

# **Faktorblokkens udviklingshistorie, 1991-1995**

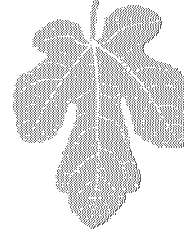
Thomas Thomsen

Economic Modelling  
Working Paper Series  
1998:1

Economic Modelling  
Statistics Denmark  
Sejrøgade 11  
DK-2100 Copenhagen

Tel: (+45) 39 17 32 02  
Fax: (+45) 31 18 48 01

E-mail: [adam@dst.dk](mailto:adam@dst.dk)  
World Wide Web: <http://www.dst.dk>



ADAM – Macroeconomic Model

Economic Modelling  
Working Paper Series  
Oplag: 300  
ISBN xx-xxx-xxxx-x  
ISSN xxxx-xxxx  
Danmarks Statistiks trykkeri

# The development history of the factor demand system, 1991-1995<sup>1</sup>

Thomas Thomsen<sup>2</sup>

December, 1997

## Abstract

For the first time, the march 1995 version of ADAM incorporates a real factor demand system. This paper summarizes how the factor demand system was developed, and what was learned on the way. The motivation for the summary is as follows:

- The development lasted approximately four years, and therefore it can be difficult – even for the directly involved – to remember exactly what happened.
- The development resulted in "new knowledge" on a large number of fields, and many proposals were rejected. So as not to walk down the same blind alleys more than once, it is important to have the insights documented in written form.
- In addition, a number of useful tools were "invented", such as shadow prices, efficiency indexes and terminal restrictions on the same. These inventions should not be lost.
- Finally, a large number of practical decisions were made. Examples: why are usercosts without taxation of capital gains? Why was it decided to impose constant returns to scale? What was really the problem with the translog function, etc. etc.?

All this the paper tries to summarize, before it sinks into oblivion.

*JEL classification:* D21; D24; D45; E23.

*Key words:* Dynamic factor demand; Cost functions; Shadow/virtual prices; Flexible functional forms; Factor augmenting efficiency indexes; Usercosts; Producer prices

---

<sup>1</sup>Danish title: "Faktorblokkens udviklingshistorie, 1991-1995". The paper is in Danish.

<sup>2</sup>Head of Section at the Macroeconomic Model Unit, Statistics Denmark, Sejrøgade 11, DK-2100 Copenhagen, Denmark. Phone (+45) 39 17 32 05, Fax (+45) 31 18 48 01, E-mail: tth@dst.dk.

## Indhold

0. Forord	5
1. Indledning	6
2. Historisk oversigt	7
2.1 Reestimation af gamle ligninger	9
2.2 Fleksible funktionsformer/translog og kointegration	9
2.3 Langsigts translogestimationer	11
2.4 Usercost	13
2.5 Kortsigts translogestimationer	15
2.6 Tredje-generationsmodeller og tilpasningsomkostninger	18
2.7 Tredje-generations nestet CES	22
2.8 Skyggepriser	24
2.9 Effektivitetstrends	25
2.10 GL-funktionen	26
2.11 BFI-CES-funktioner	28
2.12 ADAMs faktorblok	31
2.13 Energi	34
2.14 De (næsten) endelige faktorblokligninger	34
2.15 Endepunktsrestriktioner på effektivitetsvækstraterne	35
3. Anbefalinger mht. den fremtidige faktorblokudvikling	36
3.1 Bygninger	36
3.2 Usercost	37
3.3 Valg af funktionsform	38
3.4 Dynamisk tilpasning	41
3.5 Effektivitetsindeks	45
3.6 Skalaeffekter	46
3.7 Prisligninger	48
4. Datakonstruktion	52
Bilag. Faktorblok-relevante artikler, modelgruppepapirer o.lign., 1991-96	53

## 0. Forord

Nærværende papir udkom d. 18/11 1996 som "almindeligt" modelgruppepapir i et forsøg på at resumere en række resultater og overvejelser vedrørende ADAMs faktorblok. Papiret blev skrevet af følgende grunde [gengivelse af det engelske abstract]:

- Udviklingen tog ca. fire år, og derfor kan det være svært – selv for de direkte involverede – at huske præcist, hvad der foregik.
- Udviklingen har resulteret i "ny erkendelse" på en lang række områder, og en række tilgange blev valgt fra. For ikke senere at skulle bevæge sig ind ad blindgyder, som vi egentlig godt véd er blindgyder, er det væsentligt at få erfaringerne sat på skrift.
- Desuden blev der i udviklingsprocessen "opfundet" en række ting, som viste sig meget nyttige: fx skyggepriser, effektivitetstrends og endepunktrestriktioner på sidstnævnte. Disse opfindelser bør ikke gå tabt.
- Endelig blev der foretaget en lang række praktiske til- og fravalg. Eksempler: Hvorfor er usercost uden beskatning af kapitalgevinster? Hvorfor blev det valgt at antage konstant skalaafkast? Hvad var egentlig problemet med translog-funktionen osv. osv.

Alt dette forsøger papiret at sammenfatte, før det går i den store glemmebog. Da papiret endte med at blive ganske langt, er det måske også på sin plads at pointere, at de – på det teoretiske område i hvert fald – mest centrale resultater af udviklingshistorien nok må siges at være følgende:<sup>3</sup>

- At man uden tab af fleksibilitet kan bruge faktorudvidende effektivitetsindeks til at inkorporere trend- og skalaeffekter (og i øvrigt alle mulige andre effekter, inklusive fx interne installationsomkostninger) i et "barberet" (=ingen trends og konstant skalaafkast) faktorefterspørgselssystem. Se afsnit 2.9, 3.5 og 3.6.
- At man kan bruge skyggepriser til at komme fra langsigtet til kortsigtet faktorefterspørgsel. Og at der findes nogle nemme approksimationer, hvis skyggepriserne ikke kan findes analytisk. Se afsnit 2.8.

Disse resultater er gennemgået i detaljer i forfatterens *Links between short- and long-run factor demand* (working-paper 1997:2). Papiret er relativt komprimeret, og for en mindre teknisk gennemgang af skyggeprisresultatet henvises til forfatterens *Faktorefterspørgsel på kort og langt sigt* fra Nationaløkonomisk Tidsskrift (1995). For en endnu mere pædagogisk gennemgang af hele pro-

---

<sup>3</sup>Det skal også nævnes, at der er foretaget nogle få ændringer i forhold til det oprindelige papir. Det drejer sig specielt om kapitel 3.6, som er omskrevet, idet det har vist sig, at fodnote 26 side 41 i det oprindelige papir (TTH 18.11.96) var misvisende.

blematikken vedrørende faktorefterspørgsel og omkostningsfunktioner (samt en række estimationer) henvises til forfatterens hovedopgave, *Efterspørgslen efter produktionsfaktorer i Danmark* (1994). Se i øvrigt i bilaget til nærværende working-paper, som indeholder en "guide" gennem modelgruppens faktorblokskriverier siden 1994. For en fremragende oversigtsartikel vedrørende dynamisk faktorefterspørgsel henvises i øvrigt til Galeotti (1996) (se nærmere i bilaget).<sup>4</sup>

## 1. Indledning

I kapitel 8 i den nye ADAM-bog (herefter: ADAM marts 1995-bogen) står der i fodnote 4 på side 116, at "Vedrørende faktorblokkens 'udviklingshistorie' henvises til et kommende modelgruppepapir, som vil give en kort oversigt over denne". Nærværende papir indfrier dette løfte (bortset måske fra det med det korte).

Derudover har det naturligvis også selvstændig interesse at få belyst og dokumenteret, hvad der egentlig skete i de godt fire år i perioden 1991-1995, hvor der blev arbejdet på at udstyre ADAM med en faktorblok. Dette skyldes flere forhold:

- Der vil i fremtiden skulle arbejdes videre med den faktorblok, som endte med at blive implementeret i ADAM, og det vil i hvert fald være dumt at skulle til at starte forfra igen, for blot at indhøste præcis de samme erfaringer.
- Det tjener vel også et selvstændigt formål at få dokumenteret og diskuteret forløbet, med henblik på en slags "evaluering" af og opsamling på, om ressourcerne blev anvendt rigtigt og mest hensigtsmæssigt, om noget kunne have været gjort bedre eller anderledes osv. osv. Altså en slags efter-kritik, foretaget i bagkloskabens klare lys.
- Endelig er der det forhold, at hvis ikke denne krønike skrives nu, så vil hele udviklingshistorien formentlig snart være glemt – eller i hvert fald være ganske diffus. Ikke at udviklingen ikke blev dokumenteret (der foreligger faktisk ikke mindre end 48 modelgruppepapirer omhandlende faktorblokken fra denne periode), men materialet er så stort, at det ville være næsten formålsløst for en "ny person" at skulle gennemlæse alle disse papirer. Da undertegnede har deltaget i hele processen, er det altså faldet i min lod at kreere nærværende papir om faktorblokkens eksegese.

---

<sup>4</sup>Vedrørende artiklen fra Nationaløkonomisk Tidsskrift skal det understreges, at det i artiklen givne resultat vedrørende skyggepriser og marginalomkostninger senere viste sig at kunne generaliseres. I artiklen står der, at man – givet konstant skalaafkast – kan finde de kortsigtede marginalomkostninger ved at indsætte skyggeprisen/priserne på de(n) træge produktionsfaktor(er) i udtrykket for de langsigtede gennemsnitsomkostninger,  $AC^*$ . Dette kan generaliseres til, at man generelt kan finde kortsigtede marginalomkostninger ved at indsætte skyggeprisen/priserne i udtrykket for de langsigtede marginalomkostninger – uanset om der er konstant skalaafkast eller ej.

Der er mange måder at forfatte en sådan krønike på, alt efter om man er mest historisk eller metodisk interesseret, og jeg har i den forbindelse hovedsageligt valgt den historiske tilgang, da den simpelthen er nemmere at skrive. Den historiske del er dog efterfulgt af en mere metodisk del, hvor jeg giver mit bud på, hvad jeg selv ville gøre, hvis jeg den dag i dag skulle bygge et faktorefterspørgselssystem op fra grunden. Dette er naturligvis en aldeles subjektiv vurdering, som sikkert i ikke ubetydelig grad vil være farvet af mine personlige præferencer. Til gengæld er det tilstræbt at give en *helhedsvurdering*, idet jeg forsøger at medtage alle relevante aspekter af problemstillingen. F.eks. finder jeg det relevant også at vurdere tilgangens/metodens matematiske sværhedsgrad, om parametrene er til at fortolke, om metoden kan frygtes at give estimationsmæssige/simulationsmæssige problemer, om metoden må formodes at give nogen form for reel ny indsigt, eller om der er i virkeligheden blot er tale om gammel vin på anderledes flasker, om metoden vil give fremskrivnings- eller datamæssige problemer osv. osv. osv.

## 2. Historisk oversigt

Som nævnt begyndte udviklingen af "faktorblokken" i 1991, men det skal retfærdigvis siges, at der tidligere havde været et større tilløb til en faktorblok til ADAM. Dette arbejde blev udført af Lars Otto og Morten Binder, men der kom aldrig modelligninger ud af det – til gengæld resulterede det i nogle kapitaltal (som herefterdags kom til at hedde "Lars Ottos kapitaltal"), og de havde i mange år status af at være det bedste og vel nærmest eneste på markedet, i mangel af officielle kapitaltal fra nationalregnskabet.<sup>5</sup> Jeg vil ikke hér forsøge at sammenfatte resultaterne af Lars Ottos projekt, da det var før min tid i modelgruppen, og fordi vi ikke byggede videre på Lars Ottos tilgang, men snarere begyndte "på en frisk".

Primus motor og ansvarlig for udviklingen af faktorblokken i de første 2½ år (primo 1991 til medio 1993) var Per Bremer Rasmussen (PBR). Undertegnede (TTH) blev tilknyttet som student, og i det første stykke tid kan man nok beskrive arbejdsmetoden på den måde, at PBR læste sig igennem en betydelig litteratur om faktorefterspørgselssystemer mm. og så videregav ideerne til TTH, som forsøgte at estimere systemerne på nogle konkrete tal. PBRs litteraturlæsning udmøntede sig i papiret *Modellering af udbudssiden i makroøkonomiske modeller*, som bl.a. indeholdt en model med kapitalårgange (årgangsmodel), en model med skiftende regimer (en fastprismodel) samt en model baseret på en nestet CES-produktionsfunktion. TTH havde også skrevet et mindre papir om fastprismodeller, og i starten

---

<sup>5</sup>Se Lars Otto: "Konstruktion af erhvervsfordelte kapitaltal for Danmark", *Nationaløkonomisk Tidsskrift*, 1987, nr. 3, 376-389. Lars Ottos metode til at lave tallene på er ikke alt for gennemskuelig, hvilket har fået Ellen Andersen til at kalde dem for "kunst", da de er/var meget værdifulde, men umulige at reproducere.

var disse faktisk noget, som vi seriøst overvejede.<sup>6</sup> Holdningen i modelgruppen var dog, at man ikke burde slå for stort brød op i starten, så det landede på, at vi i første omgang ville forsøge os med et faktorefterspørgselssystem; nærmere bestemt formuleret vha. den såkaldte *nestede CES-funktion*. Når det så var lykkedes, kunne man fortsætte ad mere ambitiøse stier.

I starten var problemet imidlertid, at vi faktisk ikke havde nogen tal at estimere på. PBR havde nok fra starten troet, at det ikke ville være noget problem, da Lars Otto jo i forbindelse med sine egne estimationer måtte have lavet de tal, vi skulle bruge. Men han havde kun lavet *kapitaltallene*, og endda kun fra 1966-83/84. Alt andet manglede, hvilket altså kom som lidt af en overraskelse for os. Noget andet var så, at der generelt manglede tal fra før 1966 – bortset fra investeringer i fremstillingserhvervene – således at TTH i starten brugte det meste af sin tid på at føre serier for bygnings- og maskinkapital, arbejdskraft, energi og materialer og priserne på disse tilbage til 1948. Det lykkedes at få strikket nogle tal sammen, som sikkert ikke var helt fine i kanten, men som dog kunne bruges til at estimere på.<sup>7</sup>

Vi startede med nestet CES, som PBRs kendte indgående, da han bl.a. havde brugt den i forbindelse med en opgave, som han havde lavet under et studieophold i USA. I den første tid opererede vi med førnævnte fem produktionsfaktorer. Kendere af nestet CES vil vide, at faktorefterspørgsel ligningerne bliver umådeligt grimme, når der er så mange faktorer, men i første omgang forsøgte vi da heller ikke at skrive faktorefterspørgslerne eksplicit op. I stedet forsøgte vi at finde ud af, om der var separabilitet at spore i data, således at fx forholdet mellem  $K$  og  $L$  kun blev påvirket af forholdet mellem  $P_K$  og  $P_L$ , men ikke af de andre faktorpriser. Dette gjorde vi i starten ved simpelthen at foretage en masse OLS-estimationer med logaritmen til forskellige faktorforhold på venstresiden og logaritmen til forskellige faktorprisforhold samt en trend på højresiden. Så vidt jeg husker, gjorde vi det kun

---

<sup>6</sup>Fastprismodeller/rationering for en lukket økonomi er nogenlunde til at overskue, men det bliver noget mere indviklet, hvis man (realistisk) forudsætter udenrigshandel. Angående eventuelle uligevægte på varemarkedet, så tror jeg egentlig, at den ide døde, efter at Asger Olsen havde spurgt os, hvornår vi sidst havde oplevet (tendenser til) varemangel i butikkerne (det traditionelle klassiske regime opererer med overefterspørgsel på varemarkedet). Ellen Andersen mente, at det nok var mest realistisk at forudsætte, at der var ligevægt på varemarkedet (og uligevægt/overudbud) på arbejdsmarkedet, svarende til, at økonomien befinder sig på grænsen mellem det keynesianske og klassiske regime. Modelgruppens holdning var, at en realistisk fastprismodel måtte indeholde udenrigshandel, men sådanne modeller er ret indviklede og ville kræve et større litteraturstudium – som vi altså valgte fra.

<sup>7</sup>Vedrørende kapitaltallene endte vi med at konstruere vores egne ved at antage, at bygninger og maskiner har afskrivningsrater på 3% hhv. 15%. Ved hjælp et (konstrueret) benchmark-kapitalapparat kan man så ud fra bruttoinvesteringerne regne sig frem til tidsserier for kapitalapparatet. (Siden da er der kommet officielle kapitaltal fra nationalregnskabet).



på et par enkelte erhverv, og resultatet var nærmest forvirring, for der kom ikke noget særligt klart ud af disse estimationer.

## 2.1 Reestimation af gamle ligninger

I denne periode (sommeren/efteråret 1991) blev der i øvrigt også brugt megen tid på at reestimere ADAMs investerings- og beskæftigelsesligninger til ADAM, oktober 1991. I maskininvesteringerne blev det bl.a. forsøgt at formulere inflationsforventningerne i *usercost* (jf. afsnit 2.4) som et glidende gennemsnit af historiske inflationsvækstrater. Dette forøgede koefficienten til *usercost* ganske betragteligt, og konkret foregik estimationerne på den måde, at vi lod tallene fortælle os, hvor langt det glidende gennemsnit skulle være. Det endte med at blive 8 år for bygninger og 7 år for maskiner, og denne optimerede laglængde har faktisk været bibeholdt siden – dvs. også i den nye faktorblok. Estimationerne af beskæftigelsen resulterede i, at der blev introduceret "produktivitetstrapper", idet vi for hvert erhverv og for både arbejdere og funktionærer (med en i øvrigt udviklet estimationsprocedure) bestemte nogle delperioder, inden for hvilke produktivitetsvækstraten blev antaget konstant. Dette var en opblødning af ADAMs hidtidige beskæftigelsesligninger, hvor produktivitetsvækstraten var forudsat konstant over hele estimationsperioden. Vi var ikke synderligt begejstrede for disse knækkede trends, men som Ellen Andersen sagde, så tegnede de dog et billede af vores uvidenhed.

## 2.2 Fleksible funktionsformer/translog og kointegration

Lige heromkring var det, at PBR tog til Holland for bl.a. at tale med deres modelbyggere om, hvordan man bedst laver faktorefterspørgselssystemer. Da PBR kom hjem, var han ret overbevist om, at vejen frem var fleksible *omkostningsfunktioner*, og konkret virkede *translog*-omkostningsfunktionen lovende. Så vi gik hurtigt over til *translog*, men intentionen var dog fortsat at lave nestet CES sideløbende, for at kunne holde estimationer af de to systemer op mod hinanden.<sup>8</sup>

En af fordelene ved *translog* er, at den på estimationsform (dvs. med *omkostningsandele* på venstresiden) er lineær i parametrene (dog med krydssymmetrirestriktioner på tværs af ligningerne), og desuden er det relativt nemt at

---

<sup>8</sup>Modelgruppens – og ikke mindst Asger Olsens – holdning var, at *translog* med konstant skalaafkast og pålagte separabilitetsrestriktioner burde give cirka det samme som nestet CES, idet data trods alt burde være mere afgørende for resultatet, end det præcise valg af de matematiske funktionsformer. Derfor kunne man med fordel køre *translog* og nestet CES sideløbende, for at sikre sig mod fejl i estimationsprogrammerne.

pålægge fx homotocitet/homogenitet/konstant skalaafkast, forskellige former for separabilitet o.lign. For at gøre det nogenlunde simpelt startede vi først med at estimere *langsigtsammenhænge* (dvs. uden dynamik), og PBRs ide var at lade tallene tale; dvs. at gå fra "general to specific". Der blev foretaget nogle få indledende estimationer med et femfaktor translog-system (dvs. inklusive bygninger), men vi blev dog hurtigt enige om at smide bygningskapitalen ud af systemet, da det ellers blev for stort, og da det heller ikke i den internationale litteratur er sædvanligt at operere med to former for kapital i ét faktorefterspørgselssystem.<sup>9</sup>

I starten blev det også overvejet at estimere translogsystemet som et *ko-integrationssystem*, for at se om de sammenhænge, man kan estimere, også holder som ko-integrationssammenhænge. Problemet var imidlertid, at translogsystemet indebærer nogle kryds-symmetrirestriktioner på parametrene, som Søren Johansens programpakke, CATS for RATS, ikke kunne (og kan) håndtere. Så cirka dér strandede ko-integrationen, men der blev dog foretaget mange analyser af de enkelte tidsseriers stationaritetsegenskaber osv., og papirerne fra denne periode indeholdt for det meste også Dickey-Fuller-test af residualernes stationaritetsegenskaber. Søren Johansen himself er i øvrigt blevet gjort bekendt med problemet, men han har ikke lige rystet en løsning ud af ærmet, hvilket betyder, at det nok ikke er noget, man bare lige løser på bagsiden af en konvolut.

