

Boligligningerne

Resumé:

Papiret skal ses som et supplement til den nye Dec09-ADAM dokumentation og indeholder nogle beregninger, der ikke er plads til i dokumentationen om boligligningerne.

RBJ

Nøgleord: Bolig, ADAM-dec09

Modelgruppepapirer er interne arbejdsrapporter. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan være ændret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.

1. Indledning

Dette papir har til formål at samle nogle af de udregninger og idéer, der har ført til, at boligligningerne har fået den form og de parameterværdier som de har. Mange af disse beregninger har været gjort i tidligere modelgruppepapirer, men i dette papir samles de under et og genberegnes på et opdateret datagrundlag.

2. Den logistiske trend

Hvis man betragter boligmarkedets udvikling inden for de sidste 40 år, kan der ses tegn på, at der har været et strukturelt brud i løbet af perioden. Mere specifikt var der knaphed på boliger i 60'erne og begyndelsen af 70'erne, uden at dette førte til, at den reale boligpris var speciel høj.

I ADAMs boligrelationer er der taget højde for dette ved at indlægge en logistisk tidstrend i de to boligligninger. Trenden korrigerer for det usædvanligt høje indkomst/boligkapitalforhold og den store vækst i boligkapitalen i starten af samplet.

Inputtet til den logistiske trend er en lineær trend, der svarer til den lineære trend i forbruget pr. capita. Mere præcist estimerer vi relationen i (1) på perioden 1967 til 2006, og bruger højresiden af (1) som input til den logistiske trend. De estimerede parametre er vist i tabel 1.

$$\log(\text{fcp}/u) = t1*\text{tid} + t2 \quad (1)$$

fcp: Privat forbrug i alt.

u: Befolkningstallet pr. 1. juli.

tid: Trend lig årstallet

Tabel 1: Estimationsresultat vedrørende den logistiske trend

		(a)	
Forklaret variabel		Estimat	SE
Trend: log(fcp/u)			
1. t1	Tidstrend	0.014956	0.000408
2. t2	Konstant	-25.1489	0.811800
loglikelihood		84.7521	
R ² \ Std.afv		0.972412/0.177304	
Periode		1967 - 2006	

Med parametrene indsat ser den logistiske trend ud som vist nedenfor.

$$\text{trend} = \frac{1}{1 + \left(\frac{e^{0,014956*\text{tid}-25,1489}}{e^{4,3}} \right)^{-25}}$$

For at gøre det nemmere at fortolke trenden, omformuleres den, således at trenden får følgende udseende:

$$trend = \frac{1}{1 + e^{-0.3739(\text{tid} - 1969,036)}}$$

Den logistiske trend 'trend' er altså lig 1/2 i 1969 og stiger derefter med årstallet. Dvs. efter 1977 er trend over 0,95 og efter yderligere nogle år ligger trend meget tæt på sit maksimum, som er 1.

3. Usercosthybriden *buibhx*

I boligprisligningens langsigtsgedel indgår der en usercosthybrid *buibhx*. *Buibhx* er endogen og har følgende ligning,

$$\begin{aligned} buibhx = & (1 - tsuih) * [bobl30 * iwb30 + (1 - bobl30) * iwbflx] \\ & + [(tsuih * Yrphs + SSyej + Siqejh * fKnbe(-2) / fKnbe(-2)) / fKnbe] / phk \\ & + invbh / (pibh * fKbh(-1) / 1.85) - 0.5 * rpibhe + 0.5 * bafd1. \end{aligned}$$

hvor

<i>Inflation:</i>	<i>rpibhe</i>
<i>Afdragsandel:</i>	<i>bafd1</i>
<i>Rente:</i>	<i>bobl30 * iwb30 + (1 - bobl30) * iwbflx</i>
<i>Skat:</i>	<i>[(tsuih * Yrphs + SSyej + Siqejh * fKnbe(-2) / fKnbe(-2)) / fKnbe] / phk</i>
<i>Afskrivning:</i>	<i>invbh / (pibh * fKbh(-1) / 1.85)</i>

