات (بما في ذلك مدن منتجعات التزلج)، قرية صغيرة - قرية (قرى) مجاورة
- من نفس المنطقة (مقارنة بتقدير الانحدار)



Delegation of the European  
Estimation  
Union to Jordan



# التقدير

فكرة تقدير المناطق الصغيرة:  
ضرورة لنجاح تقدير المناطق الصغيرة:

- تمتلك المتغيرات المساعدة ارتباطًا عاليًا بالمتغير المستهدف



Delegation of the European  
Estimation  
Union to Jordan



# التقدير

ويقوم تقدير المناطق الصغيرة إلى حد كبير على النماذج :

- هناك خطأ يجب أخذه في الاعتبار وفقاً لتحديد النموذج
- من الناحية العملية: يُعتقد أن النموذج "صحيح" ولن يتم إدخال أي خطأ محدد في تحديد الخصائص
- على الرغم من تناقض أحد أهم تأكيدات للإحصاءات المستندة إلى النماذج:

• "جميع النماذج خاطئة، لكن بعضها مفيد"



Delegation of the European  
Estimation  
Union to Jordan



# التقدير

## 2 النماذج البسيطة والشائعة:

1) النموذج على مستوى الوحدة

$$y_d = x'_d \beta + e_{i,d} \text{ mit } e_{i,d} \sim \text{iid } N(0; \sigma_e^2)$$

مع وجود نطاق d ومعلومات إضافية متاحة لكل وحدة عينات



Delegation of the European  
Estimation  
Union to Jordan



# التقدير

## 2 النماذج البسيطة والشائعة:

(2) النموذج على مستوى المنطقة

$$y_d = x'_d \beta + e_d \text{ mit } e_d \sim \text{iid } N(0; \frac{\sigma_e^2}{n_d})$$

مع وجود نطاق d ومعلومات إضافية متاحة لكل المنطقة

مهم: سيتم حساب معامل الانحدار  $\beta$  وفقًا للمناطق المجمعة لأغراض التثبيت



Delegation of the European  
Union to Jordan  
Estimation



# التقدير

ويقوم تقدير المناطق الصغيرة إلى حد كبير على النماذج:

- نظرًا لأن البيانات المجمعة للمجالات أو حتى جميع السكان تستخدم لاستخراج تقدير للمجال المستهدف، فإننا نسمي هذا النوع من التقديرات التركيبية
- إذا ظلت العلاقة بين المتغير المساعد والمتغير المستهدف متساوية بالنسبة لجميع المجالات (d)، فإن هذا النوع من المقدرات التركيبية سيكون غير متحيز وفعال.
- وهذا نادرا ما يحدث



Delegation of the European  
Estimation  
Union to Jordan



دائرة الإحصاءات العامة  
Department of Statistics



STATIS  
Statistisches Bundesamt



Statistics Finland

# التقدير

ويقوم تقدير المناطق الصغيرة إلى حد كبير على النماذج:

• لذلك سيضاف عامل خاص بالمناطق  $u_d$  إلى المعادلة التي تؤدي إلى

$y_d = x'_d \beta + u_d + e_{i,d}$  mit  $u_d \sim \text{iid } N(0; \sigma_u^2)$  und  $e_{i,d} \sim \text{iid } N(0; \sigma_e^2)$   
بالنسبة للنموذج على مستوى الوحدة و

$y_d = x'_d \beta + u_d + e_d$  mit  $u_d \sim \text{iid } N(0; \sigma_u^2)$  und  $e_d \sim \text{iid } N(0; \frac{\sigma_e^2}{n_d})$   
بالنسبة للنموذج على مستوى المنطقة



Delegation of the European  
Union to Jordan  
Estimation



# التقدير

ويقوم تقدير المناطق الصغيرة إلى حد كبير على النماذج:

- تقدم Battese ، Harter und Fuller (1988) لنموذج الوحدة على مستوى EBLUP وهو النهج الأكثر شيوعًا في الأدب لمتوسط  $y$ :

$$\hat{y}_d^{BHF} = \overline{X}_d' \hat{\beta} + \hat{u}_d \text{ with}$$

$$\hat{u}_d = \hat{\gamma}_d (\bar{y}_d - \overline{x}_d' \hat{\beta}) \text{ and } \gamma_d = \frac{\hat{\sigma}_u^2}{\hat{\sigma}_u^2 + \frac{\hat{\sigma}_e^2}{n_d}}.$$



Delegation of the European  
Union to Jordan  
Estimation



# التقدير

ويقوم تقدير المناطق الصغيرة إلى حد كبير على النماذج:

بعد القليل من التعديل يمكننا عرض هذا المقدر في الشكل التالي:

$$\hat{y}_d^{BHF} = \hat{\gamma}_d (\bar{y}_d + (\bar{X}_d - \bar{x}_d)' \hat{\beta}) + (1 - \hat{\gamma}_d) \bar{X}_d' \hat{\beta}$$

كمقدر مركب بمقدار مرجح لمقدر GREG المباشر ومقدر تركيبي .

