

## Fisher-indeks tal for NR-eksport og import

### **Resumé:**

*Under DSI's arbejde med eksportmarkedstallene er behovet for at kende Fisher-indeks tal for nationalregnskabets eksport og import dukket op. Papiret dokumenterer tallene bag figurerne som blev cirkuleret internt i modelgruppen i september 2013.*

---

<sup>1</sup> Revideret senest d. 30. januar 2015. Sat stjerne på 2015.02.27. Sidste afsnit i kommentarerne er tilføjet.

---

MOL14o13

Nøgleord: Fisher-indeks, eksport, import, NR-tal

*Modelgruppepapirer er interne arbejdspapirer. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan være ændret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.*

## Indledning

Hen på sensommeren 2013 har diskussionen af resultaterne af DSI's arbejde med eksportmarkedstallene skabt et behov for at kende Fisher-indeks tal for nationalregnskabets eksport og import.<sup>2</sup>

Nærværende papir dokumenterer tallene bag de figurer som blev cirkuleret internt i modelgruppen<sup>3</sup>.

## Principskitse

Overordnet har vi at et Fisher-prisindeks er defineret som det geometriske gennemsnit af det tilsvarende Laspeyres prisindeks og Paasches-prisindeks:

$$P^F = \sqrt{P^P * P^L}$$

Tilsvarende for et Fisher mængdeindeks:

$$Q^F = \sqrt{Q^P * Q^L}$$

Værdiindekset,  $V$ , kan dekomponeres:

$$V = P^F * Q^F = \sqrt{P^P * P^L} * \sqrt{Q^P * Q^L}$$

Hvert af disse indeks, på højre side af lighedtegnet længst til højre ovenfor, kan beregnes på følgende vis:<sup>4</sup>

$$Q_{0,1}^L = \frac{\sum_i p_i^0 * q_i^1}{\sum_i p_i^0 * q_i^0}$$

$$Q_{0,1}^P = \frac{\sum_i p_i^1 * q_i^1}{\sum_i p_i^1 * q_i^0}$$

$$P_{0,1}^P = \frac{\sum_i p_i^1 * q_i^1}{\sum_i p_i^0 * q_i^1}$$

$$P_{0,1}^L = \frac{\sum_i p_i^1 * q_i^0}{\sum_i p_i^0 * q_i^1}$$

Heraf følger udtryk for Fisher pris- og mængdeindeks.

$$P_{0,1}^F = \sqrt{P_{0,1}^P * P_{0,1}^L} = \sqrt{\frac{\sum_i p_i^1 * q_i^1}{\sum_i p_i^0 * q_i^1} * \frac{\sum_i p_i^1 * q_i^0}{\sum_i p_i^0 * q_i^1}}$$

<sup>2</sup> Se eksempelvis **DSI23n12** og **DSI10513**.

<sup>3</sup> D. 10. september.

<sup>4</sup> For definitionerne se en basal reference som **CPIM**, pp. 265-6.

$$Q_{0,1}^F = \sqrt{Q_{0,1}^P * Q_{0,1}^L} = \sqrt{\frac{\sum_i p_i^1 * q_i^1}{\sum_i p_i^0 * q_i^0} * \frac{\sum_i p_i^0 * q_i^1}{\sum_i p_i^0 * q_i^0}}$$

Beregningsmæssigt går opgaven derfor ud på at bestemme følgende fire summer for hver overgang fra et år (0) til det næste (1), hvor indeksvariablen  $i$  løber over alle nationalregnskabsproduktnumre:

$$\sum_i p_i^0 * q_i^0, \sum_i p_i^0 * q_i^1, \sum_i p_i^1 * q_i^0, \sum_i p_i^1 * q_i^1$$

I bilaget findes disse summer gengivet med navne  $Sp0q0$ ,  $Sp0q1$ , etc.