Udtrykket for *buibhx* kan virke lidt uoverskueligt, men det svarer til følgende mere intuitive udledning:

$$\begin{aligned} BUIBHX &= 0,5 * \text{usercost} + 0,5 * 1.\text{års betaling} \\ &= 0,5 * (\text{rente} - \text{inflation} + \text{skat} + \text{afskrivning}) + \\ &\quad 0,5 * (\text{rente} + \text{afdrag} + \text{skat} + \text{afskrivning}) \\ &= \text{rente} + \text{skat} + \text{afskrivning} + 0,5 * \text{afdragsrate} - 0,5 * \text{inflation} \end{aligned}$$

Dvs. at *Buibhx* er ikke en ren usercostsats men et gennemsnittet af den rene usercost og første års betaling. Baggrunden for at inddrage begge elementer er, at kreditationerede husholdninger fokuserer på ydelserne, mens de ikke restrikerede husholdninger lægger vægt på realrenten og opfatter afdrag som opsparing

Med den logistiske trend formuleret og *buibhx* fortolket, er vi klar til at se på boligrelationerne. Først kommer boligprisligningen, der består af to ligninger: En langsigtsgedel og en kortsigtsgedel.

4. Boligprisligningen estimeret

De to delrelationer har følgende form:

$$\begin{aligned} \log(\text{fkbnw}) &= \text{Log}(\text{Cpuxh} / \text{pcpuxh}) \\ &+ a1 * 1 / (1 + (\exp(0.014956 * \text{tid} - 25.14856) / \exp(4.3))^{(-25)}) \\ &+ a2 * \log(\text{pcpuxh} / (\text{buibhx} * \text{phk})) \\ &+ a3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Dlog(phk)} = & \text{aa1} * \text{Dlog}(\text{Cpuxh}/\text{pcpuxh}) \\
& + \text{aa2} * \text{Dif}(\text{buibhx}) \\
& + \text{Dlog}(\text{pcpuxh}) \\
& + \text{aa3} * \text{Log}(\text{fKbh}(-1)/\text{fKbhw}(-1)) \\
& + \text{aa4} * \text{d06} \\
& + \text{aa5} * (-\text{Dlog}(\text{phk}(-1))) \\
& \quad + \text{aa1} * \text{Dlog}(\text{Cpuxh}(-1)/\text{pcpuxh}(-1)) \\
& \quad + \text{aa2} * \text{Dif}(\text{buibhx}(-1)) \\
& \quad + \text{Dlog}(\text{pcpuxh}(-1)) \\
& \quad + \text{aa3} * \text{Log}(\text{fKbh}(-2)/\text{fKbhw}(-2)) \\
& \quad + \text{aa4} * \text{d06}(-1));
\end{aligned}
\tag{*}$$

Cpuxh: Privat forbrug i alt minus bolig

Pcpuxh: Prisen på Cpuxh

Buibhx: Omkostningst rate

Phk: Prisen på enfamiliehuse.

fkbh: Ønsket kapitalmængde af huse og bygninger

fkbh: Kapitalmængde af huse og bygninger

d06: Dummy for 2006

Hvis de to ligninger estimeres frit sammen over samplet 1973 til 2006 fås resultatet i tabel 2 (a):