PBR skrev et teoretisk papir om translogfunktioner (PBR 26.04.92: *Translog-omkostningsfunktioner: Teoretiske egenskaber, og opstilling af estimationsligninger*), som i øvrigt efter min og andres mening er noget af det bedste og mest udførlige, der er skrevet om translog-omkostningsfunktionen, selv om visse dele af det ikke ligefrem er i læse-let-stil. Det første papir med estimationer blev papiret PBR 18.08.92: *Modellering af faktorefterspørgslen på baggrund af translog-omkostningsfunktioner: Estimation af langsigtsammenhænge*, som indeholdt langsigtsestimater af et translogsystem med maskinkapital, arbejdskraft, energi og materialer.

---

<sup>9</sup>Estimationerne foregik med programpakken TSP, da den kunne håndtere parameterrestriktioner på tværs af ligninger. Hvis jeg hér skal sammenfatte mit indtryk af TSP, er det faktisk meget negativt, for ganske vist kunne det, hvad det skulle (kryds-parameterrestriktioner), men alt andet var umådeligt ufleksibelt og bøveligt. I projektets forløb kan man roligt sige, at TSP blev presset til sin yderste grænse, og faktisk blev det på flere tidspunkter nødvendigt at lade AREMOS fungere som "værtsprogram", fra hvilket TSP blev kaldt og derefter returnerede de relevante data til AREMOS. TSP er godt, hvis man lige hurtigt vil estimere et par ligninger en regnvåd eftermiddag, men det er faktisk elendigt til mere seriøst arbejde (forstået som estimation af større efterspørgselssystemer). Lad mig nævne i flæng: løkker og procedurer fungerer dårligt og uhensigtsmæssigt, det er umådeligt besværligt at få printet resultater ud, det er lige så besværligt at få data ind og ud af TSP, og så er det umuligt at operere med nogen rimelig form for tekststreng. Det eneste gode, man kan sige om TSP er, at dens LSQ-ordre fungerer godt og stabilt – men GAUSS virker i den forbindelse langt mere lovende og indbydende.

### 2.3 Langsigts translogestimationer

I ovennævnte papir (PBR 18.08.92) havde vi foretaget en lang række estimationer; faktisk estimerede vi også med kombinationer af erhvervsspecifik løn kontra ens løn i alle erhverv samt med usercost med forskellige vægte til inflationsforventningerne (se senere). Det viste sig, at antagelserne om lønbegreber og koefficienter til inflationsforventninger ikke betød det store, og konklusionen af papiret var, at man godt kunne sige, at fremstillingserhvervene havde nestningsstruktur  $((KL)EM)$ , mens serviceerhvervene havde nestningsstruktur  $((KE)LM)$ . Dette virkede rimeligt; dog havde det været lettere at fortolke, hvis nestningsstrukturerne for fremstillings- og serviceerhverv havde været byttet om, da man i fremstillingserhvervene forestiller sig, at nogle maskiner påfyldes noget brændstof og derved bliver til en maskine-med-påfyldt-brændstof (som så substituerer med arbejdskraften), mens der i serviceerhvervene (bortset fra transporterhvervene  $qs$  og  $qt$ ) er tale om, at nogle mennesker bruger nogle ikke særligt energislugende (kontor)maskiner, idet energiforbruget stort set går til opvarmning, belysning o.lign.

Men ellers var fremgangsmåden "general to specific", dvs. at man starter ud med et helt urestrikeret system, hvor der hverken er pålagt separabilitet eller homotecitet/homogenitet/konstant skalaafkast i produktionen.<sup>10</sup> Desuden er trenderne i det mest generelle tilfælde sluppet fri; dvs. én overordnet trend i omkostningsfunktionen (beskrevet af i alt to parametre), parret med trends i de fire omkostningsandele (giver ekstra tre parametre). I dens mest generelle/urestrikerede form indeholder en firefaktor translogfunktion hele 21 parametre, som det kan være svært at identificere – særligt er det svært at identificere både en trend og en skalaeffekt fra produktionen. Estimationerne viste da også, at det i de centrale (store) erhverv var relativt uproblematisk at pålægge konstant skalaafkast.

Et andet problem var problemet med *teoretisk konsistens*. At systemet er teoretisk konsistent vil sige, at den bagvedliggende isokvant så at sige krummer den rigtige vej, hvilket der ikke på forhånd er nogen garanti for, når man bruger fleksible funktionsformer såsom translog. Man kan teste, om systemet er teoretisk konsistent (= at omkostningsfunktionen er konkav), og man kan endda lægge nogle restriktioner på parametrene, som sikrer, at funktionen er lokalt konsistent (dvs. konsistent i et givet år), eller globalt konsistent (dvs. konsistent for alle tænkelige kombinationer af eksogene variabler). Disse restriktioner er grusomt indviklede, og

---

<sup>10</sup>På et tidspunkt blev der i øvrigt også estimeret relationer, som ikke var homogene af nulte grad i faktorpriserne, og hvor der ikke var pålagt kryds-symmetrirestriktioner på parametrene. Argumentet for at foretage disse estimationer var, at man på den måde kunne se, hvor meget forklaringsgrad, der tabes ved at pålægge teoretiske konsistens-krav. Værdien af denne øvelse er efter min mening overordentligt ringe.

desuden gælder der det, at hvis man tvinger translog-funktionen til at være globalt (eller lokalt) konsistent, så mister den fuldstændig den fleksibilitet, som ellers er dens varemærke. Imidlertid turde det være et rimeligt krav, at funktionen i det mindste er teoretisk konsistent for de data, der har været observeret historisk, og i praksis gør man derfor ofte det, at man først estimerer sine parametre og så bagefter tjekker, om systemet er konsistent for de data, som er observeret i estimationsperioden. Vi fravalgte hurtigt at forsøge at gøre alt for meget ud af det med den teoretiske konsistens, og man kan nok godt udtrykke det på den måde, at vi faktisk var tilfredse, så længe alle egenpriselasticiteter<sup>11</sup> var negative i alle år i estimationsperioden.

Imidlertid viste det sig, at netop det sidste var et stort problem for energiens vedkommende. Dennes egenpriselasticitet var vel i gennemsnit ca.  $-0.30$  over estimationsperioden, men med *meget* store udsving fra år til år, og i mange år var egenpriselasticiteten ligefrem positiv. En undersøgelse af fænomenet viste, at hvis man har en produktionsfaktor, hvorom det gælder, at (a) dens pris svinger meget, (b) dens omkostningsandel er meget lille, og (c) dens egenpriselasticitet er beskednen (langt fra Cobb-Douglas), så kan man i et translogsystem ikke slippe uden om, at priselasticiteten vil svinge ubehageligt meget. Og alle tre betingelser var opfyldt for energiforbrugets vedkommende.

Disse problemer med energien var faktisk ret deprimerende, da de viste, at man nok ikke ville kunne have energien med inde i et firefaktor translogsystem uden at risikere ufortolkelige sving i energiefterspørgselsens prisfølsomhed. Der blev foreslået forskellige ting, som måske kunne lappe på det, men der fremkom ingen overbevisende løsningsforslag.

Hvad trenderne angik, var disse noget vanskelige at fortolke, da der var tale om en (kvadratisk) trend i selve omkostningsfunktionen, parret med trends i de enkelte omkostningsandele.

Alt i alt var der en del tekniske og fortolkningsmæssige problemer med disse langsigts-translogestimationer, men det skal dog siges, at vi egentlig var meget godt tilfredse med dem. Jeg kan huske, at PBR gik rundt og sagde, at det da ikke så helt åndssvagt ud, og det gjorde det bestemt heller ikke. Estimationerne var forståelige – hvis der blev pålagt separabilitet og konstant skalaafkast – med rimelige (gennemsnitlige) priselasticiteter og rimelige trends. Papiret kan faktisk med udbytte

---

<sup>11</sup>Vedrørende priselasticiteter vil jeg lige nævne, at vi i begyndelsen talte meget om Allen-elasticiteter, i stedet for om (almindelige) partielle priselasticiteter. Set i bagklogskabens lys var dette forvirrende og tjente intet videre formål. Det eneste positive, man kan sige om Allen-elasticiteter er, at hvis alle kryds-Allen-elasticiteter er lig 1, så er der tale om Cobb-Douglas-substitution. Efter min mening er de almindelige priselasticiteter på alle relevante punkter nemmere at forstå og arbejde med, og man støder efterhånden ikke ret ofte på Allen-elasticiteter i den internationale litteratur.

læses den dag i dag, for selv i bagklogskabens klare lys er der ikke noget fundamentalt at indvende imod hverken funktionsform, estimationsmetode eller data.

## 2.4 Usercost

Det skete så også i de dage, at vi opdagede flere problemer med ADAMs daværende usercost. Det kom der tre papirer ud af: PBR 27.01.93: *Usercost-udtrykket i udbudsprojektet: Teori*, PBR 28.01.93: *Usercost-udtrykket i udbudsprojektet: Nogle praktiske problemstillinger* og PBR, TTH og KTH 09.04.93: *Usercost-udtrykket i udbudsprojektet: Estimation af risikopræmier og følsomhedsanalyser* (KTH = Karsten Theil Hansen). Det teoretiske papir indeholder en minutiøs gennemgang af problemstillingen, inklusive behandlingen af skatter – og papiret er fyldt med Hamiltonfunktioner og integraltegn. PBR var dermed blevet væsentligt klogere på usercost, og bl.a. blev det klart, at "inflationsforventningerne" i usercost-udtrykket skulle være forventningerne til den fremtidige inflation i (salgs)prisen på kapitaludstyr. I ADAMs gamle ligninger blev der brugt sektorprisen til at danne inflationsforventninger med – den blev herefter skiftet ud med investeringsprisen. Det blev som nævnt tidligere besluttet at formulere inflationsforventningerne som 8 års (for bygninger) hhv. 7 års (for maskiner) glidende gennemsnit af historiske inflation i de pågældende investeringspriser. Disse laglængder er dog på ingen måde hellige.<sup>12</sup>

Desuden blev det i maskinusercost besluttet at skifte obligationsrenten ud med bankernes udlånsrente, da maskininvesteringer typisk finansieres vha. banklån. Disse ting var relativt ukontroversielle, men et stort tema var, om usercost skulle formuleres med eller uden *beskatning af kapitalgevinster*, dvs. at man – hvis man senere sælger sin bygning/maskine – bliver nødt til at betale skat af denne indtægt. Konkret indebærer beskatning af kursgevinster, at inflationsforventningsleddet i usercostudtrykket får en mindre vægt, således at jo større kapitalgevinstbeskatningen er, desto mere "nominel" bliver den rente, som indgår i usercost. Usercost uden og med beskatning af kapitalgevinster ser ud som følger:

$$P_K = (1-t \cdot z) P_I [(1-t)i - R(P_I)^e + \delta + \mu] \quad (1)$$

$$P_K = (1-t \cdot z) P_I [(1-t)i - R(P_I)^e + \delta + \mu] + t_k P_I R(P_I)^e \quad (2)$$

---

<sup>12</sup>Laglængderne blev i sin tid (ADAM, oktober 1991) fundet empirisk ved at sætte dem til det, investeringsligningerne bedst kunne lide. Man skal dog huske på, at relativprisen i de gamle investeringsligninger var usercost i forhold til *sektorprisen* (da disse investeringsrelationer er udledt fra profitmaksimering). I faktorblokken i ADAM, marts 1995, indgår sektorprisen ikke, og alene dette kunne muligvis betyde, at de 8 hhv. 7 år ikke længere er "rigtige" (eller "optimale").

$t$	Selskabsskattesats
$t_k$	Skattesats for kapitalgevinster
$z$	Sats for skattemæssige afskrivninger
$P_I$	Investeringspris
$R(P_I)^e$	Forventet inflationsrate i $P_I$
$i$	Nominel rente
$\delta$	Fysisk afskrivningsrate
$\mu$	Risikopræmie

(Se evt. i ADAM marts 1995-bogens kapitel 8.A side 149 for flere detaljer om usercost). Det ses af ligningerne ovenfor, at introduktion af kapitalgevinster gør vægten til inflationsforventningerne mindre – hvilket man naturligvis også ville forvente. I PBR, TTH og KTH 09.04.93 står der, at virksomhederne i Danmark ved salg af kapitaludstyr beskattes med selskabsskattesatsen af det eventuelle beløb, som salgsprisen overstiger den skattemæssigt nedskrevne værdi med. Ideelt set skal man altså have denne skattemæssigt nedskrevne værdi med ind i regnestykket, men i hvert fald tyder det på, at man – hvis man overvejer det med beskatning af kapitalgevinster – kunne sætte  $t_k = t$ . Det skal her nævnes, at PBR talte for den simple løsning, at man bare i det traditionelle usercost-udtryk kunne gange inflationsforventningerne med en konstant koefficient  $\alpha < 1$ ; fx med værdien 0.75 eller 0.50 – og så se, om det var noget, estimationerne kunne lide. Fortolkningen af  $\alpha$  ville så være, at den fangede beskatning af kapitalgevinster. Altså:

$$P_K = (1-tz) P_I \left[ (1-t)i - \alpha R(P_I)^e + \delta + \mu \right], \quad 0 < \alpha < 1 \quad (3)$$

Endelig var der spørgsmålet om satser for *skattemæssige afskrivninger (biv'er)* – i formlerne ovenfor kaldt  $z$  – for hvilke datakvaliteten lader en del tilbage at ønske. Særligt skattemæssige afskrivninger på bygningsinvesteringer er meget problematisk. Satser for skattemæssige afskrivninger siger noget om, hvor meget af en investering, man kan afskrive i indeværende år, året efter, to år efter osv. osv. Rent konkret – i datakonstruktionen, som i øvrigt foretages af Det økonomiske Råd – beregnes en samlet afskrivningssats ved at afskære tidshorisonten til fire år (indeværende år, samt tre efterfølgende år), svarende til, at man ignorerer, at der også kan afskrives skattemæssigt efter år tre. For maskininvesteringer gør dette ikke så meget igen, men for bygningsinvesteringer har det afgørende betydning, da afskrivningshorisonten på bygninger er meget lang. For begge typer afskrivningssatser betyder dette, at den samlede sats bliver for lille. Svingene i den samlede afskrivningssats for bygninger og maskiner er givetvis nogenlunde rimelige, men *niveauet* bliver forkert, særligt for bygningernes vedkommende (se evt. graferne på side 11 og 13 i PBR, TTH og KTH 09.04.93). Desuden var der også spørgsmålet om, hvordan man får det med, at afskrivningsgrundlaget fra og med 1982 kunne pristalsreguleres/indekseres, hvilket især betyder meget for bygnings-*biv'er*ne.

For at finde ud af disse ting blev KTH sat til at konstruere "rigtige" *biv'er* med afsæt i en Christen Sørensen-rapport om dette. Dette var ikke så lidt af et

detektivarbejde, og det stod også klart, at man ville pådrage sig et betydeligt dataopdateringsarbejde, hvis man introducerede "rigtige" afskrivningsrater i modellen (det ville kræve, at vi i modelgruppen holdt et vågent øje med de til en hver tid gældende regler for skattemæssige afskrivninger). Efterfølgende skete der da også det, at vi valgte at bruge de gamle (og "forkerte") tal, simpelthen for at undgå at pådrage os de ubehagelige dataopdateringsproblemer. Dette gjorde ikke så meget, fordi problemet er til at overskue, hvad maskin-usercost angår, men hvis man vil til at estimere bygningskapitalen, bliver man nok nødt til at tage de skattemæssige afskrivninger på bygninger op af mølposen igen. Den mest simple løsning er formentlig at korrigere niveauet for *bivpb*, så det mere ligner det "rigtige" (af KTH beregnede); enten vha. en additiv eller multiplikativ opjustering.

Som det sidste punkt vedrørende usercost blev det diskuteret, om der også skal være plads til en *risikopræmie* i usercost-udtrykkene. Dette spørgsmål blev særligt relevant i forbindelse med diskussionen af, hvad modellens *rene profit* egentlig er og burde være. Den rene profit kan man definere som et erhvervs omsætning minus råstofkøb (inklusive energi), aflønning af arbejdskraft (inklusive selvstændige) og aflønning af bygnings- og maskinkapital. Når alt dette er betalt, er der den rene (før-skat) profit tilbage, og spørgsmålet er, hvordan man fortolker det, hvis et erhverv fx har positiv profit over hele estimationsperioden? (Se evt. mere om risikopræmier og ren profit i afsnit 3.7). For at komme ud over dette, lavede vi en procedure, som beregnede, hvad risikopræmien i bygnings- og maskinusercost skulle være, for at den rene profit er nul i gennemsnit over estimationsperioden. Dette er selvfølgelig en temmeligt grov antagelse, men disse baglæns beregnede risikopræmier viser sig faktisk at antage nogenlunde fornuftige størrelser. Et af motiverne for at lave dem var i øvrigt også, at hvis de er positive – hvad de er undtagen for *nt*, *qt*, *qs* og *o* (som i øvrigt alle er enten støttede eller på anden måde usædvanlige erhverv) – så reducerer dette variabiliteten af usercost, hvilket er ret ønskeligt – i hvert fald for bygningsusercostens vedkommende, som har det med at svinge meget (i visse år kan nogle af dem ligefrem finde på at blive negative, hvilket er utåleligt).

Som nævnt tidligere blev det valgt at overtage inflationsforventningsdannelsen fra usercost i ADAM, oktober 1991, dvs. som 8 hhv. 7 års glidende gennemsnit af vækstraten i den pris, som man udtrykker forventningen til. Denne sidste havde som nævnt ovenfor i de sidste par modelversioner været en sektorpris, hvilket blev skiftet ud med investeringsprisen

## 2.5 Kortsigts translogestimationer

Sidst i 1992 havde vi som nævnt i afsnit 2.3 nogle rimeligt fornuftige langsigts-translogestimationer at tage afsæt i, når vi skulle til at dynamisere estimationerne.

Desværre viste det sig, at det var lige præcis hér, at alle de værste og mest udviklede problemer dukkede op.

PBR's umiddelbare forslag var at forsøge at estimere translogsystemet som en generel VAR-proces, hvor der var tilpasning til de langsigtede niveauer, men hvor priser og produktion fik lov at have frie kortsigtede effekter. En sådan dynamik kaldes ofte for *anden-generationsdynamik*. Herved sikres ikke nødvendigvis, at man "er på produktionsfunktionen" på kort sigt (svarende til, at der er kortsigtet konsistens).

Tilpasningen til langsigtslige vægt foregik via en matrix af tilpasningsparametre, således at ulige vægte i en faktor godt kunne påvirke tilpasningen af en anden faktor. Sådanne kryds-effekter (fra fx kapitalapparat til arbejdskraft) kan opfattes som et forsøg på at efterligne de "sande" (konsistente) *tredje-generationseffekter*. I første omgang var det dog tanken, at kun ulige vægte i kapitalapparat skulle påvirke de andre faktorer, svarende til at den omtalte tilpasningsmatrix er diagonal, med undtagelse af søjlen svarende til ulige vægten i kapitalapparatet.

Ellers blev der ikke pålagt nogen a priori restriktioner på kortsigtsdynamikken, og tanken var, at man forsøgte sig med forskellige kombinationer af kortsigtsdynamik, kombineret med forskellige restriktioner på langsigtsparametrene. Dette var et meget ambitiøst "general to specific"-setup, og det viste sig desværre hurtigt, at det var mere end, hvad estimationsprogrammet kunne klare. For hvis ikke man holdt megen snor i den dynamiske tilpasning, fik man meget store ulige vægte mellem faktiske og ønskede/langsigtede størrelser, kombineret med grimme konvergensproblemer i estimationsalgoritmen. Faktisk viste det sig, at man for det meste ikke kunne slippe både kort- og langsigtsparametre løs på én gang, og derfor blev man estimationsteknisk nødt til først at estimere langsigtsparametrene givet kortsigtsparametrene, og så kortsigtsparametrene givet langsigtsparametrene osv. osv., indtil det (forhåbentligt) konvergerede, hvilket der slet ikke var garanti for. Og *når* det konvergerede, var der ofte tale om ufortolkelige ulige vægte mellem faktiske og langsigtede størrelser, idet estimationsalgoritmen på en eller anden måde kørte af sporet ved at klemme tilpasningsparametrene længere og længere ned mod nul, svarende til fuldstændigt fravær af ko-integration.