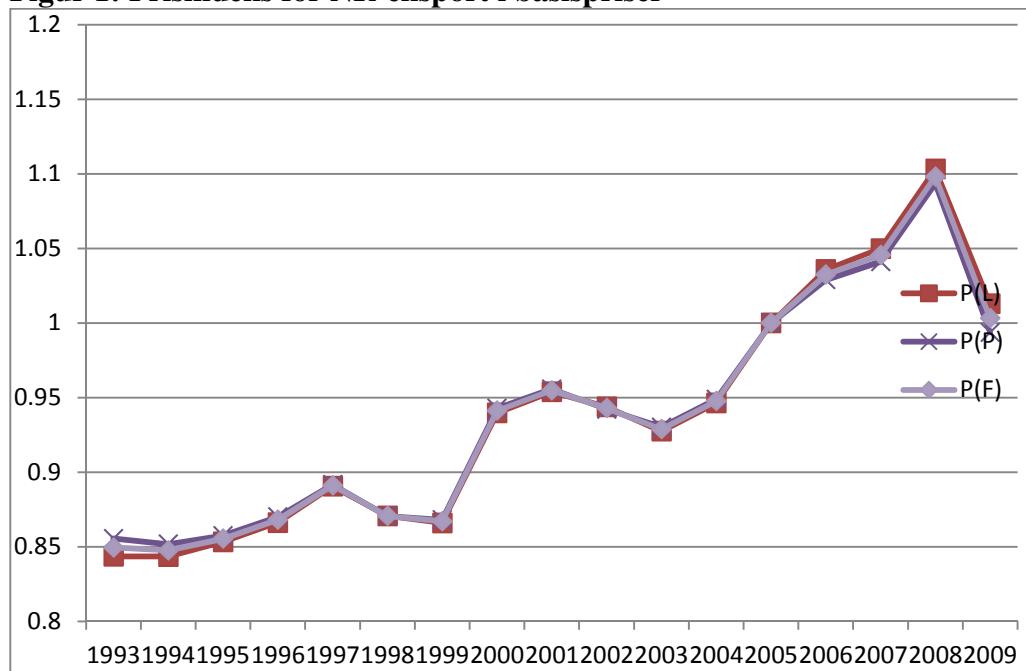
### Eksempel på beregning for 2006s eksport indeksværdier<sup>5</sup>

$$P_{0,1}^P = \frac{\sum_i p_i^1 * q_i^1}{\sum_i p_i^0 * q_i^1} = \frac{Sp1q1}{Sp0q1} = \frac{791782410}{769518303} = 1,028932524$$

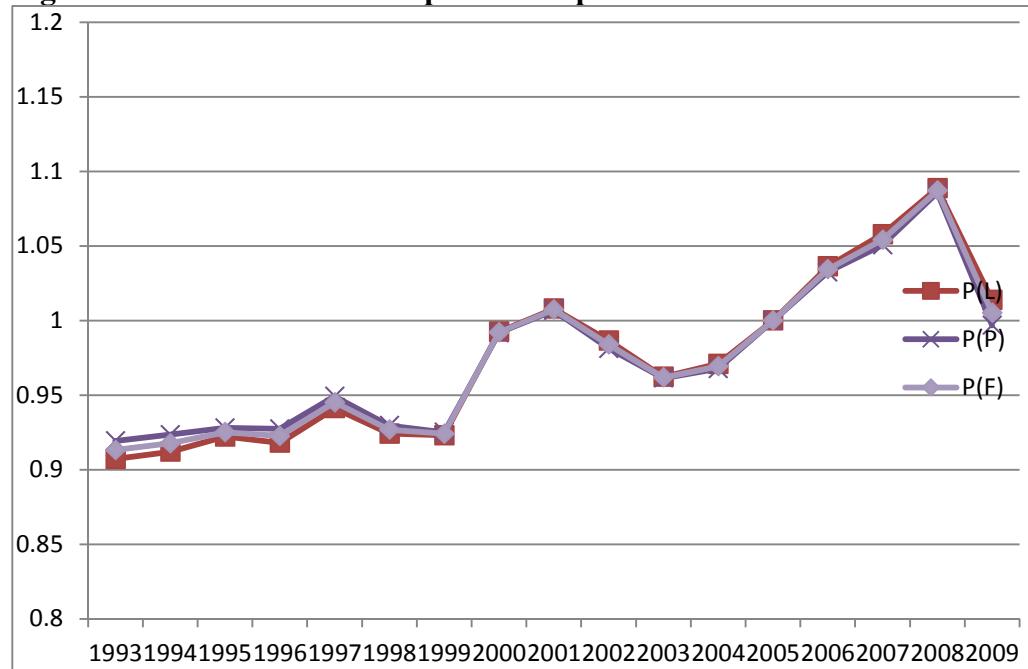
$$P_{0,1}^L = \frac{\sum_i p_i^1 * q_i^0}{\sum_i p_i^0 * q_i^0} = \frac{Sp1q0}{Sp0q0} = \frac{729640280}{704387375} = 1,035850878$$

$$P_{0,1}^F = \sqrt{P_{0,1}^P * P_{0,1}^L} = \sqrt{1,028932524 * 1,035850878} = 1,032385906$$

**Figur 1: Prisindeks for NR-eksport i basispriser**



<sup>5</sup> I bilag findes et udsnit af den Excel-projektmappe hvorfra tallene i beregningerne er taget fra.