Tabel 2: Estimationsresultater for boligprisrelationen

Forklaret variabel	(a)		(b)	
	Estimat	SE	Estimat	SE
Boligpris Dlog(phk)				
1. a1 logistisk trend	0.266035	0.102882	1.43030	2.96630
2. a2 log(pcpuxh/(buibhx*phk))	0.128992	0.025171	0.3	-
3.a3 Konstant	1.14291	0.132995	-0.510252	2.96276
4. aa1 Dlog(Cpuxh/pcpuxh)	1.95705	0.295592	1.38790	0.254070
5. aa2 Diff(buibhx)	-6.28578	0.781083	-5.73317	0.792572
6. aa3 Log(fKbh ₋₂ /fKbhw ₋₂)	-1.93386	0.387693	-0.945624	0.331173
7. aa4 d06 ₋₁	0.082020	0.038592	0.087160	0.042780
8. aa5	-0.320484	0.211760	-0.689048	0.162989
loglikelihood	70.2907		65.3317	
R ² \ Std.afv	0.830295/0.075430		0.772848/ 0.075430	
Periode	1973 – 2006		1973 – 2006	

I den frie estimation i tabel 2 (a) er det specielt parameteren *a2*, man skal lægge mærke til, da den er for lille til at sikre stabilitet i modellen. Derfor bindes *a2* til 0,3, hvilket er en del mere end hvad et almindeligt likelihoodratiotest tillader på et 5 % niveau. De 0,3 svarer til værdien i den tidligere version af ADAM. Likelihoodratiotestet giver

$$LR = 2(70.2907 - 65.3317) = 9,918$$

som er χ^2 -fordelt med 1 DF. Den kritiske værdi på 5 % niveau er 3,84146. Resultatet fra en estimation med *a2* bundet til 0,3 ses i tabel 2 (b).

Koefficienterne i tabel 2 (b) ligger i ADAM-dec09 bortset fra konstantledet a_3 , som er delt op i to, så en del placeres i ligningen med $dlog(phk)$ på venstre side.

5. Opsplitning af konstantled i boligprisligningen

Efter ligningen er blevet estimeret deles konstantledet op i en langsigtssdel (niveau-delen) og en kortsigtssdel, der kaldes trendkorrektionsledet ($gphk$). I praksis findes trendkorrektionsledet ved at trække den gennemsnitlige vækst i højresideudtrykket fra den gennemsnitlige vækst i venstresidevariablen. Dvs. ved følgende udregning:

$$gphk = E(Dlog(phk)_{73,106}) - [aa1 * E(dlog(cpuxh)_{73,106}) + aa2 * E(Dif(buibhx)_{73,106}) + E(Dlog(pcpuxh)_{73,106}) + aa4 * E(d06_{73,106})];$$

Vi får her en værdi på -0,020705. Ud fra dette resultat og værdierne i tabel 2 (b) kan konstantledet i langsigtssdelen findes ved følgende formel:

$$Konstant_{\text{langsigt}} = a_3 + gphk/aa_3 = 2,2161$$

Konstanten i langsigtssdelen sørger for at den logaritmiske forskel på faktisk og ønsket boligbeholdning, $\log(fkbh/fkbhw)$ er nul over estimationssamplet. Med opsplitningen af konstantledet får boligprisligningerne i ADAM nedenstående form. Parametrene værdi står i tabel 3 (a).

$$\begin{aligned} \log(fkbhw) = & \text{Log}(Cpuxh/pcpuxh) \\ & + a_1 * 1/(1+(\exp(0.014956 * \text{tid} - 25.14856)/\exp(4.3))^{(-25)}) \\ & + a_2 * \log(pcpuxh/(buibhx * phk)) \\ & + a_3; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Dlog(phk) = & aa_1 * Dlog(Cpuxh/pcpuxh) \\ & + aa_2 * Dif(buibhx) \\ & + Dlog(pcpuxh) \\ & + aa_3 * \text{Log}(fKbh(-1)/fKbhw(-1)) \\ & + aa_4 * d06 \quad (**) \\ & + gphk \\ & + aa_5 * (-Dlog(phk(-1)) \\ & \quad + aa_1 * Dlog(Cpuxh(-1)/pcpuxh(-1)) \\ & \quad + aa_2 * Dif(buibhx(-1)) \\ & \quad + Dlog(pcpuxh(-1)) \\ & \quad + aa_3 * \text{Log}(fKbh(-2)/fKbhw(-2)) \\ & \quad + aa_4 * d06(-1) \\ & \quad + gphk); \end{aligned}$$