Af den grund blev det derfor valgt også at estimere i *to trin*, dvs. først langsigtsparametre, og så kortsigtsparametre (Granger-Engle). Disse estimationer så generelt mere rimeligt ud, men det var ikke så rart, fordi alle og enhver véd, at man derved mister en hel del efficiens i parameterestimererne. Asymptotisk betyder det ikke noget, om man estimerer i ét eller to trin, men med godt 35 år i estimationsperioden havde vi jo ikke for mange observationer at rutte med.

Alt dette er beskrevet i et modelgruppepapir, som ganske vist ikke er udsendt, men som substantielt set er færdigskrevet (PBR 24.07.93: *Estimation af faktorefterspørg-*



*selsfunktioner baseret på 2. generations dynamik og translog- eller CES-omkostningsfunktionen*). I dette papir er der set grundigt på, hvilke restriktioner man med rimelighed kan pålægge kort- og langsigtsparementrene. Men det skal siges, at mange af estimationerne ikke ser rimelige ud, og dette gælder i udpræget grad de estimationer, hvor enten kortsigts- eller langsigtsparementre (eller begge typer) er givet fri. Dette resulterer ikke sjældent i uplausible forskelle mellem fx faktisk og langsigtet kapitalapparat, mellem faktisk og langsigtet beskæftigelse osv. Desuden ser estimationerne uden pålagt konstant skalaafkast ikke for gode ud, da skalagrader og trender har det med at korrelere slemt.

Herudover var der alvorlige problemer med den dynamiske tilpasning, idet den generelle VAR(2)-formulering ikke sjældent resulterede i cyklisk og i øvrigt uplausibel tilpasning, bl.a. som følge af, at  $K$ -ligningen generelt godt kunne lide den to perioder laggede endogene. Dette plagede alle estimationerne – også totrinssestimationerne og estimationerne med nestet CES. I bagklogskabens lys havde en rho-konstruktion (se afsnit 2.12 for mere om alt dette) nok været at foretrække for den to perioder laggede endogene (rho-konstruktionen giver ikke cyklisk tilpasning), og sammenfattende må det nok konkluderes, at VAR-tilgangen var for ambitiøs, fordi det hele hurtigt druknede i technicalities. Systemerne blev simpelthen så indviklede (godt hjulpet på vej af, at TSP er et dårligt program at lave indviklede ting i), at estimationsalgoritmen enten ikke konvergerede, eller – når den konvergerede – kom ud med noget, som var nærmest ubrugeligt.<sup>13</sup>

Hvorom alting er, kunne man dog ud fra anden-generationsestimationerne konkludere følgende om den dynamiske tilpasning:

- Arbejdskraften stiger mindre end 1% i det første år, når produktionen stiger med 1%. Således er arbejdskraften formentlig en træg faktor.
- Materialekøbet stiger ofte med mere end 1% i det første år, når produktionen stiger med 1%. Materialeanvendelsen er derfor tilsyneladende en fleksibel faktor.

---

<sup>13</sup>Estimationerne krævede for det første en ordentlig *initialisering* af parametrene. Med selv givet fornuftige initiale parameterverdier, kunne man for det meste ikke bare slippe både kort- og langsigtsparementre løs på samme tid. Derfor var det ofte nødvendigt første at estimere langsigtsparementre, så kortsigtsparementre, og så langsigtsparementre igen osv. indtil det (måske) konvergerede. Pga. ikke-lineariteter i CES-funktionen var det endda hvad denne angår nødvendigt at estimere CES-funktionens langsigtsparementre i endnu et loop ( $\sigma$  for sig og resten af parametrene for sig) inde i det generelle loop mellem kort- og langsigtsparementre.

## 2.6 Tredje-generationsmodeller og tilpasningsomkostninger

Da der i anden-generationsestimaterne var en udpræget tendens til problemer med slemme historiske uligevægte og cyklisk tilpasning, blev der sideløbende med anden-generationens translog hhv. nestet CES set på, om man med fordel kunne formulere dynamikken som *tredje-generationsdynamik*, hvilket er teoretisk kønnere og ville reducere antallet af kortsigtsparametre betragteligt – samtidig med at man måtte formode, at de med anden-generationens dynamik så hyppigt observerede grimme uligevægte ville blive mindre påtrængende.

Med henblik på at lave tredje-generationsdynamik foreslog PBR i første omgang en såkaldt *translog-kortsigtsomkostningsfunktion*. Ideen i kortsigtsomkostningsfunktioner er kort fortalt, at niveauet for de(n) træge produktionsfaktor(er) optræder direkte i omkostningsfunktionen, således at man kan bestemme den optimale størrelse af de fleksible produktionsfaktorer givet de(n) træge. Det kom der et papir ud af, som var meget vanskeligt at læse, simpelthen fordi det med kortsigtsomkostningsfunktioner er vanskeligt (PBR 08.04.93: *Dynamiske faktorefterspørgselsfunktioner: Teori og udledning af estimationsligninger på baggrund af TL-kortsigtsomkostningsfunktionen*). I papiret introducerede PBR desuden *tilpasningsomkostninger* – både såkaldte interne og eksterne. Idéen er, at *ændringer* i størrelsen af kapitalapparatet må formodes at være ressourcekrævende – dvs. enten som en direkte udgift (eksterne) eller i form af, at man fx må bruge arbejdskraft til at opstille/nedtage kapitaludstyr (interne).

### Tilpasningsomkostninger

PBRs intention var oprindeligt at teste empirisk, om der var tale om eksterne eller interne tilpasningsomkostninger. Ideen i det med tilpasningsomkostninger er, at der er nogle omkostninger forbundet med ændringer i niveauet for en eller flere af produktionsfaktorerne (typisk kapitalapparatet). Det er fx ikke gratis at installere/nedtage nyt kapitaludstyr, og man kan opfatte det som noget eksogent, som går ind i produktionsfunktionen, fx som følger:

$$Y = F(K, L, E, M, t, D(K)^2) \quad (4)$$

De første fem argumenter er de sædvanlige, men der er tilføjet en ekstra effekt fra kvadratet på *ændringen* i kapitalapparatet. Dette kaldes *kvadratiske tilpasningsomkostninger*. Oversat til (kortsigts)omkostningsfunktioner bliver dette til:

$$C = C(Y, K, P_K, P_L, P_E, P_M, t, D(K)^2) \quad (5)$$

hvor  $C(\bullet)$  er de kortsigtede totale omkostninger. I denne kortsigtsomkostningsfunktion – hvor tilpasningsomkostningerne er *interne* – indgår  $D(K)^2$  funktionelt på samme måde som tiden  $t$ . Derved kan man – hvis man opskriver det helt generelt – få en hel del ekstra parametre ud af det, som nok kan være svære at få estimeret.

Alternativt – og mere ad hoc-præget – kan man blot tilsætte tilpasningsomkostningerne som et ekstra uafhængigt led til kortsigtsomkostningsfunktionen,

$$C = C(Y, K, P_K, P_L, P_E, P_M, t) + \alpha D(K)^2 \quad (6)$$

Derved bliver der kun én parameter at identificere, og dette kaldes *eksterne* omkostninger. (Bemærk i øvrigt, at denne kortsigtsomkostningsfunktion ikke – som den faktisk burde være – er homogen i faktorpriserne for  $D(K)^2 \neq 0$ ).

Da kortsigts-faktorefterspørgslerne ifølge Shephards Lemma er givet ved at differentiere  $C$  mht. faktorpriserne, ses det, at  $D(K)^2$  i tilfældet med *interne* tilpasningsomkostninger kommer til at indgå i alle faktorefterspørgselsligningerne, mens dette ikke sker i tilfældet med *eksterne* tilpasningsomkostninger, hvor  $D(K)^2$  indgår som et uafhængigt ekstra led. Det første er naturligvis det mest realistiske, da man sagtens kan forestille sig, at en ændring i kapitalapparatet giver et større arbejdskraftforbrug – idet det ofte er virksomhedens egne medarbejdere, som må bruge tid på at installere/afmontere det.

### Eksterne tilpasningsomkostninger

Men hvad er så overhovedet ideen med *eksterne* tilpasningsomkostninger, hvis de ikke har nogen effekt på de andre (dvs. de fleksible) produktionsfaktorer? Ideen er, at man kan vise, at kapitaltilpasningens hastighed vil afhænge af størrelsen af de eksterne tilpasningsomkostninger. Dette følger af, at tilpasningsomkostningerne er antaget kvadratiske (konvekse), således at det er billigere at tilpasse sig i små bidder, end i ét hug. Til gengæld koster det at være ude af (langsigts)ligevægt, så virksomheden vil derfor vælge at tilpasse *noget* af vejen hen imod den omkostningsminimerende kapitalstørrelse ( $K^*$ ).

Idet vi antager, at omkostningerne ved at kapitalapparatet ude af ligevægt er kvadratiske (hvilket er en plausibel antagelse, så længe  $K$  og  $K^*$  ikke er alt for forskellige), kan vi skitsere virksomhedens problem som følger:

$$\min \sum_{i=0}^{\infty} (1+r)^{-i} \left[ (K_{+i} - K_{+i}^*)^2 + \alpha D(K_{+i})^2 \right] \quad (7)$$

I hver periode udgøres omkostningerne af et led, som udtrykker omkostningerne ved at være ude af ligevægt samt et led, som udtrykker omkostningerne ved at ændre på kapitalapparatet. Parameteren  $\alpha$  er en konstant, som udtrykker, hvor meget tilpasningsomkostningerne betyder i forhold til "afvigelsesomkostningerne". Variablen  $r$  er virksomhedernes diskonteringsfaktor (den nominelle rente), og løsningen er følgende:

$$K = \lambda K^{**} + (1-\lambda) K_{-1}, \quad 0 < \lambda < 1 \quad (8)$$

hvor  $K^{**}$  er givet som et vægtet gennemsnit af fremtidige  $K^*$ 'er,

$$K^{**} = \left(1 - \frac{1-\lambda}{1+r}\right) \left[ \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1-\lambda}{1+r}\right)^i K_{+i}^* \right] \quad (9)$$

og hvor  $\lambda$  er givet som

$$\lambda = 1 - \frac{1+r}{2} \left[ 1 + \frac{1}{1+r} + \frac{1}{\alpha} - \sqrt{\left(1 + \frac{1}{1+r} + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - \frac{4}{1+r}} \right] \quad (10)$$

Det er nemt at vise, at hvis man antager, at forventningerne til de fremtidige  $K^*$ 'er er *statistiske* ( $K_{+i}^* = K^*$ ,  $i = 1, 2, \dots$ ), så får man en helt traditionel partiel tilpasning af  $K$  til  $K^*$  (blot med renteafhængig tilpasningshastighed), idet der i så fald vil gælde, at  $K^{**} = K^*$  (se (9)). Men det kan vises, at denne rentefølsomhed under almindelige omstændigheder vil være meget beskeden og derfor formentlig ikke værd at bruge krudt på. Dette kan ses af nedenstående tabel:

**Tabel 1. Tilpasningshastighedens ( $\lambda$ ) størrelse for forskellige værdier af rente og "dyb" parameter  $\alpha$**

Rente	$\alpha=64$	$\alpha=32$	$\alpha=16$	$\alpha=8$	$\alpha=4$	$\alpha=2$	$\alpha=1$
0%	0.12	0.16	0.22	0.30	0.39	0.50	0.62
5%	0.10	0.14	0.20	0.28	0.38	0.49	0.61
10%	0.09	0.13	0.19	0.27	0.37	0.48	0.61
15%	0.07	0.12	0.18	0.26	0.36	0.48	0.60
20%	0.07	0.11	0.17	0.25	0.35	0.47	0.60
25%	0.06	0.10	0.16	0.24	0.34	0.47	0.60
$\infty$	0.02	0.03	0.06	0.11	0.20	0.33	0.50

Hvis vi fx siger, at renten er 10% og  $\alpha=4$ , får vi en tilpasningshastighed på  $\lambda = 0.37$  (gråtonet), hvilket passer meget godt med vores estimationsresultater (for maskiner). Hvis renten i det tilfælde stiger med 5%-point til 15%, betyder det blot, at tilpasningshastigheden falder fra at være  $\lambda = 0.37$  til at være  $\lambda = 0.36$ . Ikke ligefrem nogen iøjnefaldende effekt, og ser man på skemaet, er dette et helt gennemgående træk. Givet at renten holder sig i området 5%-15%, og at vores tilpasningshastighed ligger omkring 0.30-0.50 (svarende til, at  $\alpha$  ligger ca. i området 2-8), er  $\lambda$  for alle praktiske formål ikke-rentefølsom.<sup>14</sup>

Det med, at tilpasningshastigheden bliver endogen i tilfældet med konvekse tilpasningsomkostninger er altså så vidt jeg kan se ret uinteressant, i hvert fald hvis

<sup>14</sup>Dette er også beskrevet i TTH (1994), kapitel 6.

vi ser på maskiner og holder os til realistiske værdier af rente og tilpasningshastighed. Mere interessant er (9), som siger, at det  $K^{**}$ , som der tilpasses imod (i (8)) er et vægtet gennemsnit af fremtidige (forventede)  $K^*$ 'er, med vægte som afhænger af tilpasningshastigheden. Hvis fx tilpasningshastigheden er 0.37 og renten 10%, bliver  $K^{**} = 0.43 K^* + 0.24 K^*_{+1} + 0.14 K^*_{+2} + 0.08 K^*_{+3} + 0.05 K^*_{+4} + \dots$ , med vægte, som summer til 1. På den måde kan man (i princippet i hvert fald) få *forventningseffekter* ind i investeringerne, idet en forventet fremtidig stigning i  $K^*$  (fx forårsaget af en forventet stigning i produktionen) vil påvirke  $K$  allerede i indeværende periode.

Men ud over dette giver det med at introducere eksterne tilpasningsomkostninger ikke – efter min mening – noget særligt, udover en *forklaring* på, hvorfor kapitaltilpasningen er træg. Men man har alligevel ikke nogen selvstændig interesse i denne "dybe" eller "fundamentale" parameter ( $\alpha$ ) – så hvorfor ikke bare estimere den partielle tilpasningsparameter ( $\lambda$ ) direkte? Dette var også modelgruppens holdning, og formel (10) eller lignende blev da heller ikke forsøgt.

### Interne tilpasningsomkostninger

Man kan stort set sige det samme om de interne tilpasningsomkostninger, som om de eksterne. Men der er dog den forskel, at med interne tilpasningsomkostninger går kvadratet på ændringen i kapitalapparatet direkte ind i faktorefterspørgselsfunktionerne for de fleksible faktorer, hvilket muligvis kunne give en bedre forklaringsgrad i disse ligninger. *Dette er den reelle forskel på interne og eksterne tilpasningsomkostninger.* Set i bakspejlet ville det i øvrigt være meget nemmere og meget mere letforståeligt at introducere effekterne fra interne tilpasningsomkostninger via *effektivitetsindeks* i de enkelte faktorer (jf. senere i afsnit 2.9 og 3.5).

Hvorom alting er, så blev det forsøgt at estimere et system baseret på en kortsigts-translogfunktion, men trods ihærdige forsøg og grundige tjeks af, at det hele var rigtigt skrevet op, gav det helt uforståelige resultater. Desuden var der det kedelige problem, at størrelsen af  $K^*$  (og dermed også de langsigtede niveauer for de andre produktionsfaktorer) i kortsigts-translogfunktionen ikke kan udregnes analytisk, hvilket ikke er rart og bl.a. gør det nødvendigt at *iterere* de langsigtede niveauer frem (hvis man fx ønsker at lave en dynamisk ligning for tilpasningen af  $K$  til  $K^*$ ). Det bliver desuden besværligt at beregne langsigtede priselasticiteter, og pålæggelse af separabilitet bliver så godt som umulig.<sup>15</sup> Tilgangen blev derfor droppet.

---

<sup>15</sup>Separabilitetsantagelser kan formuleres som restriktioner på de langsigtede partielle priselasticiteter. Hvis  $M$  fx er svagt separabel, betyder det at  $e_{KM} = e_{LM} = e_{EM}$ , således at prisen på  $M$  ikke påvirker *forholdet* mellem  $K$ ,  $L$  og  $E$ . Når man ikke kan udlede analytiske udtryk for de langsigtede priselasticiteter, men må iterere disse frem, bliver det yderst vanskeligt at pålægge separabilitet.

## 2.7 Tredje-generations nestet CES

Da det med kortsigtsomkostningsfunktioner var svært at forstå og forholde sig til, udarbejdede PBR et papir om tredje-generationsdynamik baseret på CES-produktionsfunktionen (PBR 08.06.93: *Kort- og langsigtstfaktorefterspørgselsfunktioner baseret på CES-produktionsfunktionen*). Ideen er, at man først bestemmer de optimale størrelser af  $K$ ,  $L$ ,  $E$  og  $M$  på baggrund af produktionen, de fire faktorpriser og trends. Dette giver de såkaldte langsigtede faktorefterspørgselsfunktioner. Hvis man derefter tager  $K$  for givet (eksogen) og gentager proceduren, får man såkaldte kortsigtede faktorefterspørgselsfunktioner, som kan bruges til at lave tredje-generationsdynamik med. Papiret er fyldt med indviklede ligninger, og det var hårdt arbejde at udlede kortsigtede nestede CES-funktioner betinget på  $K$ . Set i bagklogskabens lys kunne man gøre alt dette *meget* nemmere og overskueligt vha. de såkaldte skyggepriser (jf. senere i afsnit 2.8), men det vidste vi jo ikke på det tidspunkt.

Problemet med at bruge nestet CES er imidlertid, at kortsigtstfaktorefterspørgselsfunktionerne ikke kan udledes *analytisk*, men må itereres frem. I princippet er dette kun et teknisk problem, men i praksis er det yderst generende, både når man skal estimere systemet, og når man vil simulere med det. Desuden er der det grundlæggende problem med CES-funktionen, at den er meget ikke-lineær i parametrene, hvilket gør, at man meget ofte er nødt til at holde estimationsproceduren ganske meget i hånden, for overhovedet at få systemet til at konvergere.<sup>16</sup>

På dette tidspunkt var det så også – dvs. i sommeren 1993 – at PBR forlod modelgruppen til fordel for Finansministeriet, men intentionen var, at PBR i en periode ville forsøge at "fjernstyre" TTH og KTH, indtil der lå en faktorblok klar til implementering.

---

<sup>16</sup>Et af problemerne med CES er, at  $\delta$ 'erne kan gå hen og blive *meget* tæt på 0 eller 1, hvis ikke de eksogene indgående variabler omskaleres på forhånd. Desuden er der i tredje-generations nestet CES den såkaldte  $K$ -understregs-problematik, nemlig at der i CES-funktionen (givet  $\sigma < 1$ ) eksisterer et minimumsniveau for  $K$ ; dvs. en nedre kapacitetsgrænse. Presses  $K$  ned i nærheden af  $K$ -understreg eksploderer forbruget af de andre produktionsfaktorer, og gøres  $K$  mindre end  $K$ -understreg, går estimationsproceduren simpelthen ned. Dette gjorde den da rent faktisk meget ofte, uden at vi på det tidspunkt vidste hvorfor. KTH kunne godt estimere samlet service og en række af de enkelte erhverv, men så snart han forsøgte at estimere samlet fremstilling, divergerede estimationsproceduren fuldstændigt. Set i bakspejlet skyldtes dette givetvis  $K$ -understreg.