**Figur 2: Prisindeks for NR-import i basispriser****Tabel med hovedresultater**

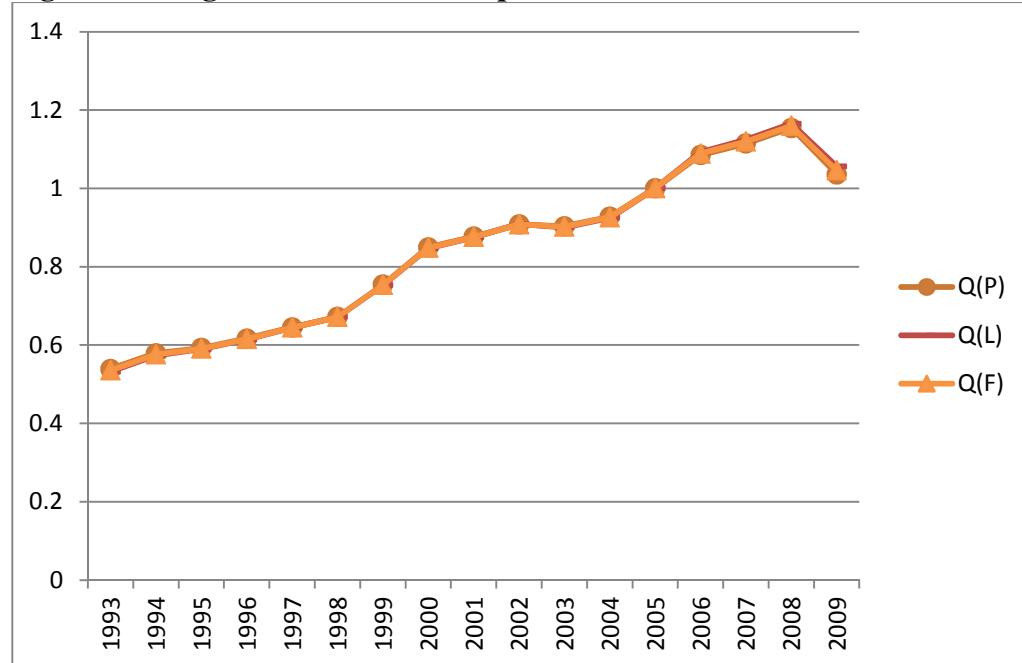
	Eksport			Import		
	P(L)	P(P)	P(F)	P(L)	P(P)	P(F)
1993	0.8436	0.8554	0.8495	0.9072	0.9192	0.9132
1994	0.8434	0.8517	0.8475	0.9119	0.9235	0.9177
1995	0.8533	0.8573	0.8553	0.9222	0.928	0.9251
1996	0.8661	0.87	0.868	0.918	0.9273	0.9226
1997	0.8905	0.8916	0.891	0.9412	0.9491	0.9452
1998	0.8706	0.8706	0.8706	0.9241	0.9295	0.9268
1999	0.866	0.8681	0.867	0.9231	0.9251	0.9241
2000	0.9397	0.9426	0.9412	0.9926	0.9917	0.9922
2001	0.9539	0.9557	0.9548	1.0079	1.0066	1.0073
2002	0.9437	0.9421	0.9429	0.9866	0.9812	0.9839
2003	0.9274	0.9301	0.9288	0.9623	0.9613	0.9618
2004	0.9464	0.9488	0.9476	0.9709	0.9677	0.9693
2005	1	1	1	1	1	1
2006	1.0359	1.0289	1.0324	1.0362	1.0325	1.0344
2007	1.0499	1.0411	1.0455	1.0578	1.0506	1.0542
2008	1.1032	1.0932	1.0982	1.0886	1.0856	1.0871
2009	1.0129	0.9937	1.0032	1.0138	0.9967	1.0052

Vi bemærker at beregningsresultaterne og figuren viser den forventede relation mellem prisindeksenes værdier er overholdt:

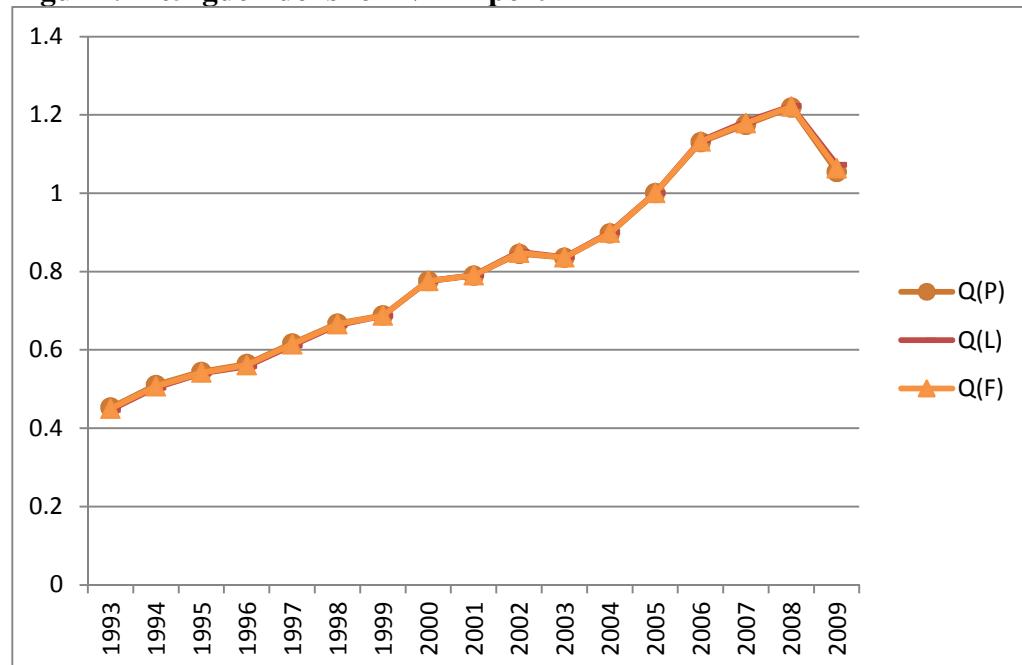
$$P_{0,1}^P \leq P_{0,1}^F \leq P_{0,1}^L, \text{ for år efter basisåret 2005, og}$$

$$P_{0,1}^L \leq P_{0,1}^F \leq P_{0,1}^P, \text{ for år før basisåret 2005.}$$

**Figur 3: Mængdeindeks for NR-eksport**



**Figur 4: Mængdeindeks for NR-import**



## Kommentarer

I nationalregnskabet (NR) benyttes Laspeyres mængde kædeindeks og Paasches kædeprisindeks. I NR er der derfor tendens til at prisudviklingen undervurderes, og mængdeudviklingen overvurderes.

Nærværende papirs beregningsøvelse skulle undersøge om et superlativt indeks, som Fisher pris og –mængdeindeks er, ville give meget anderledes resultater end dem der benytter NRs metodevalg.

Beregningerne er gennemført på eksport- og import-udtræk fra tilgangs-anvendelsesmatricerne (TA'erne) hørende til det såkaldte *Berner III-regime*, jf. **MOL21912a**. For disse var basisåret 2005. Beregninger er gennemført som summer over NR-produktnumrene (-grupperne). Samtlige indeks er kædeindeks, dvs. **kædeprisindeks hhv. kædemængdeindeks**, hvis værdi er sat lig 1 (én) i et såkaldt basisår. Det er værdierne af eksport og import i basis-priser der analyseres.

Over perioden 1993-2009 er der uværgerligt NR-produktgrupper som kommer til og andre der slutter. Dette kan få indflydelse på konklusioner draget på grundlag af den gennemførte analyse. Idet vi ser på kædeindeks vil sådanne virkninger dog forventes at være ”lokale”. For nærværende er der ikke gennemført supplerende beregninger, der kunne belyse omfanget af dette forbehold.

Vi observerer at beregningerne viser at der ikke er synderlig forskel på hvilket prisindeks vi benytter ved dekomponeringen af eksporten og importen for perioden 1993-2009.

Af evt. relevante forbehold kan nævnes at celler uden prisindeks eller med nul-mængde i de respektive summer indgår med værdien nul. Det er skønnet at en mere omfattende indsats for at inddrage estimerede prisindeksværdier ikke vil påvirke de beregnede prisindeks signifikant, og derfor ikke er indsatsen værd.

## Konklusion

For nationalregnskabets eksport og import i basispriser over perioden 1993-2009 gør det praktisk talt ingen forskel om vi benytter NRs eget (Paasches) kædeprisindeks, eller gør os umage for at danne det tilhørende Fisher kædeprisindeks.