باستخدام ترميز تقدير العينات، يمكن كتابة المجموع الأول على النحو التالي

$$\sum_{i=1}^{n_d} w_{i,d} y_{i,d} + \hat{\beta}' \left( \sum_{i=1}^{N_d} X_{i,d} - \sum_{i=1}^{n_d} w_{i,d} x_{i,d} \right)$$



# التقدير

ويقوم تقدير المناطق الصغيرة إلى حد كبير على النماذج:

خصائص المقدر BHF:

إذا كان جزء من تباين  $u_d$  فيما يتعلق بتباين النموذج الإجمالي كبيرًا، فيمكننا افتراض اختلاف كبير في المجالات فيما يتعلق بالعلاقة بين المتغيرات المستهدفة والمتغيرات الإضافية

- جنبًا إلى جنب مع حجم عينة المجال الكبير  $n_d$  ينتج عامل وزن مرتفع لمكون تقدير GREG المباشر مقارنة بمكون التقدير التركيبي
- نظرًا لأن مكون التقدير التركيبي عادة ما يكون متحيزًا، فإن مقدر التقدير المركب الكامل سيكون متحيزًا
- لذلك لأغراض تقييم الجودة، لا نقارن الفروق ولكن الخطأ التربيعي المتوسط ((MSE، أو الخطأ التربيعي للجذر النسبي (RRMSE)، على التوالي.
- تقدير MSE أو RRMSE معقد للغاية، وعادة ما يعتمد على إجراءات المحاكاة



Delegation of the European  
Union to Jordan  
Estimation



# التقدير

ويقوم تقدير المناطق الصغيرة إلى حد كبير على النماذج:

- تم تقديم مقدر نموذج مستوى المنطقة الأكثر شعبية بواسطة (Fay und Herriot 1979)
- يتوافق هذا المقدر بشكل أساسي مع Fuller، Harter، Battese المقدر لنموذج مستوى الوحدة.



Delegation of the European  
Estimation  
Union to Jordan



# التقدير

ويقوم تقدير المناطق الصغيرة إلى حد كبير على النماذج:

خصائص مقدر FH:

- نظرًا لأن المتغيرات المساعدة متاحة فقط على مستوى المجال، لا يمكننا استخدام مقدر GREG لجزء التقدير المباشر.
- لذلك سيتم استبدال GREG بمقدر Horvitz-Thompson.
- مصطلحات الخطأ  $d_e$  فيما يتعلق بنموذج الانحدار  $y_d = x'_d \beta + u_d + e_d$  تقيس فقط الأخطاء في المبالغ، وليس للوحدات الفردية.
- إذا كان النموذج الأساسي غير مناسب، فيمكننا الحصول على تحيز خطير يتم تقديمه بواسطة المقدر التركيبي (صالح أيضًا لمقدر BHF)



Delegation of the European  
Union to Jordan  
Estimation



# التقدير

الاستنتاج:

- يمكن أن يكون الخطأ التربيعي (النسبي) للجذر (RRMSE) للمقدرات المركبة المقدمة أصغر بكثير من الخطأ القياسي (النسبي) للمقدر المباشر.
- حتى مع وجود حجم عينة مجال واحد أو صفر، لا يزال بإمكاننا تقدير إجمالي/متوسط المجال (من خلال الاستفادة حصرياً من جزء التقدير التركيبي)



Delegation of the European  
Union to Jordan  
Estimation



دائرة الإحصاءات العامة  
Department of Statistics



## Literature:

- Rao, J. N. K. (2005): *Small Area Estimation*
- Rao, J. N. K., Molina, I. (2015): *Small Area Estimation*

## Area-Level:

- Fay, R. E., Herriot, R. A. (1979): *Estimation of Income from Small Places: An Application of James-Stein Procedures to Census Data* in Journal of the American Statistical Association, 74, S. 269-277

## Unit-Level:

- Battese, G. Harter, R., Fuller, W. A. (1988): *An Error-Components Modell for Predictions of County Crop Area Using Survey and Satellite Data* in Journal of the American Statistical Association, 83, S. 28-36



Delegation of the European  
Union to Jordan