Tabel 3: Estimationsresultater for boligprisrelationen

		(a)	
Forklaret variabel		Estimat	SE
Boligpris Dlog(phk)			
1. a1	Logistisk trend	1.43030	2.96630
2. a2	log(pcpuxh/(buibhx*phk))	0.3	-
3.a3	Konstant	-0.500567	-
4. aa1	Dlog(Cpuxh/pcpuxh)	1.38790	0.254070
5. aa2	Diff(buibhx)	-5.73317	0.792572
6. aa3	Log(fKbh ₂ /fKbh _{w-2})	-0.945624	0.331173
7. aa4	d06 ₁	0.087160	0.042780
8. aa5		-0.689048	0.162989
9. gphk	Trendkorrektionsled	-0.009145	2.96276
loglikelihood		65.3317	
R ² \ Std.afv		0.772848/ 0.075430	
Periode		1973 – 2006	

6. Boligmængdeligningen

Med til boligligningerne hører også boligmængdeligningen, som i ADAM-dec09 har følgende form:

$$\begin{aligned}
 \text{Dlog(fKbh)} = & b1 * \text{Dlog(phk)/(0.8*pibh+0.2*phgk)} \\
 & + b2 * \text{Log(phk(-1)/(0.8*pibh(-1)+0.2*phgk(-1)))} \\
 & + b3 * \text{nbs/fkbh(-1)} \\
 & + b4 * \text{Dif(1/(1+(Exp(0.014956*tid(-1)-25.14886)/exp(4.3))^{(-25)))} \\
 & + b5;
 \end{aligned}$$

phk: Prisen på enfamiliehuse.

pibh: Prisen på investeringer i boliger

phgk: Kontantsprisen på byggegrunde

nbs: Antallet af boliger under opførelse med offentlig støtte

fkbh: Kapitalmængde af huse og bygninger

tid: Trend lig årstallet

Hvis denne relation estimeres uden restriktioner, fås resultatet i tabel 4 (a)

Tabel 4: Estimationsresultater for boligkapitalrelationen

		(a)		(b)	
Forklaret variabel		Estimat	SE	Estimat	SE
Boligpris log(fcp/u)					
1. b1	Dlog(phk/(0.8*pibh+0.2*phgk))	0.016191	0.007033	0.014538	0.007493
2. b2	Log(phk _t /(0.8*pibh _{t-1} +0.2*phgk _{t-1}))	0.017431	0.003066	0.02500	-
3. b3	nbs/fkbh _{t-1}	0.739553	0.273292	0.861840	0.287658
4. b4	Logistisk trend	0.248585	0.037716	0.234438	0.039900
5. b5	Konstant	0.016643	0.001167	0.017690	0.001164
loglikelihood		176.386		173.171	
LM(1)-test for autocorr		0.811415		3.81640	
R ² \ Std.afv		0.944796/ .011330		0.935969/ 0.011330	
Periode		1968 - 2006		1968 - 2006	

I ADAMs boligkapitalligning er koefficienten til Tobins-q-ledet (*b2*) bundet til 0,025. Denne parameterrestriktion sørger for, at boligkapitalen hurtigere finder i ligevægt. Om de to modeller er signifikant forskellige fra hinanden kan testes ved et Likelihood Ratio test, der giver:

$$LR = 2(176,386 - 173,171) = 6,43$$

Testet er χ^2 -fordelt med 1 DF. Dette test kan lige præcis accepteres på et 1 % niveau, hvor den kritiske værdi er 6,634, mens testet forkastes på et 5 % niveau. Residualerne får i øvrigt også en tendens til autokorrelation, jf. LM1 testet, som er på grænsen i forhold til χ^2 -fordelingen med 1 DF, jf. tabel 4.