## 2.8 Skyggepriser

Vi stod altså omkring sommeren 1993 med det problem (udover det fysiske fravær af PBR), at det var meget vanskeligt at finde et brugbart *tredje-generations* faktorefterspørgselssystem. Kortsigts-translogfunktionen gav for mange problemer (og  $K^*$  kunne ikke skrives analytisk op), og kortsigts-faktorefterspørgselsfunktioner udledt fra nestet CES var meget indviklede (og heller ikke til at skrive analytisk op), parret med at nestet CES ikke er en fleksibel funktionsform, hvilket gør det umuligt at teste, hvor meget de pålagte separabilitetsrestriktioner egentlig betyder. Desuden løb KTH som nævnt ind i svare konvergensproblemer, når han prøvede at estimere tredje-generations nestet CES, og det lykkedes ham faktisk aldrig at få estimeret tredje-generations nestet CES for de aggregerede fremstillingsserhverv.

Alt i alt var det altså yderst kedeligt, at man ikke kunne tage udgangspunkt i de almindelige og velkendte (langsigts-) omkostningsfunktioner og vha. disse udlede både kort- og langsigtede faktorefterspørgselsfunktioner. Eller rettere: sådan troede vi, at det forholdt sig. For i modelgruppen (ligesom så mange andre steder) var det en almindeligt accepteret kendsgerning, at man ikke kunne komme til kortsigtede begreber fra en langsigts-omkostningsfunktion, af den simple grund, at niveauet for de(n) produktionsfaktor(er), som man vil betinge på, ikke indgår i langsigtsomkostningsfunktionen. Hvordan skulle man da kunne betinge på denne/disse? Det viste sig imidlertid, at man alligevel godt kunne vha. såkaldte skygge- eller virtuelle priser. Dette kom TTH frem til engang i efteråret 1993 – og det viste sig så faktisk, at resultatet var ganske velkendt i forbrugerteorien (rationering), men altså knapt så velkendt blandt udbudsmodellører. Rent teknisk går metoden ud på, at man tager de langsigtede ligninger for de  $k$  træge produktionsfaktorer og isolerer de  $k$  egenpriser på disse faktorer. Disse priser kaldes skyggepriser, og når de indsættes i ligningerne for de fleksible (dvs. de resterende) faktorer, får man den kortsigtede faktorefterspørgsel for disse.

TTHs undersøgelser udmøntede sig i papiret TTH 10.10.93: *Mulige genveje til tredje-generations translogfunktioner*, hvor det blev vist, at man faktisk godt kunne tage udgangspunkt i den sædvanlige langsigts translogomkostningsfunktion og vha. nogle approximationer komme til kortsigtet translog-faktorefterspørgsel. Vedrørende disse approximationer henvises til TTH (1997) (working-paper 1997:2), kapitel 7.

Alternativt – hvis man ikke brød sig om at skulle approximere – kunne man iterere kortsigts-faktorefterspørgslerne frem. Men skyggeprismetoden var helt generel, og den kunne bruges til at komme fra et vilkårligt system af (konsistente) langsigtede faktorefterspørgsler til de tilsvarende kortsigtede. (Også fx fra langsigtede nastede CES-faktorefterspørgsler til de tilsvarende kortsigtede).

Hvad omkostningsfunktioner angår, må skyggeprismetoden siges at være et væsentligt fremskridt i forhold til at skulle gå i gang med kortsigtsomkostnings-

funktioner, som ofte bliver meget (og unødigt) indviklede at arbejde med, og hvor man derfor ofte taber overblikket. Se evt. TTH (1997) for mange flere detaljer om alt dette.

Det skal også nævnes, at skyggeprismetoden også virker på marginalomkostninger. Indsættes skyggepriserne for de  $k$  træge produktionsfaktorer i udtrykket for de langsigtede marginalomkostninger,  $MC^* = \partial C^*/\partial Y$ , får man de kortsigtede,  $MC = \partial C/\partial Y$ . Dette resultat er ganske nyttigt, da man derved slipper for at skulle differentiere en kortsigtsomkostningsfunktion,  $C(\cdot)$ , som typisk vil være meget mere indviklet end langsigtsomkostningsfunktionen,  $C^*(\cdot)$ . Se nærmere om marginalomkostninger og hvad de kan bruges til i afsnit 3.7.

## 2.9 Effektivitetstrends

Omtrent samtidigt med TTHs undersøgelser af skyggepriser blev det diskuteret, hvordan man kunne sammenligne trends i forskellige funktionsformer, fx translog og CES. Det rare ved trenderne i den nastede CES var, at de var umiddelbart forståelige, idet der til hver produktionsfaktor simpelthen var tilknyttet et (faktorudvidende) effektivitetsindeks, som fortalte, hvordan effektiviteten af den pågældende produktionsfaktor varierede med tiden. I translog var fortolkningen af translog-treenderne noget vanskeligere, da der dels var tale om generelle trends i de samlede omkostninger, og dels om trends i omkostningsandelene. De sidste kunne man fortolke som faktorforvridende trends, og de første som Hicksneutrale ditto, men stadigvæk var det lidt svært at forholde sig til en trend i en omkostningsandel, for hvad *betyder* det egentlig? Og hvordan sammenlignes sådanne trends med CES-funktionens effektivitetsindeks?

KTH kom med svaret, da han i papiret KTH 07.12.93: *Teknologiske fremskridt i translog- og CES-produktionsfunktionerne* kunne vise, at man vha. en nem og gennemskuelig metode kunne introducere effektivitetsindeks i ethvert faktor-efterspørgselssystem – dvs. også selv om det baserede sig på en omkostningsfunktion. Dette var en meget væsentlig ny indsigt, som har været til umådelig nytte lige siden. (Faktisk har jeg ikke kunnet finde beskrivelser af denne metode noget sted i den internationale litteratur, selv om selve det med at operere med faktorudvidende effektivitetsindeks naturligvis på ingen måde er noget nyt). Ydermere kunne KTH vise, at man kunne lave en 100% matematisk oversættelse af den almindelige måde at formulere trends på i translogfunktionen til sådanne effektivitetsindeks. Dette resultat tror jeg faktisk ikke, der er andre end os, der kender til, men det betyder altså, at man kan tage translogfunktionens trendparametre og omregne disse



til faktorudvidende effektivitetsparametre – hvilket letter fortolkningen betydeligt og bl.a. gør sammenligning med nestet CES mulig.<sup>17</sup>

## 2.10 GL-funktionen

Vha. den omtale skyggepristeknik ville det være muligt at tage udgangspunkt i den almindelige (langsigts-) translogomkostningsfunktion og ud fra denne udlede kortsigtede faktorefterspørgsler.<sup>18</sup>

Imidlertid var der meget, der pegede på, at den såkaldte *generaliserede Leontief omkostningsfunktion* (GL eller GLO) på mange punkter ville være at foretrække for translogfunktionen. En af de umiddelbare fordele var, at man ud fra GL-omkostningsfunktionen kan udlede kortsigtede faktorefterspørgsler analytisk, således at man slipper for at skulle tage stilling til, hvorvidt man skal iterere/simulere disse frem, eller om man skal ty til de approksimative sammenhænge, som blev givet i TTH 10.10.93. En anden fordel ved GL-funktionen er, at den er særligt velegnet, når der er tale om beskeden substitution (dvs. langt fra Cobb-Douglas-tilfældet), og det førnævnte problem med, at energiens egenpriselasticitet svinger ubehageligt meget, når man estimerer translog-funktioner, forsvinder fuldstændigt med GL-funktionen (som netop er gearret til beskeden substitution).

Endvidere er det forholdsvis nemt at lægge separabilitet på GL-funktionen (se TTH (1994) s. 35-37), så givet den forholdsvis beskedne substitution, som tilsyneladende ligger i de tal, vi estimerer på, er der meget, der taler for at bruge GL. Den har endvidere den fordel, at de langsigtede faktorefterspørgselsfunktioner er lineære i parametrene (dog med kryds-symmetrirestriktioner på tværs af ligningerne), hvilket tydeligt letter livet for estimationsprogrammet.

TTH foretog senere i papiret TTH 03.02.94 *Sammenligning af 3. generations GLO- og translog-estimationer* nogle estimationer med et GL-system, som egentlig så

---

<sup>17</sup>Konkret til effektivitetsparametre af typen  $e_i = \exp(\omega_{i1} t + \frac{1}{2}\omega_{i2} t^2)$ , dvs. kvadratiske trends med fælles kvadratiske led. Se evt. også TTH (1997), afsnit 6 og appendix B for detaljer. Med dette resultat forstummede al kritik af, at effektivitetsindeks skulle kunne lægge ubehagelige restriktioner på, hvordan tekniske fremskridt går ind i produktionsfunktionen. For eftersom translog-omkostningsfunktionen er en fleksibel funktionsform, og eftersom translogtrenderne kan oversættes til effektivitetsindeks af typen  $e_i = \exp(\omega_{i1} t + \frac{1}{2}\omega_{i2} t^2)$ , følger det deraf, at sådanne effektivitetsindeks ikke mangler fleksibilitet. Og rent faktisk begyndte vi hurtigt at estimere med effektivitetsindeks af typen  $e_i = \exp(\omega_{i1} t + \frac{1}{2}\omega_{i2} t^2)$ , dvs. med frie (faktorspecifikke) kvadratiske parametre – hvilket altså er mere fleksibelt end de sædvanlige fleksible translogtrends.

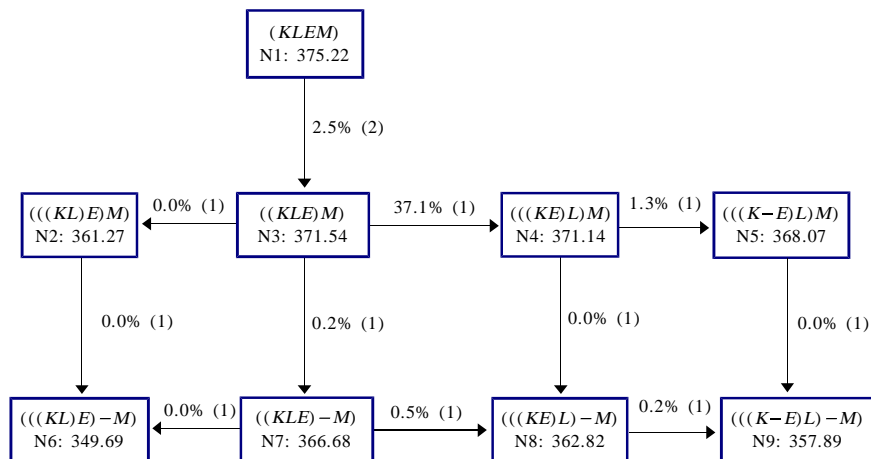
<sup>18</sup>Som nævnt lader dette sig ikke gøre analytisk. Så i det tilfælde, må man enten iterere/simulere eller benytte de approksimationer, som er nævnt i papiret TTH 10.10.93 eller (bedre beskrevet) TTH (1997), afsnit 7.

ganske fornuftige ud, men dog med det problem, at man ikke uden videre kunne fremskrive trenderne i GL-funktionen ud i al fremtid, da dette før eller siden ville give negativt energiforbrug (svarende til, at man ryger ud af konsistensområdet). Dette er naturligvis et kedeligt problem, og det er nok det, som i praksis gjorde, at vi ikke valgte at arbejde videre med GL-funktionen til den på det tidspunkt kommende modelversion (marts 1995). TTH arbejdede dog videre med GL-funktionen i forbindelse med sin store opgave (= TTH (1994)).

I denne opgave – hvor der i øvrigt blev estimeret med pålagt konstant skalaafkast – blev det bl.a. vist (s. 109), at man statistisk set ikke kan undvære effektivitetsindeks i *nogen* af de fire produktionsfaktorer (maskiner, arbejdskraft, energi og materialer) – og da slet ikke i hverken  $K$  eller  $L$ . Altså: de tekniske fremskridt er *langt* fra at være Harrod- eller Solow-neutrale.

Desuden blev det vist (s. 106), at man lige akkurat og med lidt god vilje kan separere materialerne ud (dvs. postulere en  $((KLE)M)$ -nestningsstruktur). Givet dette kan man derefter uden problemer neste  $K$  og  $E$  sammen, så man får en  $((KE)L)M$ -nestningsstruktur, men data vil *ikke* have en  $((KL)E)M$ -nestningsstruktur. Denne figur er gengivet nedenfor:

**Figur 1. Test af nestningsstruktur, samlede private erhverv**



Af figuren kan man se, at restriktionen om at separere materialerne ud (N1 til N3) ikke er så slem og ikke er langt fra at kunne godtages på 5%-signifikansniveau ( $p = 2.5\%$ ). Givet at materialerne separeres ud, er det uproblematisk at neste  $K$  og  $E$  sammen i det inderste nest (N4). Derimod kan materialerne ikke i-o-bestemmes (svarende til den nederste række i testtræet (N6-N9)).

## 2.11 BFI-CES-funktioner

Men hvis vi skruer tiden tilbage til efteråret 1993, så måtte både PBR og modelgruppen sande, at førstnævnte ikke – sine gode intentioner til trods – var i stand til at fjernstyre udbudsprojektet inde fra Finansministeriet. Dertil havde han simpelthen for meget at lave, og derfor blev John Smidt (JSM) udnævnt til ansvarlig for at få lavet nogle brugbare ligninger til ADAM.

Holdningen på det tidspunkt var, at det nok måtte ende med enten nestet CES eller GL – begge med tredje-generations kortsigtsdynamik, men – som jeg har foregrebet ovenfor – GL-funktionen døde indtil videre på dens problemer med, at den kunne ryge uden for konsistensområdet, hvis effektivitetstrender og/eller faktorpriser skrives bevidstløst frem over en lang periode. Man kunne altså frygte ubehagelige problemer i forbindelse med lange fremskrivninger.<sup>19</sup>

<sup>19</sup>Konkret gælder der det, at hvis der er komplementaritet mellem to faktorer, så er GL-funktionen ikke globalt konsistent. I estimationerne er  $K$  og  $E$  komplementære, og dette skaber altså problemet, for var det ikke for denne (i øvrigt realistiske) komplementaritet, ville den estimerede GL-funktion være globalt konsistent.

Der var på det tidspunkt ingen vandtætte løsninger på konsistensproblemet (som, skal det understreges, ikke har det fjerneste med GL som sådan at gøre. Enhver fleksibel omkostningsfunktion, herunder translog, har dette problem – og problemet er endda værre for sidstnævnte). TTH havde i lyset af sin opgaveskrivning kun begrænset tid til at undersøge det i, og af den grund blev det besluttet, at JSM og KTH arbejdede videre med den nestede CES, med henblik på at få produceret nogle ADAM-ligninger.

Der gik dog ikke lang tid, før JSM og KTH blev enige med sig selv og hinanden (og andre) i, at også denne relativt forenklede tilgang (tredje-generations nestet CES) gav så store estimationsproblemer, at noget måtte gøres. Det kom der papiret JSM og KTH 07.02.94: *Om faktorefterspørgslen i den kommende version af ADAM* ud af.<sup>20</sup> JSM's ide var at postulere følgende nestningsstruktur:  $((KL)E)-M$ , hvor tankestregen indikerer, at der er antaget stærk separabilitet (ingen substitution) mellem materialerne og de andre produktionsfaktorer. Denne forenkling indebærer (a) at materialerne som hidtil kan i-o-bestemmes og (b) at estimationen af  $K$  og  $L$  hhv.  $E$  ved hjælp af et mindre kunstgreb kan ske uafhængigt. Kunstgrebet er at erstatte et teoretisk mål for " $KL$ -aggregatet" med nationalregnskabets mål for det samme, nemlig BFI i faste priser (og tilsvarende erstattes et teoretisk CES-prisindeks med BFI-deflatoren). Alt dette er beskrevet indgående i kapitel 8.B i ADAM marts 1995-bogen, så det vil jeg ikke fortabe mig i her – det vigtige var, at  $K$  og  $L$  kunne estimeres for sig selv med BFI som produktionsbegreb, mens  $E$  kunne estimeres for sig selv med en BFI-deflator som alternativpris.

Men det hører selvfølgelig med til historien, at denne forenkling helt klart havde (og har) sine omkostninger. Hvis man ser på ovenstående figur 1, kan man tydeligt se, at  $((KL)E)M$ -nestningen er klart dårligere end  $((KE)L)M$ -nestningen (signifikanssandsynligheder på 0.0% hhv. 37.1%). Antagelsen om  $((KL)E)M$ -nestning betyder i praksis, at  $K$  og  $E$  ikke længere bliver komplementære, hvilket de fleste mener, at de bør være. Og desuden kan data bestemt heller ikke lide, at materialerne i-o-bestemmes (svarende til den nederste række i testtræet).

Altså: data vil *meget* hellere have, at  $K$  og  $E$  nestes sammen i det inderste nest, end at det er  $K$  og  $L$ . Problemet er bare, at man ikke med en  $((KE)L)-M$ -nestningsstruktur kan estimere energien uafhængigt af  $K$  og  $L$ , og dette var hele ideen med at gå over til BFI-CES-funktioner.

---

<sup>20</sup>Som der står at læse om estimationsproblemerne i referatet fra det modelgruppemøde, som behandlede papiret: "Der er mange kedelige numeriske/tekniske problemer forbundet med at estimere fire-faktor nestet CES: konvergensproblemer, parametre som hopper og danser, altædende trends, ufortolkelige elasticiteter - et cetera et cetera".

Et andet problem var/er, at forenklingen stort set umuliggør en *ægte* tredje-generationsdynamik, idet man er henvist til at forsøge at lave tredje-generationsdynamik i  $KL$ -estimationerne og så lave mere ad hoc-prægede (anden-generations) fejlkorrigeringsligninger for  $E$ . Endelig betyder i-o-bestemmelsen af materialerne, at man ikke får det væsentlige empiriske faktum med ind i sit "regnestykke", at materialerne på kort sigt har en tendens til at stige med mere end 1%, når produktionen stiger med 1%. Sidstnævnte effekt kan muligvis forklare, at man på kort sigt kan klare sig med mindre end 1% af *både*  $K$ ,  $L$  og  $E$ , når produktionen stiger med 1% – og fortolkningen er, at virksomhederne køber nogle flere (eller mere forarbejdede) materialer – herunder konsulenter og vikarer, som i national-regnskabet regnes som "materialer".

Disse problemer var/er dog på ingen måde afskrækkende. Og som JSM sagde: tilbagesetningen til BFI-CES-funktioner og dermed i realiteten  $2\frac{1}{2}$ -generationsdynamik i stedet for ægte tredje-generationsdynamik ville nok kun gøre to personer kede af det: PBR og Frits Møller Andersen fra Danmarks Miljøundersøgelser. For førstnævnte havde den "rigtige" tredje-generations nastede CES naturligvis en del affektionsværdi, mens (energi-/miljøøkonomen) Frits Møller Andersen ville være ked af, at  $K$  og  $E$  ikke ville blive komplementære (men derimod substitutter) i den nye ADAM-version. Dermed ville en rentestigning f.eks. betyde, at man ville bruge færre maskiner og *mere* energi. Og energiafgifter ville faktisk komme til at virke *fremmende* på maskininvesteringerne. Dette er ikke just effekter, som energiøkonomer finder plausible.

At dynamikken kunne karakteriseres som  $2\frac{1}{2}$ -generation (og ikke anden-generation) skyldes, at der eksplicit tages stilling til det arbejdskraftsniveau, som givet kapitalapparatet og produktionsniveauet er nødvendigt for at "producere produktionen". Dette kaldtes den "nødvendige" arbejdskraft,  $L^+$ , og den findes ved simpelthen at vende CES-produktionsfunktionen om:  $Y_{\text{BFI}} = \text{CES}(K, L) \rightarrow L^+ = \text{CES}^{-1}(Y_{\text{BFI}}, K)$ . Satte man  $L = L^+$  ville man have en (næsten) ægte tredje-generationsmodel, men det viste sig hurtigt, at dette ikke var muligt, da  $L$  tilpasser sig  $L^+$  med nogen forsinkelse (som følge af den såkaldte "labour-hoarding").

## 2.12 ADAMs faktorblok

Hele året 1994 gik faktisk med at estimere BFI-CES-funktioner – dvs. tofaktor CES-funktioner med  $K$  hhv.  $L$  på venstresiden og BFI (i stedet for produktionsværdi) som produktionsbegreb. I anden del af 1994 deltog TTH også i dette, og energiligningerne blev lavet af Finn Knudsen (FKN), med supervision af JSM.