## Litteraturliste

ILO/IMF/OECD/EuroStat/UN/WorldBank:

- "Consumer price index manual". Geneva (ILO), 2004. {CPIM}

Osterwald-Lenum, Michael:

- "Data- og modelversioner", Modelgruppen (Danmarks Statistik), dateret 21. sep. 2012. {MOL21912a}

Temere, Dawit Sisay:

- "Export Market and Market Price Indices", Modelgruppen (Danmarks Statistik), dateret 23. nov. 2012. {DSI23n12}
- "Export Market and Market Price Indices: Comparing alternative datasets", Modelgruppen (Danmarks Statistik), dateret 10. maj 2013. {DSI10513}

## Bilag 1. Eksportsummer for årene 2005-2007 og -indeksværdier

		2004->2005	2005->2006	2006->2007
P(L)	år-til-år Prisindeks	1.056659172	1.035850878	1.013518662
P(L)		1	1.035850878	1.049854195
P(P)	år-til-år Prisindeks	1.053942354	1.028932524	1.01179165
P(P)		1	1.028932524	1.041065337
Q(P)	år-til-år Mgd.indeks	1.078277234	1.085168173	1.027165837
Q(P)		1	1.085168173	1.114647674
Q(L)	år-til-år Mgd.indeks	1.081056782	1.092464644	1.02891909
Q(L)		1	1.092464644	1.124057728
P(F)	år-til-år Prisindeks	1.055299889	1.032385906	1.012654788
P(F)		1	1.032385906	1.04545053
Q(F)	år-til-år Mgd.indeks	1.079666114	1.088810296	1.02804209
Q(F)		1	1.088810296	1.119342812
		2005	2006	2007
Sp0q0		618,224,483	704,387,375	791,782,410
Sp1q0		653252570.4	729640280.6	802486248.6
Sp0q1		668,335,770	769,518,303	814,680,037
Sp1q1		704,387,375	791,782,410	824,286,459

Note: Ved talgengivelsen benyttes decimalpunktum og komma som tusindeadskiller.

## Bilag 2. Indeksverdier for eksporten

	P(L)	P(L)	P(P)	P(P)	Q(P)	Q(P)	Q(L)	Q(L)	P(F)	P(F)	Q(F)	Q(F)
	år-til-år Prisindeks	år-til-år Prisindeks	år-til-år Prisindeks	år-til-år Prisindeks	år-til-år Mgd.indeks	år-til-år Mgd.indeks	år-til-år Mgd.indeks	år-til-år Mgd.indeks	år-til-år Prisindeks	år-til-år Prisindeks	år-til-år Mgd.indeks	år-til-år Mgd.indeks
1993	0.843566	0.855434	0.85167	1.074273	0.578843	1.078845	0.573242	0.997716	0.84948	0.84948	0.535073	0.535073
1994	0.999837	0.843429	0.9956	0.857322	1.023064	0.592194	1.028235	0.589427	1.009177	0.855317	1.025647	0.590809
1995	1.011724	0.853317	1.006636	0.857322	1.023064	0.592194	1.028235	0.589427	1.014881	0.868045	1.041484	0.615318
1996	1.015014	0.866129	1.014748	0.869965	1.041347	0.616679	1.041621	0.61396	1.026448	0.891031	1.047852	0.644762
1997	1.028134	0.890496	1.024829	0.891566	1.046167	0.64515	1.04954	0.644376	1.026448	0.891031	1.047852	0.644762
1998	0.977688	0.870627	0.976445	0.870564	1.041271	0.671776	1.042597	0.671824	0.977066	0.870596	1.041934	0.6718
1999	0.94664	0.865981	0.997112	0.868051	1.122922	0.754351	1.120164	0.752553	0.995887	0.867015	1.121542	0.753452
2000	1.085166	0.939733	1.085928	0.942641	1.126171	0.849528	1.12538	0.846908	1.085547	0.941186	1.125775	0.848217
2001	1.015029	0.953857	1.013844	0.955691	1.032074	0.876777	1.033281	0.875094	1.014436	0.954773	1.032678	0.875935
2002	0.989399	0.943744	0.985776	0.942097	1.035212	0.907649	1.039015	0.909236	0.987586	0.94292	1.037112	0.908442
2003	0.982688	0.927406	0.987283	0.930116	0.995215	0.903306	0.990583	0.900674	0.984982	0.92876	0.992896	0.901989
2004	1.020458	0.946379	1.020107	0.948818	1.026679	0.927405	1.027032	0.925021	1.020283	0.947598	1.026856	0.926212
2005	1.056659	1	1.053942	1	1.078277	1	1.081057	1	1.0553	1	1.079666	1
2006	1.035851	1.035851	1.028933	1.028933	1.085168	1.092465	1.092465	1.032386	1.032386	1.08881	1.08881	1.08881
2007	1.013519	1.049854	1.011792	1.041065	1.027166	1.114648	1.028919	1.124058	1.012655	1.045451	1.028042	1.119343
2008	1.050804	1.103191	1.050073	1.093194	1.035466	1.154179	1.036186	1.164733	1.050438	1.098181	1.035826	1.159444
2009	0.918147	1.012892	0.90898	0.993692	0.897454	1.035823	0.906505	1.055836	0.913552	1.003246	0.901968	1.045782