Dette arbejde affødte de to helt centrale papirer om BFI-CES-estimationerne: JSM, KTH og TTH 28.07.96: *Mere om faktorefterspørgslen* og JSM, KTH og TTH 01.12.94: *Endnu mere om faktorefterspørgslen*.

I det første papir forklares det, hvorfor CES-funktionen så ofte giver estimationsmæssige problemer, idet det som nævnt tidligere viste sig, at  $K$  (når  $\sigma < 1$ ) har en undergrænse – kaldet  $K$ -understreg – som  $K$  ikke kan presses ned under. Denne kapacitetsgrænse havde hidtil været ret upåagtet, men mange af problemerne med at estimere tredje-generationsdynamik skyldtes faktisk eksistensen af  $K$ -understreg. For hvis den "sande"  $\sigma$  er tæt på nul og der i et enkelt år tilfældigvis er en stor positiv residual i  $K$ -ligningen (svarende til, at  $K$  er meget mindre, end man ville vente), så kan dette observerede  $K$  meget vel ryge under sin undergrænse,  $K$ -understreg, og så går estimationsproceduren simpelthen ned, fordi  $L^+$  i det tilfælde ikke eksisterer. Et andet problem er, at når man opererer med effektivitetstrends i både  $K$  og  $L$ , kan der ske besynderlige ting med trenderne i omegnen af  $\sigma = 1$  (Cobb-Douglas-tilfældet). Ved at sætte  $\sigma$  meget tæt på 1 og sætte trendvækstraterne til noget fuldstændigt absurd kunne estimationsproceduren ofte finde store likelihoodværdier – se fx figuren side 35 i JSM, KTH og TTH 28.07.94. For at undgå sådanne ufortolkelige og åbenbart urimelige estimationsresultater er det derfor vigtigt at initialisere sine parametre rigtigt, så man finder det "rigtige" (lokale) optimum for likelihoodfunktionen.<sup>21</sup>

$K$ -understreg-problematikken var et generende problem, da flere af erhvervene lå med  $\sigma$ 'er omkring eller under 0.20, hvilket gjorde problemet aldeles påtrængende. Det blev derfor foreslået, at man kunne korrigere  $K$ , således at det blev udnyttet bedre, jo nærmere det kom sin undergrænse,  $K$ -understreg. Derved kunne man fx sikre, at kapitalapparatet målt i *udnyttelseskorrigerede* enheder aldrig kunne blive mindre end undergrænsen. Jeg skal ikke fortabe mig i dette med det udnyttelseskorrigerede kapitalapparat – det såkaldte  $K$ -hat – men blot nævne, at problemet med  $K$ -understreg faktisk forsvandt, så snart vi begyndte at bruge den såkaldte rho-konstruktion i den dynamiske tilpasning for  $K$  og  $L$ . Derved blev  $\sigma$ 'erne betragteligt større, og der var derfor ikke længere grund til at gå videre med den ikke just

---

<sup>21</sup>Når  $\sigma = 1$  (Cobb-Douglas), kan der ikke identificeres to faktorudvidende effektivitetstrends på én gang. Hvis man alligevel forsøger at gøre dette (ved at sætte  $\sigma = 1 - \varepsilon$ , hvor  $\varepsilon$  er et meget lille tal), får man altså absurde resultater.

simple  $K$ -hat-idé. Man kan evt. læse mere om  $K$ -hat-ideerne i JSM 27.09.94: *Om udnyttelseskorrigeret kapitalapparat i faktorefterspørgslen.*

### Rho-konstruktionen

I *Endnu mere om faktorefterspørgslen* blev der kigget en hel del mere på den dynamiske tilpasning, og det viste sig, at en fejlkorrektionsformulering i tilpasningen af  $K$  til  $K^*$  og et treperioders glidende gennemsnit i tilpasningen af  $L$  til  $L^+$  var tilstrækkeligt – givet at begge ligninger blev tilsat en AR(1)-proces i restleddene (en rho-konstruktion). Fordelen ved dette var bl.a., at man derved undgår cyklisk tilpasning i kapitalapparatet, hvad man ofte får, hvis man uden videre introducerer den to perioder laggede endogene. Ulempen er naturligvis, at hvis rho-erne bliver tæt på én, vil temporære stød (til  $J$ -led) have meget langvarige virkninger. Bliver de lig én, svarer det til fravær af ko-integration, hvilket dog svarer til den måde, ligningerne for  $K$  og  $L$  blev formuleret på i ADAM, oktober 1991.

Desuden blev der i papiret kigget en hel del på arbejdskrafttilpasningen; herunder om det var mere rimeligt, at denne foregår i antal *hoveder*, fremfor i antal *arbejdstimer*. Da trægheden i  $L$  må formodes at knytte sig til *antallet* af medarbejdere, fremfor de timer disse arbejder, blev det valgt at formulere  $L$ -dynamikken i antal hoveder/personer – ved at dividere faktorblokkens arbejdstimeforbrug med arbejdstiden, *Hgn1*. Derved får ændringer i arbejdstiden faktisk en temporær effekt på det samlede antal præsterede arbejdstimer (dvs. faktorblokkens  $L$ -begreb), jf. tabel 8.4 side 122 i ADAM marts 1995-bogen.

Det med dynamikken var blevet analyseret i to papirer: TTH 26.09.94: *Analyse af dynamikken i faktorefterspørgslen – herunder sammenligning med ADAMs relationer* samt TTH 22.10.94: *Mere om dynamik i faktorefterspørgslen*. Det sidste papir giver i øvrigt en generel oversigt over dynamiske AR-modeller, idet man med stor fordel kan fortolke fx en fejlkorrektionsmodel med den to perioder laggede endogene eller med tilsat rho-konstruktion som specialtilfælde af en mere generel ARDL(2)-proces (autoregressive distributed lag). Set i dét lys bliver det temmeligt klart, at rho-konstruktionen faktisk er en god og anbefalelsesværdig "løsning" i mange tilfælde, hvor der er systematik tilbage i residualerne i en almindelig fejlkorrektionsmodel. Se nærmere om dette i afsnit 3.4.<sup>22</sup>

---

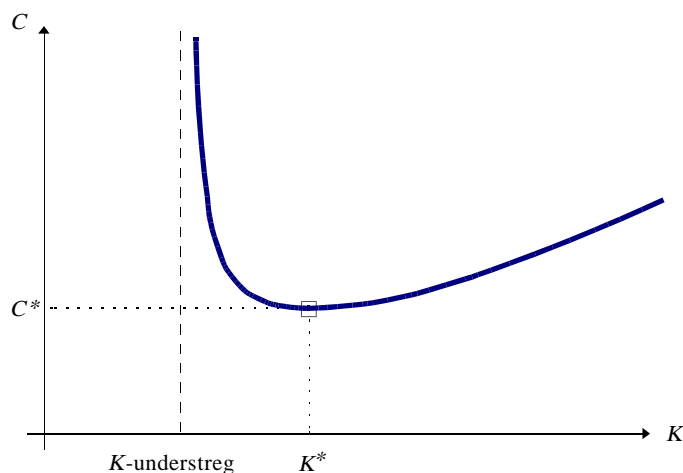
<sup>22</sup>Det skal dog siges, at selv om en rho-konstruktion kan være en god måde at få elimineret autokorrelation på, så er der nok mere tale om symptombehandling, end en egentlig løsning. Når der er autokorrelation tilbage selv i en fejlkorrektionsmodel, bør man i hvert fald overveje, om ikke modellen kunne tænkes at være fejlspecificeret (eller data dårlige), før man uden videre laver en AR-proces i restleddet.

**Variabel kapitaltilpasningshastighed**

Endelig skal det nævnes, at der i papiret KTH 25.10.94: *Om specifikationen af ligningen for kapital i faktorefterspørgslen: Ikke-linearitet og usikkerhed* blev set nærmere på, om tilpasningsparameteren i  $K$ -ligningen kunne tænkes at være variabel. Ideen i dette papir er, at hvis omkostningerne eksploderer, når  $K$  nærmer sig sin undergrænse,  $K$ -understreg (se figur 2 nedenfor), så må man vel også forvente, at  $K$ -tilpasningen bliver hurtigere, desto tættere  $K$  er på dette  $K$ -understreg ( $K$  tilpasser sig i retning af  $K^*$ ). Hvis dette var tilfældet, ville det muligvis kunne redde os fra, at  $K$  kommer for tæt på  $K$ -understreg, og teoretisk set er dette præcis, hvad der sker. En partiel  $K$ -tilpasning med konstant tilpasningshastighed kræver nemlig at omkostningsfunktionen er kvadratisk i  $K$  (med globalt minimum i  $K^*$ ), og det er netop det, omkostningsfunktionen ikke er. Den er stærkt ikke-kvadratisk (svarende til, at dens afledede er stærkt ikke-lineær omkring  $K$ -understreg), som det ses nedenfor:



**Figur 2. Totale kortsigtede omkostninger**



KTH's øvelse med variabel tilpasningshastighed faldt dog ikke entydigt heldigt ud, når han prøvede at konfrontere den med data. Men vi kunne altså notere os, at man teoretisk set godt kan lade kapitaltilpasningshastigheden afhænge af, hvor tæt  $K$  er på  $K$ -understreg.

### 2.13 Energi

Jeg skal ikke her forsøge at resumere arbejdet med energiligningerne, da der kun er tale om seks rimeligt korte og letlæste papirer. De endelige energiligninger er dokumenteret i papiret JSM og FKN 24.01.95: *Ligninger for erhvervenes energiefterspørgsel*.

### 2.14 De (næsten) endelige faktorblokligninger

I papiret JSM og KTH 25.01.95: *Ligninger for erhvervenes efterspørgsel efter maskinkapital og arbejdskraft* blev de (næsten) endelige ligninger for  $K$  og  $L$  så præsenteret, og i dette papir blev der også taget stilling til, hvad der skulle gøres ved de erhverv, som tredje-generationsskabelonen af den ene eller anden grund ikke kunne presses ned over.

Papiret indeholder detaljerede kommentarer til de enkelte erhverv og bør læses, hvis man vil være klogere på, hvorfor ADAMs faktorligninger endte med at se ud, som de gjorde.

## 2.15 Endepunktsrestriktioner på effektivitetsvækstraterne

I *Endnu mere om faktorefterspørgslen og Ligninger for erhvervenes efterspørgsel efter maskinkapital og arbejdskraft* var der blevet estimeret med kvadratiske trends i både  $K$ 's og  $L$ 's effektivitetsindeks, svarende til at vækstraten i disse udvikler sig lineært. Dette er rimeligt nok, men der opstår et problem, når man vil generalisere og fx bruge kubistiske trends – svarende til at lave parabler i vækstraterne. I de tilfælde kan primo- og ultimovækstraterne nemt gå hen og blive urealistiske, svarende til at parablen i realiteten blot fanger nogle outliers i starten eller slutningen af estimationsperioden. Dette var et kedeligt – men velkendt – problem, fordi det mange steder kunne give udmærkede resultater at estimere med en ekstra "grad" i trendpolynomiet.

Der var mange forslag på bordet mht. at sikre mere snor i primo- og ultimo-effektivitetsudviklingerne, og bestemmelsen af landbrugets normalhøst speedede også disse undersøgelser op, da man også her har brug for nogle bløde trends, som ikke løber løbsk i starten eller slutningen af estimationsperioden.

Der blev foreslået meget – herunder logistiske kurver og sinusfunktioner – men det klart bedste forslag kom fra FKN, som foreslog, at man bandt trendvækstraterne til at være konstante i "enderne" (dvs. primo og ultimo estimationsperioden). Dette ville give to parameterrestriktioner, men til gengæld kunne man så bare forære estimationsprogrammet to (eller flere) ekstra grader i trendpolynomiet.

Disse knudsenske trends har vist sig at være ganske nyttige og nemme at lave, og de blev i sidste øjeblik introduceret i faktorblokken i form af papiret TTH 28.02.95: *Ligninger for erhvervenes efterspørgsel efter maskinkapital og arbejdskraft, II*, som var indholdsmæssigt identisk med det tidligere papir, blot med nye trends.

### 3. Anbefalinger mht. den fremtidige faktorblok-udvikling

Ovenstående gennemgang af faktorblokkens udviklingshistorie efterlader måske læseren lettere forvirret, og for at råde lidt bod på det, vil jeg derfor i det følgende opsummere og give en række anbefalinger mht. frugtbare faktorblok-strategier.

#### 3.1 Bygninger

Angående antallet af produktionsfaktorer mener jeg ikke, at man kan komme uden om at operere med mindst fire af disse, hvis man vil lave noget ordentligt faktorefterspørgsel: dvs. maskiner, arbejdskraft, energi og materialer. Bygningerne bør også med ind i faktorefterspørgslen, men problemet er, at systemerne bliver en hel del større ved at gå fra fire til fem produktionsfaktorer. Spørgsmålet er også, *hvordan* bygningskapitalen i givet fald skal ind. Der er nok efterhånden rimelig konsensus om, at nestningsstrukturen  $((K_m E)L)M$  – hvor  $K_m$  er maskinkapital – er rimelig, men hvor putter man bygningerne ind dér?

Man kunne måske argumentere for, at bygninger og arbejdskraft på en eller anden måde hører sammen, for arbejdskraften skal jo have tag over hovedet. Altså en  $((K_m E)(K_b L))M$ -nestningsstruktur, hvor nogle maskiner med påfyldt benzin substituerer med nogle arbejdere med tag over hovedet. Men man kunne også alternativt neste  $K_b$  og  $K_m$  sammen til et "kapitalaggregat", svarende til en  $((K_b K_m)E)L)M$ - eller  $((K_b - K_m)E)L)M$ -struktur (tankestregen indikerer, at der er et fast forhold/stærk separabilitet mellem de to typer kapital). Valgte man den sidste variant, ville det for praktiske formål være det samme som datamæssigt at addere  $K_b$  og  $K_m$  og derefter estimere firefaktor faktorefterspørgsel fuldstændig som hidtil.

Det er nok ikke nemt a priori at sige noget om, hvor i nestningsstrukturen bygningskapitalen kommer ind, og her vil jeg i øvrigt gerne benytte lejligheden til at advare imod at lade sig forlede af, at bygningskapitalen er en *træg* produktionsfaktor, til derfra at slutte, at den nødvendigvis bør ind "inderst" i nestningsstrukturen. At den er (endog meget) træg spiller ingen som helst rolle for dens placering i nestningsstrukturen, og det faktum at maskinkapitalen optræder inderst i  $((K_m E)L)M$ -nestningsstrukturen har ikke noget at gøre med, at maskinkapitalen er træg.<sup>23</sup>

---

<sup>23</sup>Grunden til, at man ofte tror, at træge faktorer skal ind inderst i en nestningsstruktur er den, at man i en nestningsstruktur som fx  $((KE)L)M$  forestiller sig, at faktorniveauerne bestemmes trinvist; dvs. først  $K$  og  $E$ , så  $L$  og endelig  $M$ . Det er derfor nærliggende at antage, at de faktorer, som er træge (fx  $K$ ) skal ind først. Men separabilitetsrestriktioner har at gøre med restriktioner på de *langsigtede* priselasticiteter, således at det rent faktisk er forholdet mellem  $K^*$  og  $E^*$  (dvs. de langsigtede/optimale

## 3.2 Usercost

Formuleringen af usercost er ret så afgørende for estimationsresultaterne, og laglængden i inflationsforventningsudtrykkene i usercost (pt. 8 år for bygninger og 7 år for maskiner) er absolut noget, som man bør genoverveje. Der er intet helligt i de 8 hhv. 7 år, og de er kun valgt, fordi det gav det bedste fit i investeringsrelationerne i ADAM oktober 1991. Der er i øvrigt heller intet som helst helligt i, at der er tale om glidende gennemsnit i inflationsvækstrater. Man kunne alternativt lave forventningerne som AR-processer eller andet.

Desuden bør man også have følgende i baghovedet:

- Fysiske afskrivningsrater
- Skattemæssige afskrivningsrater (*biv*'er)
- Beskatning af kapitalgevinster
- Risikopræmier

Vedrørende de fysiske afskrivningsrater skal man blot huske at udskifte disse, hvis man udskifter kapitaltallene (bruger nationalregnskabets nye). Det er værre med de skattemæssige afskrivningsrater, særligt hvad bygninger angår. Som nævnt i det historiske afsnit 2.4 er niveauet for ADAMs bygnings-*biv*'er (*bivpb*) alt for lavt, og der bør nok gøres et eller andet ved det. Effekterne af beskatning af kapitalgevinster bør man også have i baghovedet (kapitalgevinstbeskatning betyder nemlig, at effekten af forventet inflation i kapitalgodets pris bliver mindre), men man skal dog huske på, at kapitalgevinster kun beskattes, hvis kapitalgodet *realiseres* (sælges), hvilket er et argument for, at effekten måske ikke er så stor. En nem og lidt ad hoc-agtig måde at få kapitalgevinstbeskatningen ind på er blot at gange inflationsforventningsleddet med en koefficient,  $\alpha < 1$ , (fx lig 0.75 eller 0.50), og så se, om det giver bedre fit. Endelig er der det med risikopræmierne, som vi vel egentlig ikke er så begejstrede for. For hvem siger, at den "rene profit" pinedød skal være nul i gennemsnit over estimationsperioden? Denne rene profit kunne i stedet fanges i prisligningerne (mere herom i afsnit 3.7).

Nogle af de ovenstående ting kan muligvis afbøde problemerne med, at ADAMs bygningsusercost ( $uib_j$ ) er meget volatile og sagtens kan gå hen og blive negative fra tid til anden. Dette duer naturligvis ikke, og problemet skyldes i høj grad inflationsforventningsformuleringen, som indebærer, at efter-skat-realrenten i usercostudtrykket ofte går hen og bliver negativ. Og da afskrivningsraten er meget lille (3%), skal der ikke meget til, før bygningsusercost bliver negative eller næsten-negative. Noget må gøres her, og følgende ville nok hjælpe:

---

niveauer for  $K$  og  $E$ ), som bestemmes i det inderste trin, og størrelsen af  $K^*$  afhænger ikke af størrelsen af det kortsigtede/observerede kapitalapparat,  $K$ .

- Kortere lags i inflationsforventningerne.
- Beskatning af kapitalgevinster, evt. blot lavet vha. nedvægtning af inflationsforventningsudtrykket. Dette er formentlig meget vigtigere for bygningskapitalen, end for maskinkapitalen, idet en del erhvervsbyggeri (i hvert fald kontorbygninger) formentlig drives af en forventning om, at der kan være kapitalgevinster at hente (= at det kan sælges til en god pris senere).
- Sætte risikopræmierne op (hvis man altså overhovedet vil have disse) for bygninger, hvilket man godt kunne argumentere for ud fra bygningsinvesteringernes lange tidshorisont

### 3.3 Valg af funktionsform

En konklusion af arbejdet med fleksible funktionsformer var, at givet den forholdsvis beskedne substitution (ca. midt mellem Leontief og Cobb-Douglas), som ligger i data, så er GL-funktionen (Generaliseret Leontief) på alle punkter at foretrække frem for translog. Desuden fungerer den overordentligt fint sammen med de såkaldte skyggepriser, idet man analytisk kan udlede relativt simple tredje-generations faktorefterspørgselssystemer ud fra GL-funktionen.

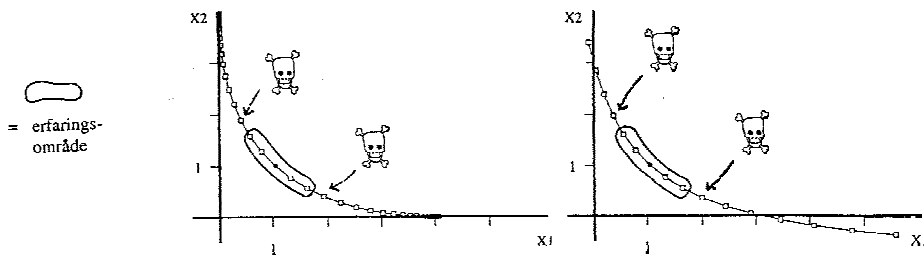
Den eneste hage ved GL-funktionen – og fleksible funktionsformer generelt – er, at der ikke er nogen garanti for, at funktionen er globalt konsistent. Dette kunne tale for den nestede CES, men dens problem er – rent bortset fra, at den jo ikke er *fleksibel* – (a) at den er uhyggeligt drilagtig at estimere, (b) at kortsigtede (tredje-generations) CES-faktorefterspørgsler ikke er analytisk opskrivelige, og (c) at ligningerne bliver meget grimme at se på. Til gengæld er den globalt konsistent.

Hvorom alting er, så mener jeg under alle omstændigheder at GL-funktionen er yderst værdifuld i *estimationsfasen*, for med denne funktionsform er det rimeligt nemt at teste, hvorvidt den ene eller den anden nestningsstruktur er at foretrække osv. osv. Hvis det af denne analyse fremgår, at man godt kunne forsvare en successiv nestningsstruktur à la den nestede CES, så kunne man sådan set bare til allersidst "oversætte" GL-parametrene til CES-parametre og bruge CES-funktionen i ADAM. Men som nævnt ville der være to hager ved det: (a) at man ville få ret så grimme ligninger ud af det, og (b) at CES-tredje-generations-systemet ikke ville kunne løses analytisk. Det sidste ville principielt set ikke være noget problem, da det ikke generer PCIM, men i praksis er det ikke så sjovt at have en delmodel, hvis løsningsværdier skal itereres frem. Og det er i hvert fald ikke spor sjovt at estimere systemer, som ikke kan skrives analytisk op, selv om TSP og GAUSS rent faktisk godt kan gøre det.

Det konkrete problem med GL-funktionen skyldes, at der er komplementaritet mellem  $K$  og  $E$ , hvilket gør, at man kan risikere negative niveauer for  $K$  eller  $E$ ,

hvis faktorpriser eller effektivitetstrends skrives tilpas åndssvagt frem. I to dimensioner kan problemet illustreres som følger:

**Figur 3. Isokvantdiagram, CES hhv. GL,  $\sigma = 2$**



Figureerne ovenfor er et eksempel på, hvad der sker med GL-funktionen, når den ryger ud af konsistensområdet. I eksemplet er der kun to produktionsfaktorer, og substitutionen mellem disse er  $\sigma = 2$ . Dette svarer overhovedet ikke til vores problemstilling (komplementaritet i et system med fire produktionsfaktorer), men det kan bruges til at illustrere det med, at GL-funktionen ikke er født globalt konsistent.

Hvis vi siger, at erfaringsområdet (estimationsdata) ligger i de to angivne områder, så kan man altså med fast røst hævde, at inden for erfaringsområdet giver de to funktionsformer (for praktiske formål) fuldstændig det samme, og GL-figurer er da også lavet, så substitutionselasticiteten er lig med 2 i punktet (1,1). Dette svarer til, at afstanden mellem firkanterne er ca. den samme omkring punktet (1,1).<sup>24</sup>

Hvis vi nu siger, at prisen på  $X_1$  i en fremskrivning falder relativt til prisen på  $X_2$ , så ses det tydeligt af den højre figur (ved at følge isokvanten mod højre), at vi før eller siden ender med et negativt (dvs. inkonsistent) niveau for  $X_2$ . Dette sker ikke i den globalt konsistente CES-funktion, hvor faktorsammensætningen i stedet bevæger sig mod punktet  $(X_1, X_2) = (4,0)$ . Sidstnævnte er naturligvis meget mere rimeligt end, hvad GL-funktionen siger, men man må på den anden side også spørge sig selv om, hvorvidt det overhovedet giver mening at sige noget om faktorefterspørgslen, når de relative faktorpriser antager værdier, som er *meget langt* fra de historisk observerede? I det tilfælde ekstrapolerer vi måske urimeligt meget, og selv om CES-funktionen ikke kommer ud med *synlige* urimeligheder (såsom negative faktorniveauer), så ville jeg ikke selv bryde mig om at skulle sige noget om, hvad der i virkeligheden sker, når prisen på  $X_1$  bliver så meget mindre end prisen på  $X_2$ , at CES-systemet nærmer sig punktet (4,0). I det tilfælde kan man måske med god ret bruge de kendte ord om, at "det, hvorom man ikke kan tale, om det må man tie". Måske *er* CES-isokvanten (punktet (4,0)) i det tilfælde det bedste

<sup>24</sup>Firkanterne udtrykker successive ændringer i de relative faktorpriser på 30%. I det indtegnede område har de relative faktorpriser altså ændret sig med ca. en faktor tre ( $1.3^4 = 2.86$ ).

bud på, hvad der sker, men dette er jo ikke ensbetydende med, at det er noget *godt* bud.

For at opsummere så langt: hvis man i en fremskrivning tyvedobler prisen på  $X_2$ , så får man med CES-systemet, at  $X_1$  bliver tæt på 4 og  $X_2$  tæt på nul. Med GL-systemet bliver  $X_1$  meget stor, og  $X_2$  bliver negativ, hvilket ikke duer. Men deraf kan man ikke slutte, at punktet (4,0) er plausibelt, for det forudsætter, at den sande isokvant har konstant substitutionselasticitet (lig 2) i ethvert punkt, og hvem siger, at det forholder sig sådan? Jeg ville i hvert fald nødig selv lægge navn til en sådan spådom. For det virker ikke rimeligt at bevæge sig så langt uden for erfaringsområdet, lige så lidt som det ville være rimeligt at bruge ADAM til at sige noget om, hvad der ville ske, hvis skattetrykket blev sat op til 99%.

Min konklusion af dette er altså, at vi alligevel er røget uden for ethvert rimeligt ekstrapolationsområde *lang tid før* niveauet for  $X_2$  går hen og bliver negativt i GL-systemet. Advarselslamperne burde begynde at blinke allerede omkring de punkter, som er markeret med dødningshoveder i de to figurer.

Og hvad kan man så gøre ved det? Det nemmeste for os ville være at sige, at det måtte være op til brugeren at sørge for, at hans/hendes relative (effektivitets-korrigerede) faktorpriser antager fornuftige værdier. Dette er selvfølgelig ikke et rimeligt krav. Man kunne rent faktisk godt lave nogle tabelvariabler, som for hvert erhverv angav, om omkostningsfunktionen var konkav og faktorniveauerne positive for det pågældende erhvervs kombination af (effektivitetskorrigerede) relative faktorpriser. En sådan udregning foregår faktisk i det TSP-program, jeg har brugt til at estimere GL-funktionerne med, idet det for hvert år i estimationsperioden tjekker, om omkostningsfunktionen er konkav og kommer ud med en advarsel, hvis den ikke er det. Men det ville kræve, at brugeren hele tiden sad og holdt øje med 19 tabelvariabler, og det kan vi jo heller ikke kræve.

Derfor kunne man måske simpelthen gøre det, at man rent maskinelt sikrede sig, at faktorniveauerne i hvert fald ikke blev negative. Ganske brutalt som følger:

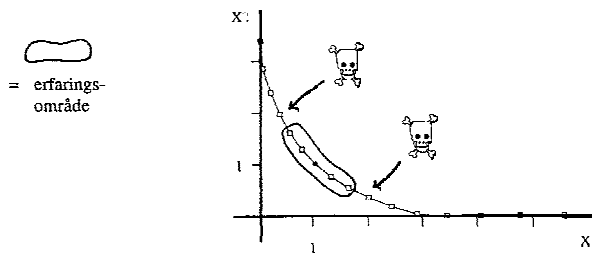
$$X_1^{\text{ADAM}} = \frac{X_1 + |X_1|}{2} \quad (11)$$

$$X_2^{\text{ADAM}} = \frac{X_2 + |X_2|}{2} \quad (12)$$

Her sker der ikke andet end, at hvis en af  $X$ 'erne bliver negativ, så sættes dens værdi til nul (en "ikke-negativitetssikring"). Man kunne forestille sig meget andet i den dur, og selv om det måske ikke er så kønt, så eliminerer det i hvert fald de

*synlige* problemer med inkonsistensen.<sup>25</sup> Det svarer faktisk til, at GL-isokvanten kommer til at se ud som angivet nedenfor:

**Figur 4. GL-isokvant med ikke-negativitetssikring**



Bemærk at ikke-negativitetssikringerne først går i gang lang tid efter, at dødningshovedet er passeret. De sikrer derfor blot at noget, som vi i realiteten ikke burde sige noget om, ikke bliver synligt åndssvagt. Og dette kan fx være en fordel, når man skal forsøge at justere en lang fremskrivning på plads.

### 3.4 Dynamisk tilpasning

Jeg er personligt klar fortaler for, at man forsøger at gøre tilpasningen så tredje-generations-*like* som muligt, da det dels er nemmere at fortolke og dels reducerer antallet af parametre betragteligt. Estimation med fri og urestrikeret VAR-dynamik giver i praksis uoverstigelige estimations- og fortolkningsproblemer. Endelig er det kun ved at tage tredje-generationstanken alvorligt, at man kan få brugbare udtryk for de kortsigtede marginale eller totale omkostninger, til brug for sektorpriser (og evt. eksport).

Tredje-generationsmodeller kan give problemer med systematiske residualer, men for de træge faktorer (bygninger, maskiner og arbejdskraft) er dette nemt at "løse" vha. en rho-konstruktion i restleddene. Tilbage står vi med det problem, at der kan blive grim systematik i residualerne i  $E$ - og  $M$ -ligningerne, hvis de blot laves som følger:

$$\log(E) = \log(E^+) + u_E \quad (13)$$

$$\log(M) = \log(M^+) + u_M \quad (14)$$

<sup>25</sup>Et problem med denne formulering er i hvert fald, at den værdi, som sendes videre til ADAM, er præcis nul – man kunne i stedet sætte minimumsværdien til et eller andet meget beskedent tal  $> 0$ . Valget af funktionsform minder i øvrigt meget om den ovennævnte  $K$ -understregsproblematik, og hvis man virkelig ville, kunne man måske bruge nogle af de (bløde) funktionsformer, som er vist i papiret JSM 27.09.94.



hvor  $E^+$  og  $M^+$  er de niveauer, som er optimale givet størrelsen af  $K$  og  $L$  (hvis bygningerne er med, skal  $K$  forstås som en vektor af både bygninger og maskiner). Residualer fortolkes her som forårsaget af målefejl eller fejlspecifikation, og spørgsmålet er vel, om man ikke også hér kan "løse" det vha. en rho-konstruktion:

$$\log(E) = \log(E^+) + \rho_E [\log(E_{-1}) - \log(E_{-1}^+)] + \epsilon_E \quad (15)$$

$$\log(M) = \log(M^+) + \rho_M [\log(M_{-1}) - \log(M_{-1}^+)] + \epsilon_M \quad (16)$$

Multiplikatorerne ville ikke ændres af dette ( $d\log(E)/d\log(E^+) = 1$  og  $d\log(M)/d\log(M^+) = 1$  i begge typer ligninger), men man ville få, at en residual ( $\epsilon$ ) nu ville være nogle år om at dø ud. For (15) kan jo omskrives til:

$$\log(E) = \log(E^+) + \epsilon_E + \rho_E \epsilon_{E,-1} + \rho_E^2 \epsilon_{E,-2} + \dots \quad (17)$$

Hvis man godtager, at der også godt kan tillades rho-konstruktioner i de fleksible faktorer, så tror jeg ikke, at der vil blive uoverstigelige problemer med auto-korrelation. Og det er vel ikke urimeligt at forestille sig, at virkningen af et stokastisk stød til en af de fleksible faktorer kan være nogle år om at dø ud?

Angående antallet af træge hhv. fleksible faktorer tyder alt på, at både bygningskapital, maskinkapital og arbejdskraften er træge, således at det kun er energi og materialer, som er fleksible. Hvis bygningerne tages med ind i faktorblokken får vi altså tre træge og to fleksible faktorer. Dette giver i GL-funktionen nogle ret lange udtryk for skyggepriserne på de tre træge faktorer, men givet disse tre skyggepriser bliver resten af ligningerne overordentligt kønne. I GAUSS er det i øvrigt meget nemt at eksperimentere med antallet af træge faktorer, da GL-kortsigts-faktorefterspørgselsligningerne lader sig skrive nemt op på matrixform.<sup>26</sup>

### Tilpasningen af de træge faktorer

Tilpasningen af de træge faktorer, dvs. maskiner, bygninger og arbejdskraft, kan som nævnt ovenfor laves som fejlkorrektionstilpasning med tilsat rho-konstruktion. Idet  $X$  efterfølgende betegner logaritmen til den pågældende træge produktionsfaktor og  $X^*$  logaritmen til det optimale/langsigtede niveau for samme, bliver det altså følgende:<sup>27</sup>

---

<sup>26</sup>Se TTH (1997), kapitel 5. Bemærk, at selv om energien er en fleksibel produktionsfaktor, følger det ikke nødvendigvis deraf, at denne i det første år stiger med mere end 1%, når produktionen stiger med 1% (hvilket er tilfældet for materialerne). Faktisk følger energien i de fleste estimationer kapitalapparatet ret slavisk (fordi energien og kapitalapparatet er komplementære), og da kapitalapparatet udvikler sig trægt, vil energien også gøre det – også selv om energien er en fleksibel produktionsfaktor.

<sup>27</sup>Bemærk, at denne ligning med  $\rho = 0$  og  $\lambda_1 = \lambda_2$  svarer til (8) i afsnit 2.6.

$$\begin{aligned} D(X) &= \lambda_1 D(X^*) + \lambda_2 [X^* - X]_{-1} \\ &+ \rho [D(X) - \lambda_1 D(X^*) - \lambda_2 [X^* - X]_{-1}]_{-1} \end{aligned} \quad (18)$$

Den øverste linje i ligningen er en almindelig fejlkorrektionsligning, mens den nederste er rho-konstruktionen (dvs. lidt løst sagt  $\rho$  gange den laggede residual i den øverste linje). I den almindelige fejlkorrektionsligning (dvs.  $\rho = 0$ ) er der kun et lag, mens der med en rho-konstruktion ( $\rho \neq 0$ ) er to lags. En anden måde at udvide den almindelige fejlkorrektionsmodel på er ved at tilsætte den to perioder laggede endogene:

$$D(X) = \lambda_1 D(X^*) + \lambda_2 [X^* - X]_{-1} + \gamma D(X_{-1}) \quad (19)$$

hvor  $X_{-2}$  kommer ind via leddet  $\gamma D(X_{-1})$ . Som nævnt i afsnit 2.5 kan dette imidlertid give anledning til cyklisk tilpasning.

For bedre at kunne sammenligne (18) og (19) kan man med fordel opskrive dem som generelle ARDL(2)-processer ("autoregressive distributed lag") af nedenstående type:

$$X = \alpha_0 X^* + \alpha_1 X_{-1}^* + \alpha_2 X_{-2}^* + \beta_1 X_{-1} + \beta_2 X_{-2} \quad (20)$$

En nødvendig betingelse for, at  $X$  i (20) udvikler sig mod  $X^*$  er, at  $1 - \beta_1 - \beta_2 = \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2$ , hvorved der bliver fire parametre tilbage i ovenstående generelle ARDL(2)-tilpasningsligning (hvilket er én mere, end i (18) og (19)). Fejlkorrektionsmodellen med rho-konstruktion hhv. to perioder lagget endogen kan skrives op som følger:

**Tabel 2. Forskellige dynamiske modeller skrevet på ARDL(2)-form**

Model	$X^*$	$X_{-1}^*$	$X_{-2}^*$	$X_{-1}$	$X_{-2}$
Almindelig fejlkorrektion	$\lambda_1$	$\lambda_2 - \lambda_1$	•	$1 - \lambda_2$	•
Fejlk. + $\rho$ -konstruktion	$\lambda_1$	$\lambda_2 - \lambda_1 - \rho \lambda_1$	$-\rho(\lambda_2 - \lambda_1)$	$1 - \lambda_2 + \rho$	$-\rho(1 - \lambda_2)$
Fejlk. + to per. lagget endogen	$\lambda_1$	$\lambda_2 - \lambda_1$	•	$1 - \lambda_2 + \gamma$	$-\gamma$
Fri model	$\alpha_0$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$

Anm. I den frie model skal der gælde, at  $1 - \beta_1 - \beta_2 = \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2$ . Dette er automatisk overholdt i de andre modeller.

Det kan vises, at en nødvendig betingelse for, at der ikke er cyklisk tilpasning ("komplekse rødder") er, at  $-4\beta_2 \leq \beta_1^2$ , hvilket altid er opfyldt for den almindelige

fejlkorrektionsmodel og rho-konstruktionsmodellen (18). For modellen med den laggede endogene (19) indebærer restriktionen, at  $4\gamma \leq (1-\lambda_2+\gamma)^2$ .<sup>28</sup>

Det rare ved  $\rho$ -konstruktionen er altså, at den ikke kan give cyklisk tilpasning, og multiplikatorerne i en model med  $\rho$ -konstruktion er de samme som i en model uden  $\rho$ -konstruktion (givet at de andre parametre er ens), hvilket også er en stor fordel.

Endelig er der spørgsmålet om, hvordan  $X$  udvikler sig, hvis der er vækst i  $X^*$ ? Det er en kendt sag, at  $X$  i en fejlkorrektionsmodel vil "halte bagefter"  $X^*$ , således at  $X$  vil ligge permanent under  $X^*$ , hvis der er vækst i sidstnævnte. Jo mere vækst, der er i  $X^*$ , desto større vil "gabet" være.<sup>29</sup>

Men man kan godt sikre, at der på langt sigt ikke er noget gab mellem  $X^*$  og  $X$ , selv hvis der er vækst i  $X^*$  (her: svarende til, at  $X^*$  stiger med et fast antal enheder pr. periode ( $X^*$  er i logaritmer)). En nødvendig forudsætning for dette er, at restriktionen  $\beta_1 + 2\beta_2 + \alpha_1 + 2\alpha_2 = 0$  er opfyldt (se nærmere side 16 i TTH 22.10.94 vedrørende dette).

Oversat til parametre i en almindelig fejlkorrektionsmodel uden rho-konstruktion eller to perioder lagget endogen betyder dette, at  $\lambda_1 = 1$ , hvilket ikke er nogen behagelig restriktion, da den ville betyde, at fx kapitalapparatet eller beskæftigelsen skulle stige med 1% i det første år, når produktionen stiger med 1%. I modellen med rho-konstruktion er kravet, at  $\lambda_1 = 1$  eller  $\rho = 1$ , og den sidste er heller ikke rar. Det ville nemlig svare til, at ligningen var en ren ændringsrelation (= fravær af kointegration).

I modellen med to perioder lagget endogen skal  $\lambda_1 + \gamma = 1$ . I denne model giver det udmærket mening at pålægge restriktionen, men spørgsmålet er, om det overhovedet betaler sig. For som nævnt i fodnote 29, er der jo (så længe renten er større end nul) ikke noget teoretisk galt i en vis halten-bagefter.

---

<sup>28</sup>Det skal dog nævnes, at *problemet* er, at vi ikke bryder os om overshooting i ligningerne for de træge faktorer. Hvis produktionen stiger med 1%, vil vi derfor nødtigt have, at disse faktorer undervejs i den dynamiske tilpasning er steget med mere end 1%. Dette er cyklisk tilpasning ofte med til at forårsage, men man skal dog huske, at man sagtens kan have overshooting i en model uden cyklisk tilpasning (i fejlkorrektionsmodellen: hvis blot  $\lambda_1 > 1$ ).

<sup>29</sup>Det skal nævnes, at ikke er noget *teoretisk* til hinder for, at  $X$  halter bagefter  $X^*$ . Tager man systemet (8)-(10) i afsnit 2.6, vil man få, at selv med perfekt forudseenhed (dvs. at virksomhederne kender den fremtidige udvikling i  $K^*$  med sikkerhed), vil det – med mindre renten er nul – være optimalt at halte en smule efter  $K^*$ . Hvis der er statiske forventninger, vil virksomhederne halte endnu mere bagefter, da disse så hele tiden vil overraskes over, at  $K^*$  stiger. Se evt. nærmere i TTH (1994), side 73-74.

Der skal afslutningsvis advares mod at tilføje konstantled i de dynamiske tilpasningsligninger. Sådanne kan (næsten) ikke identificeres, da de korrelerer (næsten) 100% med de parametre, som fastlægger niveauerne for de træge faktorer i de langsigtede faktorefterspørgselsligninger.