### Bilag 3. Indeksverdier for importen

	P(L)	P(L)	P(P)	P(P)	Q(P)	Q(P)	Q(L)	Q(L)	P(F)	P(F)	P(F)	Q(F)	Q(F)
	årt-til-år Prisindeks	årt-til-år Prisindeks	årt-til-år Prisindeks	årt-til-år Prisindeks	årt-til-år Mgd.indeks	årt-til-år Mgd.indeks	årt-til-år Mgd.indeks	årt-til-år Mgd.indeks	årt-til-år Prisindeks	årt-til-år Prisindeks	årt-til-år Prisindeks	årt-til-år Mgd.indeks	årt-til-år Mgd.indeks
1993	0.907214	0.919243	0.452552	0.452552	0.446633	0.446633	0.913209	0.913209	0.449582	0.449582	0.449582	0.449582	0.449582
1994	1.005216	0.911946	1.004614	0.923484	1.127444	0.510227	1.12812	0.503853	1.004915	0.917697	1.127782	0.50703	0.50703
1995	1.011222	0.922181	1.004879	0.92799	1.065403	0.543598	1.072129	0.540195	1.008045	0.925081	1.068761	0.541894	0.541894
1996	0.995456	0.91799	0.999278	0.92732	1.03741	0.563934	1.033442	0.558261	0.997365	0.922643	1.035424	0.56109	0.56109
1997	1.025292	0.941208	1.023528	0.949137	1.093112	0.616443	1.094996	0.611293	1.02441	0.945164	1.094054	0.613863	0.613863
1998	0.98185	0.924125	0.979361	0.929549	1.082566	0.66734	1.085317	0.663447	0.980605	0.926833	1.08394	0.665391	0.665391
1999	0.998888	0.923097	0.995167	0.925056	1.031129	0.688114	1.034984	0.686557	0.997026	0.924076	1.033055	0.687385	0.687385
2000	1.075336	0.99264	1.07206	0.991716	1.126707	0.775303	1.13015	0.776025	1.073697	0.992178	1.128427	0.775664	0.775664
2001	1.015415	1.007941	1.015046	1.006638	1.018544	0.78968	1.018914	0.790703	1.01523	1.007289	1.018729	0.790191	0.790191
2002	0.978795	0.986568	0.974779	0.981249	1.070624	0.84545	1.070536	0.850033	0.976785	0.983905	1.072828	0.847739	0.847739
2003	0.975355	0.962254	0.979714	0.961343	0.988054	0.83535	0.983658	0.836142	0.977532	0.961799	0.985853	0.835746	0.835746
2004	1.008987	0.970902	1.006565	0.967654	1.074367	0.897473	1.076953	0.900485	1.007775	0.969277	1.075659	0.898978	0.898978
2005	1.02997	1	1.033427	1	1.11424	1	1.110512	1	1.031697	1	1.112375	1	1.112375
2006	1.036229	1.036229	1.032545	1.030136	1.130136	1.130136	1.134168	1.134168	1.034385	1.034385	1.132151	1.132151	1.132151
2007	1.020844	1.057828	1.017509	1.050624	1.039472	1.174745	1.04288	1.182801	1.019175	1.05422	1.041175	1.178766	1.178766
2008	1.029124	1.088636	1.033335	1.085646	1.03764	1.218963	1.033412	1.22232	1.031227	1.08714	1.035524	1.22064	1.22064
2009	0.931216	1.013755	0.918104	0.996736	0.865022	1.05443	0.877375	1.072434	0.924637	1.005209	0.871177	1.063394	1.063394