### 3.5 Effektivitetsindeks

Effektivitetsindeksene er utroligt nyttige og letfortolkelige, og jeg synes faktisk, at de på mange områder gør tanken meget mere klar. Det rare ved effektivitetsindeks er også, at det står én frit for at putte alle mulige andre ting end tiden ind i dem. Eksempler:

- Kvadratet af ændringer i  $K$  (eller  $L$ ), repræsenterende interne tilpasningsomkostninger. Ændres  $K$  i forhold til forrige periode, vil  $D(K)^2$  blive positiv, og dette skulle da påvirke fx  $L$ 's effektivitet negativt, svarende til, at der – alt andet lige – skal bruges noget arbejdskraft til at (af)installere maskinerne.
- For  $K$ : at  $K$ -effektiviteten stiger, når  $K$  kommer tæt på  $K$ -understreg. Dette ville helt svare til den tidligere nævnte  $K$ -hat-konstruktion: at kapitalapparatet må formodes at blive udnyttet mere effektivt, jo mere kapacitetspres der er.
- For  $K$ : at  $K$ -effektiviteten på en eller anden måde afhænger af den gennemsnitlige arbejdstid, således at mindre arbejdstid giver mindre  $K$ -effektivitet, da maskinerne (i fravær af skifteholdsarbejde) i så fald står mere ubenyttede hen. Det ekstreme synspunkt er, at  $K$ -effektiviteten er proportional med arbejdstiden, svarende til, at  $K$  i realiteten måles i "maskintimer", dvs. kapitalbeholdning multipliceret med (arbejdskraftens) arbejdstid.
- For  $K$ : årgangseffekter, fx i form af et indeks for kapitalapparatets gennemsnitlige alder. Er kapitalapparatet gammelt, må dette formodes at påvirke  $K$ -effektiviteten negativt.
- For  $L$ : at  $L$ -effektiviteten stiger, når produktionen stiger og vice versa (ved at introducere  $D\log(Y)$  i  $L$ -effektiviteten). Dette kunne fange eventuelle kortsigtede timeeffektivitetssvingninger (løben-hurtigere affødt af virksomhedernes labour-hoarding).
- Produktionsniveauet,  $Y$ , kan også puttes ind i effektivitetsindeksene, således at man på en nem måde kan fange eventuelt ikke-konstant skalaafkast (skalaeffekter) eller ikke-homotecitet (jf. afsnit 3.6 for detaljer vedrørende dette)
- Infrastruktur
- Forskning/udvikling
- Uddannelsesniveau/humankapital ( $L$ )
- Energieffektivitet ( $E$ )
- Klima ( $E$ )
- Dummies, som fanger kendte skift i regler eller institutionelle forhold. Eller som blot fanger outliers.

Mulighederne er legio og nemme at afprøve. Tiden vil man typisk putte ind vha. eksponentielle kvadratiske trends af typen

$$e_i = \exp(\omega_{i1} t + \frac{1}{2} \omega_{i2} t^2) \quad (21)$$

Det kan vises, at sådanne trends er *mere* fleksible end de sædvanlige translog-trends (som selv er fuldt fleksible), jf. fodnote 17 i afsnit 2.9. Det skal her nævnes, at der ikke nødvendigvis er noget forkert i, at tiden  $t$  påvirker et eller flere af effektivitetsindeksene negativt. Dette er blot udtryk for, at de tidsafhængige tekniske fremskridt og den pågældende produktionsfaktor er *komplementære*, og det eneste, vi faktisk kan kræve er, at  $\partial C^*/\partial t \leq 0$ , svarende til, at  $\partial Y/\partial t \geq 0$  i den bagvedliggende produktionsfunktion. Dette er et rimelig krav, svarende til, at vi ikke tror på tekniske *tilbageskridt*, men der er ikke noget i vejen for, at fx  $\partial K^*/\partial t > 0$ , blot én eller flere af de *andre* produktionsfaktorer falder så meget, at dette mere end opvejer det større  $K$ -forbrug. Der skal således blot gælde, at  $\partial C^*/\partial t = P_K \partial K^*/\partial t + P_L \partial L^*/\partial t + P_E \partial E^*/\partial t + P_M \partial M^*/\partial t \leq 0$  – og ikke at hvert enkelt led er mindre end eller lig nul.

I ADAM marts 1995's faktorblok falder  $K$ -effektiviteten over tid, således at der bruges mere og mere  $K$  pr. produktionsenhed. Dette modsvarer imidlertid af, at  $L$ -effektiviteten stiger over tid, hvilket giver et mindre  $L$ -forbrug. Om dette netto betyder, at omkostningerne i ADAM alt andet lige falder over tid, véd jeg imidlertid ikke.

### 3.6 Skalaeffekter

Man kan diskutere, om det er rimeligt at pålægge konstant skalaafkast, men ikke desto mindre har det alle dage været god latin i ADAM at gøre dette, da produktionen udvikler sig meget jævnt i perioden 1948 og frem og derfor er meget vanskelig at skelne fra en trend. Desuden bliver det hele meget mere indviklet, hvis der ikke opereres med konstant skalaafkast. Translog-estimationerne i papiret PBR 24.07.93 viste i øvrigt også, at der hverken for samlet fremstilling eller samlet service var væsentlige problemer med at pålægge konstant skalaafkast (jf. afsnit 2.3).

Derfor vil jeg klart anbefale, at der estimeres med pålagt konstant skalaafkast, men for det tilfældes skyld, at man *alligevel* godt vil se, hvad en lempelse af denne restriktion ville betyde, er der i det følgende angivet en nem måde at gøre dette på.

I fleksible funktionsformer opereres der ikke med konstant skalaafkast, og i de mest generelle fleksible funktionsformer er der end ikke pålagt homotecitet (svarende til lineære ekspansionsveje). I disse funktionsformer kan der fx være stigende

skalaafkast (stordriftsfordele) og ikke-homotecitet, således at faktorforholdene forvrides, når produktionen stiger.

I TTH (1997) er det beskrevet, hvordan man kan introducere skalaeffekter i et "barberet" konstant skalaafkast-faktorefterspørgselssystem – ved at putte produktionen ind i effektivitetsindeksene. Det eneste, man så skal huske på er, at man når man udregner de langsigtede marginalomkostninger,  $MC^* = \partial C^* / \partial Y$ , skal få med, at effektivitetsindeksene er blevet  $Y$ -afhængige. Skyggepriserne kan beregnes på den vanlige måde (da vi dér så at sige holder os til den samme isokvant), og de kortsigtede marginalomkostninger fås stadig ved at indsætte skyggepriserne i udtrykket for  $MC^*$ .

Man kan fx formulere effektivitetsindeksene som følger:

$$e_i = \exp[ \omega_{i1} t + \frac{1}{2} \omega_{i2} t^2 + \psi_{i1} \log(Y) + \frac{1}{2} \psi_{i2} \log^2(Y) + \phi_i t \log(Y) ] \quad (22)$$

(bemærk her, at parametrene til  $t^2$ ,  $\log^2(Y)$  og  $t \log(Y)$  er ens for alle effektivitetsindeksene). Dette giver i alt  $2n + 3$  trend- og skalaparametre, og det kan vises, at hvis man tilføjer effektivitetsindeks af typen (22) i en "barberet" translogomkostningsfunktion uden trends og med konstant skalaafkast (en sådan har i alt  $n(n+1)/2$  parametre), får man præcis den normale translogfunktion *med* trends og skalaeffekter (som har i alt  $n(n+1)/2 + 2n + 3$  parametre). Dette er vist i kapitel 6 og appendiks B i TTH (1997) (= working-paper 1997:2).

Resultatet er højst overraskende og betyder bl.a., at man – hvis man har lyst – kan estimere den normale translogfunktion med fuldt fleksible trend- og skalaparametre og derefter foretage en matematisk oversættelse af disse  $2n + 3$  parametre til de tilsvarende effektivitetsparametre i (22).

En generaliseret udgave af (22) er følgende:

$$e_i = \exp[ \omega_{i1} t + \frac{1}{2} \omega_{i2} t^2 + \psi_{i1} \log(Y) + \frac{1}{2} \psi_{i2} \log^2(Y) + \phi_i t \log(Y) ] \quad (23)$$

Her er de de bundne parametre til  $t^2$ ,  $\log^2(Y)$  og  $t \log(Y)$  løst op, således at der nu bliver i alt  $5n$  parametre at estimere. Hvilket nok er lige vildt nok. Derfor bør (23) nok restrikeres til at give homotetiske skalaeffekter (lineære ekspansionsveje), svarende til, at  $\psi_{i1}$ 'erne er ens og  $\psi_{i2}$ 'erne er ens ( $\psi_{i1} = \psi_1$  og  $\psi_{i2} = \psi_2$ ). Hvis  $\psi_2$  endvidere sættes til nul, får man homogene skalaeffekter af grad  $1/(1-\psi_1)$ , idet produktionen vil stige med  $1/(1-\psi_1)\% \approx (1+\psi_1)\%$ , når alle produktionsfaktorerne stiger med 1%.

### 3.7 Prisligninger

Hvis vi forestiller os, at den enkelte virksomhed maksimerer sin profit,

$$\pi = P_Y Y - C \quad (24)$$

hvor  $C$  er de totale omkostninger, vil virksomheden sætte sin pris ifølge nedenstående velkendte formel:

$$P_Y = MC (1 + 1/\alpha)^{-1}, \quad \alpha < 0 \quad (25)$$

hvor  $\alpha$  er afsætningens priselasticitet,  $\alpha = \partial Y / \partial P_Y \cdot P_Y / Y$ . Hvis afsætningen er fuldkommen priselastisk (fuldkommen konkurrence,  $\alpha = -\infty$ ), bliver  $P_Y = MC$ .  $MC$  er nem at regne ud vha. skyggepriser; se sidst i afsnit 2.8.

At gøre sektorprisen proportional med  $MC$  er naturligvis en meget hård restriktion, da  $MC$  givetvis i mange erhverv vil have en tendens til at fluktuere mere end sektorprisen. Der er da også mange gode grunde til, at virksomhederne ikke hele tiden ændrer deres priser i overensstemmelse med marginalomkostningerne, så en mere realistisk formulering af prisligningerne kunne derfor være en fejlkorrektionsstilpasning à la det følgende:

$$\begin{aligned} D\log(P_Y) &= \lambda_1 D\log(MC (1 + 1/\alpha)^{-1}) \\ &+ \lambda_2 [\log(MC (1 + 1/\alpha)^{-1}) - \log(P_Y)]_{-1} \end{aligned} \quad (26)$$

som kan omskrives til det følgende lidt simple udtryk

$$\begin{aligned} D\log(P_Y) &= \lambda_1 D\log(MC) \\ &+ \lambda_2 [\log(MC) - \log(P_Y) - \log(1 + 1/\alpha)]_{-1} \end{aligned} \quad (27)$$

På langt sigt er  $MC = MC^*$ , og med konstant skalaafkast er  $MC^* = AC^* = C^*/Y$ , således at prisen på langt sigt bliver lig gennemsnitsomkostningerne ganget med  $(1 + 1/\alpha)^{-1}$ . På langt sigt har virksomhederne altså en mark-up ( $m$ ) over omkostningerne af størrelsen  $(1 + m) = (1 + 1/\alpha)^{-1}$ . Hvis gennemsnitsomkostningerne historisk har været mindre end sektorprisen, fanges dette altså af leddet  $(1 + 1/\alpha)^{-1}$ , og denne "rene profit" fanger således en vis monopoliseringsgrad. Det bemærkes, at hvis  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ , reducerer ligningen til den teoretiske  $P_Y = MC (1 + 1/\alpha)^{-1}$  (dvs. øjeblikkelig tilpasning og kortsigtet proportionalitet mellem  $P_Y$  og  $MC$ ).

#### Ren profit og risikopræmier

Ovennævnte led,  $(1 + 1/\alpha)^{-1}$ , fanger – udover ren profit – også eventuelle udeladte produktionsfaktorer (fx jord), som ikke er med i omkostningerne. Hvis der ikke

estimeres med bygningskapital i faktorefterspørgselssystemet, er det kønnet at tage eksplicit hensyn til omkostningerne til denne (fx ved at bruge  $\bar{P}_Y = P_Y - P_{Kb} \cdot K_b / Y$  i stedet for  $P_Y$  som sektorpris i estimationsligningerne).

Som ADAMs nuværende (marts 1995) usercost er lavet, sikres det vha. nogle risikopræmier i disse (jf. afsnit 2.4), at den rene profit er lig nul i gennemsnit over estimationsperioden. Når data er konstrueret på den måde, vil  $\alpha$  blive estimeret til at være ca. nul i en ligning som (27), men spørgsmålet er, om det ikke er pænere og mere ligetil at sætte risikopræmierne til nul (eller til en konstant størrelse, fx 0.01 eller 0.02) og så lade den historiske rene profit være, hvad den være vil. Denne sidste ville så blive "opfanget" af prisligningernes  $\alpha$ 'er.

Det eneste, der taler imod dette er, at (særligt) bygningsusercost derved ville blive endnu mere volatile, end de er nu, idet de positive risikopræmier (for alle erhverv minus  $nt$ ,  $qt$ ,  $qs$  og  $o$ ) fungerer som en slags "dødvægt" i bygningsusercost, jf. afsnit 2.4.

### Brug af kortsigtede variable gennemsnitsomkostninger?

I ADAM er det i stedet for  $MC$  valgt at bruge  $AVC$  – de kortsigtede variable gennemsnitsomkostninger,  $AVC = VC/Y$  – som førsteårsled i fejlkorrektionsmodellen. Dette var, fordi ligningerne empirisk set hellere ville have  $AVC$  end  $MC$ .

Men hvad er egentlig sammenhængen mellem  $MC$  og  $AVC$ ? Dette kan man svare på vha. de såkaldte skyggepriser, jf. afsnit 2.8. Det kan nemlig vises, at givet at kun  $K$  er træg (svarende til, at  $VC = C - P_K K$ ) og givet konstant skalaafkast, er der følgende sammenhæng mellem  $AVC$  og  $MC$ :<sup>30</sup>

$$AVC = MC - \frac{\tilde{P}_K K}{Y} \quad (28)$$

hvor  $\tilde{P}_K$  er skyggeprisen på  $K$ .

---

<sup>30</sup>Med konstant skalaafkast og kun én træg faktor,  $K$ , gælder der, at  $MC = C^*(Y, \tilde{P}_K, P_L, P_E, P_M, t)/Y$ , hvor  $\tilde{P}_K$  er skyggeprisen på  $K$ . Sammenhængen følger af, at  $MC = MC^*(Y, \tilde{P}_K, P_L, P_E, P_M, t)$ , og at der med konstant skalaafkast gælder, at  $MC^* = AC^* = C^*/Y$ . Om  $AVC$  gælder, at  $AVC = (C^*(Y, \tilde{P}_K, P_L, P_E, P_M, t) - \tilde{P}_K K)/Y$ . Dette følger af en central skyggeprissammenhæng, som siger, at  $C = C^*(Y, \tilde{P}_K, P_L, P_E, P_M) + (P_K - \tilde{P}_K)K$ . Sammenholdes de to udtryk for  $MC$  og  $AVC$  fås den i teksten viste sammenhæng. (se evt. TTH (1997) for forklaringer vedrørende ovenstående).



Givet konstant skalaafkast generaliserer denne formel i øvrigt let til mere end én træg produktionsfaktor.<sup>31</sup> Det ses, at de kortsigtede variable gennemsnitsomkostninger er lig marginalomkostningerne minus skyggeprisen på  $K$  gange  $K/Y$ -forholdet. Hvis der ikke er megen forskel på  $\tilde{P}_K$  og  $P_K$  – svarende til, at kapitalapparatet er næsten i ligevægt ( $K = K^*$ ) – siger formlen, at de kortsigtede variable gennemsnitsomkostninger er lig marginalomkostningerne fratrukket enhedsomkostningerne til kapitalapparatet.

Det teoretisk set rigtige er uden tvivl at bruge  $MC$ , men hvis data virkelig foretrækker  $AVC$  som førsteårsled, er denne også brugbar, da der i så fald – ligesom for  $MC$  – ikke vil være noget (direkte) kortsigtet gennemslag af renten på sektorprisen. Dette ville være tilfældet, hvis man brugte  $AC$  eller  $AC^*$  som førsteårsled i fejlkorrektionsligningerne (her kommer renten direkte ind via  $P_K$ ).<sup>32</sup>

I ADAM er der som nævnt brugt  $AVC$  som førsteårsled i fejlkorrektionsligningen, mens der i fejlkorrektionsleddet er brugt  $AC^*$  (som jo i øvrigt er lig  $MC^*$  givet konstant skalaafkast). At der bruges  $AC^*$  og ikke  $AC$  kan måske fortolkes derhen, at virksomhederne antages at være så rationelle, at de tilpasser sig mod den langsigtede og ikke den kortsigtede  $AC$ . På langt sigt – dvs. i ligevægt – er  $AC$  og  $AC^*$  naturligvis sammenfaldende, og derfor gør det formentlig ikke den store forskel (givet at man ikke vil bruge marginalomkostningerne i sin pristilpasning), om man bruger  $AC$  eller  $AC^*$  i fejlkorrektionsleddet.<sup>33</sup>

Endelig indgår der i flere af ADAMs sektorprisligninger *konkurrentpriser*, som producenterne altså formodes at skele til, når de sætter deres egen pris. Tilstedeværelsen af disse konkurrenter kunne være en af grundene til, at prisen ikke altid sættes efter marginalomkostningerne.

---

<sup>31</sup>Hvis  $X_i$  betegner de træge faktorer og  $\tilde{P}_i$  skyggepriserne på samme, bliver den generelle formel følgende:

$$AVC = MC - \sum_i \frac{\tilde{P}_i X_i}{Y}$$

<sup>32</sup>I estimationerne af sektorprisligningerne til ADAM, marts 1995, har det været forsøgt også – dvs. udover  $AVC$  – at introducere  $K/K^*$ -forholdet på kort sigt. På den måde kunne man få nogle effekter fra kapitalapparatet med ind på kort sigt, men forsøget faldt ikke heldigt ud.

<sup>33</sup>Grunden til, at der i ADAM ikke blev brugt  $AC$  i fejlkorrektionsleddet i prisligningerne er, at  $AC$  som følge af labour-hoarding falder, når produktionen stiger, således at priserne også ville kunne finde på at falde, når produktionen stiger (og det er ikke rart med konjunkturmodløbende priser). Man kunne dog godt have brugt den såkaldte "nødvendige" arbejdskraft i stedet for den observerede i  $AC$ -begrebet, hvis man ville slippe for dette problem (jf. ADAM marts 1995-bogen side 119-120 samt s. 171 vedrørende den "nødvendige" arbejdskraft). Men i stedet blev det altså valgt at bruge  $AC^*$ .

### Estimationsteknik

Hvis vi antager, at det vælges at bruge  $MC$  i sektorpriserne, kan disse sidste fx formuleres som ovenstående (27). Hvis  $MC$  tages for givet som det, der kommer ud af en estimation med et faktorefterspørgselssystem, er det altså nemt nok at estimere prisligninger med almindelige OLS.

Imidlertid er det teoretisk set rigtigere at estimere faktorefterspørgslen og prisligningerne som ét stort samlet system, da prisligningerne via  $MC$  indeholder faktorefterspørgselsparametre. Hvis prisligningerne laves som en fejlkorrektions-tilpasning til  $MC$  (dvs. at der estimeres de tre parametre  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  og  $\alpha$  i (27)), er det muligvis begrænset, hvad der er af tilbagevirkninger på faktorefterspørgselsparametrene, men det er klart, at hvis man pålægger  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$  (øjeblikkelig tilpasning:  $P_Y = MC(1+1/\alpha)^{-1}$ ), må der blive betydelige tilbagevirkninger på faktorefterspørgslen.

Dette kan indses på følgende måde: hvis der over perioden har været overnormal profit, svarende til, at  $P_Y > AC$ , vil (gennemsnittet af) denne overnormale proftrate være altafgørende for, hvad  $\alpha$  estimeres til. Dette gælder i hvert fald asymptotisk, dvs. med mange observationer, og  $\alpha$  kan næsten bestemmes på forhånd som  $(1+1/\alpha)^{-1} = \text{gsnit}(P_Y/AC)$ . Så prisligningen siger altså, at der er proportionalitet (også på kort sigt) mellem  $P_Y$  og  $MC$ , og dette er en meget skrap restriktion, som ikke kan undgå at påvirke faktorefterspørgselsparametrene. Givet at  $MC$  frit estimeret i faktorblokken har en tendens til at svinge mere end  $P_Y$ , vil restriktionen komme til at betyde, at  $K/K^*$ -forholdet (givet at kun  $K$  er træg) vil svinge mindre (dvs. vil være tættere på 1), end det ellers ville have gjort.

## 4. Datakonstruktion

Man kunne også sige meget om datakonstruktionen i forbindelse med faktorblokken. Meget af det er allerede blevet sagt i forbindelse med gennemgangen af usercost – men det er ikke det hele, for der blev undervejs taget en hel del andre beslutninger vedrørende data. Men fraset det med usercost, så mener jeg ikke, at datakonstruktionen er mere indviklet end, at interesserede eventuelt selv ville kunne læse sig til det. Se papiret TTH 10.08.94: *Kort dokumentation af udbudsdata* for en hurtig indføring.<sup>34</sup>

Gode problemer:

- Vi bruger normalt ultimo-kapitalapparater i estimationerne; dvs. at kapitalapparatet opgøres til sin størrelse i slutningen af hvert år. Derved får investering i fx december 1990 og januar 1990 lige stor virkning på fx beskæftigelsen i 1990, hvilket ikke virker synderligt rimeligt. Man kunne derfor overveje fx at tage et gennemsnit af årets og forrige års ultimokapitalapparat som et bedre udtryk for, hvad kapitalapparatet "yder" i løbet af det pågældende år.
- Hvordan aggregeres forskellige typer arbejdskraft? Vi lægger bare timerne råt sammen, men man kunne vægte med deres timeløn ( $\approx$  deres marginalprodukt). Det at der historisk er blevet flere og flere funktionærer, kunne måske forklare noget af den positive trend i arbejdskraftens effektivitet (som vi estimerer den på rå arbejdstimer).<sup>35</sup>
- Hvordan aflønnes de selvstændige (og hvad er deres arbejdstid)? Vi giver dem blot timelønnen, men så længe vi ikke bruger den "rene profit" til noget, er det nu også ret ligegyldigt.
- Hvordan får vi bedre historiske energidata? Både priser og mængder.
- I det hele taget lader datakvaliteten før 1966 meget tilbage at ønske.
- Og sikkert meget mere...

---

<sup>34</sup>Desuden er der TTH 26.06.91 *Generering af data for erhvervsfordelte investeringer 1948-1989*, TTH og PBR 13.03.92: *Data til modellering af udbudssiden i ADAM, II*, TTH 01.07.93: *Erhvervenes energiforbrug, -priser og -afgifter 1948-89*, JSM 10.03.94: *Beskæftigelse, lønsummer, deltidsfrekvenser og andet godt*, JSM 26.04.94: *Data for energi- og materialeforbrug til ADAM*. Desuden skal det nævnes, at der står noget om bl.a. data for selvstændige i PBR, TTH og KTH 09.04.93: *Usercost-udtrykket i udbudsprojektet: Estimation af risikopræmier og følsomhedsanalyser*.

<sup>35</sup>Vedrørende aggregerings- og indeksproblemer i faktorefterspørgselssystemer henvises til EMMA-bogen, hvori dette er gennemgået udførligt. Se kapitel 2.1.3 og A.2.1 i Rasmussen (1997): *Energi- og emissionsmodeller til ADAM*. Det vises her, at nødvendige betingelser for, at man kan aggregere to eller flere inputs til et samlet (Törnqvist/Fisher kæde-) indeks er, at inputsene er *separable* fra de andre inputs og at effektivitetsudviklingen i inputsene er *ens*.

## Bilag. Faktorblok-relevante artikler, modelgruppe-papirer o.lign., 1991-96

Først en liste over de i nærværende artikel anvendte initialer:

FKN	= Finn Knudsen
JSM	= John Smidt
KTH	= Karsten Theil Hansen
PBR	= Per Bremer Rasmussen
TTH	= Thomas Thomsen

### Artikler mm.

Vedrørende udenlandske artikler om faktorefterspørgsel henvises til litteraturlisten i TTH (1997) (working-paper 1997:2). Her skal dog fremhæves følgende oversigtsartikel:

- Marzio Galeotti (1996), "The Intertemporal Dimension of Neoclassical Production Theory", *Journal of Economic Surveys*, vol. 10, no. 3, Blackwell Publishers Ltd.

Kommentar: En fremragende og meget velskrevet oversigt – og tilmed til at forstå for hvide mennesker. Et must, hvis man er interesseret i (konsistent) dynamisk tilpasning i faktorefterspørgsels-systemer. (I artiklen kan man så også læse om såkaldt "intertemporal dualitet", hvilket er en slags intertemporal udgave af Shephards Lemma.)

Nedenfor følger en liste over, hvad forfatteren igennem de seneste år har affattet vedrørende faktorefterspørgsel. Dertil kommer naturligvis det, som står at læse i diverse modelgruppepapirer fra denne periode, men fordelen ved nedenstående liste er, at der er tale om oversigter, som derfor har en vis "endelig" og gennemarbejdet status.

- Thomas Thomsen (1994): *Efterspørgslen efter produktionsfaktorer i Danmark*, Hovedopgave, Københavns Universitet, Økonomisk Institut, juni.

Kommentar: Denne hovedopgave vil nok være god at læse, hvis man overhovedet intet véd om faktorefterspørgsel og omkostningsfunktioner, da der er udvist forsøg på at fremstille tingene så pædagogisk som muligt. Strengt taget står der ikke meget her, som ikke kan læses (mere præcist og mere generaliseret) i working-paper 1997:2 (se nedenfor), men det er nok en del lettere at læse. Af størst teoretisk interesse er nok de forskellige isokvantdiagrammer for forskellige omkostningsfunktioner, hvor man præcist kan se, hvor og hvordan translog- og GL-funktionerne (og kortsigtsudgaverne af samme) har deres svagheder (figur 3.9, 3.10, 5.4, 5.6). Man kan også se, hvordan komplementaritet ser ud i nogle 3D-figurer (figur 3.16 side 31), og der er en grafisk illustration af skyggepris-ideen (figur 5.1-5.3). Desuden er der i afsnit 3.2.2 givet en pædagogisk

gennemgang af GL-funktionen og hvorledes der pålægges separabilitet på denne. Afsnittet "En andenordens approksimation med én træg faktor" side 56 har nok ikke den store interesse, og det der står om marginalomkostninger (inklusive appendiks B) er ikke meget værd, da det senere viste sig, at kortsigtede marginalomkostninger fås ved at indsætte skyggepriserne i de langsigtede. Det vidste jeg ikke i dengang. Kapitel 7 har selvstændig interesse, da der her (og ingen andre steder) er vist en række estimationer med GL-systemet. Der testes for en lang række ting, herunder separabilitet og trends. Til sidst skal det for en ordens skyld nævnes, at der er en trykfejl på side 9 i formel (3.4) og (3.5): inde i den kantede parentes skal  $(1-\delta)/\delta$  hhv.  $\delta/(1-\delta)$  opløftes i  $\sigma$  og ikke i  $(1-\sigma)$ . Så vidt jeg ved, er der ingen andre kendte fejl i opgaven, men der er naturligvis en masse uhensigtsmæssigheder og ting, der kunne have været gjort smartere (som vist i working-paper 1997:2).

- Thomas Thomsen (1995): "Faktorefterspørgsel på kort og langt sigt", *Nationaløkonomisk Tidsskrift*, 133, s. 52-65.

Kommentar: Hér gennemgås resultaterne fra ovennævnte hovedopgave kortfattet, og en enkelt af de estimerede relationer præsenteres. Artiklen kan anbefales, hvis man ønsker at få en meget hurtig idé om, hvad skyggepriserresultatet er for noget, men ikke gider læse hovedopgaven eller working-paper 1997:2.

- Poul Uffe Dam, red. (1996): *ADAM – En model af dansk økonomi, marts 1995*, kapitel 8. Danmarks Statistiks trykkeri.

Kommentar: I denne ADAM-bog, kapitel 8, gennemgås ADAM marts 1995's faktorblok, som den endte med at se ud. Kapitlet er ikke så teoretisk, men indeholder til gengæld en lang række praktiske problemstillinger, som man på en eller anden måde må forholde sig til. Figur 8.4 hhv. 8.5 er pædagogiske illustrationer af effektivitetsindeks og tredje-generationsdynamik, og i kapitel 8.A kan man læse mere om usercost-formuleringen. Kapitel 8.B kan evt. læses i forlængelse af læsningen af kapitel A.2.1 i Rasmussen (1997) (se nedenfor).

- Martin Rasmussen, red. (1997): *Energi- og emissionsmodeller til ADAM*, kap. 2.1.3 (særligt "Fastprisindeks og efterspørgslen") og A.2.1. Danmarks Statistiks trykkeri.

Kommentar: I forbindelse med EMMA-projektet blev der talt en del om aggregering af energityper, hvilket udmøntede sig i nogle kapitler, som vil være relevante for al slags aggregering i det hele taget. Kapitel A.2.1 er rimeligt pædagogisk med nogle sigende grafer og vil være meget nyttigt at læse, hvis man f.eks. overvejer følgende spørgsmål: Er kædeindeks at foretrække? Hvad er et Törnqvist eller Fisher-indeks? Hvordan kan man f.eks. sammenveje forskellige typer arbejdskraft eller kapital til ét tal? Hvilke teoretiske krav skal være opfyldt, når man aggregerer to inputs?

- Thomas Thomsen (1997): "Links between short- and long-run factor demand", *Modelgruppens working-paper serie, 1997:2*, Danmarks Statistik.

Kommentar: Denne artikel indeholder i komprimeret form alt, hvad vi er kommet frem til af nyttige resultater vedrørende faktorefterspørgselssystemer. Hvis den ikke er for svær at læse, er den derfor det logiske sted at starte efter at have læst nærværende working-paper. Hvis den er for svær, henvises til TTH (1994) eller TTH (1995). Artiklens abstract er følgende: "Ved hjælp af såkaldte virtuelle- eller skyggepriser kan kortsigts-faktorefterspørgsler, kortsigtede marginalomkostninger osv. udledes direkte fra enhver langsigts-omkostningsfunktion. Den sædvanlige tilgang (kortsigts/-

restrikerede/betingede) omkostningsfunktioner kritiseres, og der gives nogle lette approksimationsformler. Tekniske fremskridt, skalaeffekter osv. kan nemt tilføjes til enhver omkostningsfunktion vha. faktorudvidende effektivitetsindeks, og det vises at translogfunktionens trend- og skalaparametre er matematisk ækvivalente til parametre i sådanne effektivitetsindeks. Metoderne illustreres på det velkendte Berndt-Wood-datasæt, idet der bruges en langsigt generaliseret Leontief (GL) omkostningsfunktion, og idet kapital og arbejdskraft antages at være træge."

### Faktorblok-relaterede modelgruppepapirer 1991-96

Jeg har understreget datoen på de papirer, jeg finder centrale, og som jeg synes på den ene eller anden måde gav "ny indsigt". Papirer vedrørende datakonstruktion er med i listen, men er ikke – måske med urette – regnet som værende "indsigtsgivende".

#### 1991

- |                 |                                                                                                                                                                       |
|-----------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 23. februar     | Thomas Thomsen og Per Bremer Rasmussen: <i>ADAMs beskæftigelsesrelationer</i>                                                                                         |
| <u>4. marts</u> | Per Bremer Rasmussen: <i>Modellering af udbudssiden i makroøkonomiske modeller</i>                                                                                    |
| 12. marts       | Thomas Thomsen: <i>En simpel fastprismodel med prisdynamik</i>                                                                                                        |
| 23. marts       | Thomas Thomsen og Per Bremer Rasmussen: <i>ADAMs Investeringsrelationer</i>                                                                                           |
| 27. juni        | Thomas Thomsen: <i>Generering af data for erhvervsfordelte investeringer 1948-1989</i>                                                                                |
| 30. juli        | Per Bremer Rasmussen og Thomas Thomsen: <i>ADAMs investeringsrelationer: Estimation med ændrede lagfordelinger i usercost og inflationsforventninger</i>              |
| 28. august      | Thomas Thomsen og Per Bremer Rasmussen: <i>ADAMs Beskæftigelsesrelationer: forsøg på at modellere produktivitetsudviklingen vha. tidspolynomier og dummy-variable</i> |
| 19. oktober     | Thomas Thomsen og Per Bremer Rasmussen: <i>Maskininvesteringer til ADAM, oktober 1991</i>                                                                             |

22. oktober Thomas Thomsen og Per Bremer Rasmussen: *Beskæftigelsesrelationer til ADAM, oktober 1991*
- 

## 1992

13. marts Thomas Thomsen og Per Bremer Rasmussen: *Data til modellering af udbudssiden i ADAM, II*
26. april Per Bremer Rasmussen: *Translog-omkostningsfunktioner: Teoretiske egenskaber, og opstilling af estimationsligninger*
18. august Per Bremer Rasmussen: *Modellering af faktorefterspørgslen på baggrund af translog-omkostningsfunktioner: Estimation af langsigtsammenhænge*
- 

## 1993

27. januar Per Bremer Rasmussen: *Usercost-udtrykket i udbudsprojektet: Teori*
28. januar Per Bremer Rasmussen: *Usercost-udtrykket i udbudsprojektet: Nogle praktiske problemstillinger*
8. april Per Bremer Rasmussen: *Dynamiske faktorefterspørgselsfunktioner: Teori og udledning af estimationsligninger på baggrund af TL-kortsigtsomkostningsfunktionen*
9. april Per Bremer Rasmussen, Thomas Thomsen og Karsten Theil Hansen: *Usercost-udtrykket i udbudsprojektet: Estimation af risikopræmier og følsomhedsanalyser*
24. maj Asger Olsen og Jakob Hald: *CES omkostningsfunktioner på kort og langt sigt*

56

8. juni Per Bremer Rasmussen: *Kort- og langsigtstfaktorefterspørgselsfunktioner baseret på CES produktionsfunktionen*
1. juli Thomas Thomsen: *Erhvervenes energiforbrug, -priser og -afgifter 1948-89*
24. juli Per Bremer Rasmussen: *Estimation af faktorefterspørgselsfunktioner baseret på 2. generations dynamik og translog- eller CES-omkostningsfunktionen*
10. oktober Thomas Thomsen: *Mulige genveje til tredje generations translog-funktioner*
20. november Thomas Thomsen, Karsten Theil Hansen og John Smidt: *Sammenligning af 2. generations translog- og CES-estimationer*
7. december Karsten Theil Hansen: *Teknologiske fremskridt i translog- og CES-produktionsfunktionerne*
- 

## **1994**

3. februar Thomas Thomsen: *Sammenligning af 3. generations GLO- og translog-estimationer*
7. februar John Smidt og Karsten Theil Hansen: *Om faktorefterspørgslen i den kommende version af ADAM*
10. marts John Smidt: *Beskæftigelse, lønsummer, deltidsfrekvenser og andet godt*
26. april John Smidt: *Data for energi- og materialeforbrug til ADAM*
1. juni Jes Asger Olsen: *Input-output systemet i den kommende ADAM-version, I. Tilpasninger til faktorblokken*
2. juni Jes Asger Olsen: *Input-output systemet i ADAM, II. Prissammenbinding og erhvervsfordelt bruttofaktoringkomst*



7. juni Finn Knudsen og John Smidt: *Indledende forsøg på modellering af energiefterspørgslen*
27. juli Finn Knudsen: *Foreløbige estimationer af energiefterspørgslen i 4 erhverv*
28. juli John Smidt, Karsten Theil Hansen og Thomas Thomsen: *Mere om faktorefterspørgslen*
10. august Thomas Thomsen: *Kort dokumentation af udbudsdata*
26. september Thomas Thomsen: *Analyse af dynamikken i faktorefterspørgslen – herunder sammenligning med ADAMs relationer*
27. september Karsten Theil Hansen: *Estimation af faktorefterspørgslen på sektorniveau*
27. september John Smidt: *Om udnyttelseskorrigeret kapitalapparat i faktorefterspørgslen*
27. september Finn Knudsen: *Estimationer af energiefterspørgslen*
21. oktober John Smidt: *Udkast til ligninger for faktorefterspørgslen*
22. oktober Thomas Thomsen: *Mere om dynamik i faktorefterspørgslen*
25. oktober Karsten Theil Hansen: *Om specifikation af ligningen for kapital i faktorefterspørgslen: Ikke-linearitet og usikkerhed*
25. oktober Finn Knudsen: *Flere estimationer af energiefterspørgsel*
29. november Finn Knudsen: *Modellering af energiforbruget i kraft/varme værker*
1. december John Smidt, Karsten Theil Hansen og Thomas Thomsen: *Endnu mere om faktorefterspørgslen*

**1995**

17. januar John Smidt: *Faktorefterspørgslens egenskaber – om effektivitetsindeks og lange fremskrivninger*
17. januar Poul Uffe Dam: *Private investeringer i bygninger og anlæg i ny modelversion*
24. januar John Smidt og Finn Knudsen: *Ligninger for erhvervenes energiefterspørgsel*
25. januar John Smidt og Karsten Theil Hansen: *Ligninger for erhvervenes efterspørgsel efter maskinkapital og arbejdskraft*
28. februar Thomas Thomsen: *Ligninger for erhvervenes efterspørgsel efter maskin- kapital og arbejdskraft, II*
5. september Thomas Thomsen: *Opdatering af effektivitetsindeks for kapitalapparat og arbejdskraft*
15. november Morten Malle Pedersen: *Om forventningsdannelsen i user-cost*
- 

**1996**

24. maj Edith Madsen: *Udledning af faktorefterspørgselsfunktioner fra tre-faktor "nestet" CES-produktionsfunktion*
23. august Lena Larsen og Morten Malle Pedersen: *Skitser til nye bygningsinvesteringsrelationer*
23. september Lena Larsen: *Sammenligning af tal for kapitalapparatet i ADAM og NR*
15. oktober Morten Malle Pedersen: *Bruttokapital, nettokapital, usercost og andet godt*
7. november Lena Larsen: *Sammenligning af tal for investeringer og afskrivninger i ADAM og NR*

## The Working Paper Series

The Working Paper Series of the Economic Modelling Unit of Statistics Denmark documents the development of the two models, DREAM and ADAM. DREAM (Danish Rational Economic Agents Model) is a relatively new computable general equilibrium model, whereas ADAM (Aggregate Danish Annual Model) is a Danish macroeconometric model used by e.g. government agencies.

The Working Paper Series is intended to contain documentation of parts of the models, topic booklets, and examples of using the models for specific policy analyses. Furthermore, the series will contain analyses of relevant macroeconomic problems – analyses of both theoretical and empirical character. Some of the papers will discuss topics of common interest for the two modelling traditions.

The intention is to publish about 10-15 working papers on a yearly basis, and the papers will be written in either English or Danish. Danish papers will contain an abstract in English. If you are interested in back numbers or in receiving the Working Paper Series, phone the Economic Modelling Unit at (+45) 39 17 32 02, fax us at (+45) 31 18 48 01, or e-mail us at [dream@dst.dk](mailto:dream@dst.dk) or [adam@dst.dk](mailto:adam@dst.dk). Alternatively, you can also visit our Internet home pages at <http://www.dst.dk>, and download the Working Paper Series from there.

The following titles have been published previously in the Working Paper Series, beginning in December 1997.

\*\*\*\*\*

- 1998:1 Thomas Thomsen: Faktorblokkens udviklingshistorie, 1991-1995. (The development history of the factor demand system, 1991-1995). [ADAM].
- 1998:2 Thomas Thomsen: Links between short- and long-run factor demand. [ADAM].
- 1998:3 Toke Ward Petersen: Introduktion til CGE-modeller. (An introduction to CGE-modelling). [DREAM].
- 1998:4 Toke Ward Petersen: An introduction to CGE-modelling and an illustrative application to Eastern European Integration with the EU. [DREAM].